从文学音乐到数理万物

打通学科边界 融合科技与人文内涵的通识之作



汪波——著

选取“时间”作为跨学科讨论的媒介

联结起数学、天文、信息技术、音乐、生物、物理等不同学科

清華大學出版社

时间之问

汪波　著

清華大學出版社
北　京

内 容 简 介

《时间之问》是一部少有的打通学科边界，融合科技与人文内涵的通识之作。作品以大学师生的问答对谈开始，选取"时间"作为跨学科讨论的媒介，联结起数学、天文、信息技术、音乐、生物、物理等不同学科，一来一往的对话中隐含了作者精心设置的问题，辅以精心制作的插图和经过严谨考证的学术资料。阅读这本书，你将亲密接触到祖冲之、朱载堉、庞加莱、普莱斯、庄子、惠更斯、博尔赫斯等古今中外的科学家和思想家，了解到重大的科学观念和发明是如何产生、流变并推动历史的。你一度无法理解的习俗和现象，如二十四节气是阴历还是阳历、闰月是怎么来的、冬至时刻的测量问题、神奇的连分数与黄金分割等，都将在这部作品中找到源头和答案。本书适合中学师生和大学生，以及对科学人文感兴趣的读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

时间之问 / 汪波著. 一 北京：清华大学出版社，2019
ISBN 978-7-302-50759-8

Ⅰ. ①时…　Ⅱ. ①汪…　Ⅲ. ①社会科学－文集②自然科学－文集　Ⅳ. ①Z427

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 178125 号

责任编辑：刘　洋
封面设计：徐　超
版式设计：方加青
责任校对：王荣静
责任印制：杨　艳

出版发行：清华大学出版社
　　网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
　　地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编：**100084
　　社 总 机：010-62770175　　**邮　　购：**010-62786544
　　投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
　　质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：三河市铭诚印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：187mm×235mm　　**印　　张：**21.5　　**字　　数：**404 千字
版　　次：2019 年 4 月第 1 版　　**印　　次：**2019 年 4 月第 1 次印刷
定　　价：79.00 元

产品编号：078972-01

序

亲爱的读者，您好，

欢迎打开这部《时间之问》，您打开的不仅是一本书，也是一段探险的旅程。

一年多前，我开始在简书上码字，主题是科学与人文的融合。自笛卡儿、牛顿出现以来，现代科学已经诞生了四百多年。科学，从最初的“自然哲学”，逐渐分化为数百个子学科、数以万计的研究方向。无数人终其一生在其中一个方向上独自耕耘。跨学科研究方兴未艾，多学科融合趋势越来越明显，人们不再守着自己的“一亩三分地”。

我抱有一个坚定的信念：所有的科学知识都是可以理解的，所有的学科都是相互关联的，甚至科学和文学、艺术等也有着相通之处。我们唯一要做的就是模糊它们的界线，变工笔画为水墨印象画。这本书就是我的一次尝试，尝试把不同学科融合、把科学与文学融合，用文学之酒来浇灌科学之头脑，用文科的笔触来描绘理科的思维。

艾略特的诗句可能隐含着生物钟的原理；在史铁生的散文中你可以找到对于“现在”的定义；博尔赫斯的作品中，时间的穿越似乎很平常；物理学家薛定谔的作品，让生命的秘密就此揭开；最精密的现代集成电路的工作原理，可以从农历闰年和二十四节气中找到影子；而电机学专家陈之藩则以优美的文字向你展示节气和“相”的定义……这样一来，科学脱去了枯燥的外衣，变得饶有趣味，许多文科生也感兴趣。

长期以来，一提到科学知识，人们就会想到图书馆里整排的书架，仿佛地下的煤矿，花了很长时间形成，富饶但难以开采。即使有幸挖掘出煤炭，也无法用一根火柴点燃它，除非先引燃木柴和刨花。



图序 -1　点燃头脑中的煤炭

只要一点星星之火加一堆木柴、刨花，一个人头脑里蕴藏的大煤田就有可能被引燃。只要你愿意贡献一点星星之火，至于

引燃这大煤田的材料，在这里我使用了一种特殊的刨花——时间！

时间是什么？时间是日升月落，时间是嘀嗒嘀嗒，时间是一去不返的流水，时间是捉弄人的小丑，时间是梭，时间是箭，时间是良药，时间是魔镜，时间是永恒的馈赠！却只有一次。

十多年前，我攻读硕士和博士学位时，研究的主题是时钟信号产生电路。长期的专业浸淫使我对“时间”产生了浓厚兴趣。回国后我开始带研究生，继续从事这个方向的研究。关于时间我知道得越多，疑问就越多，而要想向学生阐述好什么是时间就更难了。

天文、数学、诗词、文学、音乐、生物学、物理、信息技术等，这些看似毫不相关的学科，在时间的“咖啡馆”里相处融洽。

对于我来说，时间是一张拼图，本身就是一个谜。一开始，我手头上只有两三块拼图，它们是一点关于阴历和阳历的想法、一首关于清明的人尽皆知的小诗，以及我在工作中接触的一种持续产生时钟信号的电路。但是手里拿着这几块拼图翻来覆去地看，每一小块拼图的边缘都暗示着相邻的拼图的颜色或形状，我用想象把它们延伸开来，就这样开始了时间的拼图之旅，书中的每一章节都有时间的影子，都或多或少和相邻的章节有某种联系。

这本书的时间之旅如何开始呢？

首先，从节气和农历出发引出了对日月星辰的计算和数学分析，接下来由数学计算引出了一种古老的用于星空预测的机械计算装置。开普勒曾经把行星的运动比作宇宙的和谐音乐，从而引出了音乐的话题。接下来，行星的周期运动返回头印证了周期性的回归，以及对这种周期性运动的计量——时钟。最后，则是一种特殊的时钟——生物钟。

下面这张拼图以时间为中心，按照顺时针的方向，从年轮开始，转到数学、星空、音乐、时钟的嘀嗒和生命的节奏，展示了本书话题的全貌：



图序 - 2　时间拼图

- 年轮——是时间的刻度；
- 数学——是时间的语言；
- 星空——是时间的指针；
- 音乐——是时间的奏鸣；
- 嘀嗒——是时间的脚步；
- 生命——是时间的脉动。

这本书采用了对话体，这源于我和学生的对话。每周我和学生有一场对话，我邀请学生和我在校园一间环境优雅的茶餐厅边吃边聊。优美安静的环境让人放松，而美食又让人提起兴趣。我们聊最新的科学进展、聊做学问的方法、聊最新读的文学作品，经常乘兴而来，一两个小时眨眼过去，脑子里又充满了新的问题和思考。

事先我不知道学生会向我提什么问题，有时这些问题真的难住了我，促使我不得不饭后仔细查阅资料。而有时我不知道会如何回答学生，但是学生的问题大大地激发了我的思维，突然灵光一闪，思想的火花就这么碰撞出来。我从学生微微的点头和沉思的眼神里受到了鼓励，得到了满足。

一问一答避免了冗长的叙述。问号似一把弯刀，可以削出更多的刨花。而一个提问的价值甚至强于十个回答，这也是本书名字的由来。

在时间的“咖啡馆”里，我遇到了很多有思想的人。他们有作家（史铁生、艾略特、博尔赫斯），有科学家（祖冲之、郭守敬、庞加莱、普莱斯、惠更斯），更有一些跨领域的“怪兽”：朱载堉、陈之藩、西蒙·本泽、薛定谔。如果你恰巧路过这座咖啡馆，不妨坐下促膝一谈。他们可能不是你以前想象得那么刻板单一。当你起身时，也许有新的思想火花在你脑海里闪烁。

有一个好消息，这本书是由一个不太聪明的人写的，所以没那么难懂。有时候，写这本书的人可能着了魔，写出一些连他自己都感到惊讶的话。如果你没有看懂，问题可能出在他身上，不要为此难过。

写这样一部跨学科、科学与人文交融的作品，的确是一个大胆而冒险的计划，如果一年前看到了上面的写作目录，我一定会大吃一惊。写作本身是一场探索之旅，就像独自走夜路，在深一脚浅一脚中蹒跚，却又因为瞥到浩瀚星空而无比兴奋。我已经享受过一次好玩难忘的旅程，现在把这美好的体验留给你。

最后，没有许多人的慷慨相助、加油鼓励，本书根本不可能面世。

感谢我的硕士导师 Francis Calmon 和博士导师 Edouard Ngoya，在十几年前把我引入了高频时钟电路的研究领域，教会我如何在严谨思考和通俗表达之间寻找平衡点。这是本书思考的起点。

感谢与我对话的学生，你们促成了本书的缘始。感谢你们的独立思考和质疑精神。

感谢法国 Jean-Claude Ameisen 教授，你的科普广播和浑厚的声音深深打动了我，促使我走上科学与人文融合的道路。

感谢简书这个优雅的写作平台，本书初稿在简书连载时得到了许多网友的宝贵建议。

感谢清华大学出版社的支持和帮助。

感谢我的家人、我的孩子，我爱你们！

时间已过子夜，我坐在家中的餐桌旁写下这段文字。不知您看到时是在上下班的地铁上、外面的咖啡馆还是在自家的沙发上，也不知您是忙碌的学生、辛苦的上班族，还是全职在家的人士，相信你都会从本书的文字中喜欢上科学或人文。我像是一位准备招待客人的女主人，画好淡妆，铺好桌布，摆上鲜花，打开红酒，调低背景音乐，静静等待门铃响起。

目录

0 引　　子

1 时间是永恒的馈赠！

2 年轮是时间的刻度

3 数字是时间的话语

4 星空是时间的指针

5 音乐是时间的奏鸣

6 嘀嗒是时间的脚步

7 生命是时间的脉动

从 2045 到 2017

这是一间普通的大学食堂，正值午餐时间。排起的队伍，像几道墙面，把有限的空地分割开来。我排在队尾，队伍缓慢移动，偶尔因为一些学生低头看手机，队伍断开，但马上又接上了。自助售卖机上传来一首歌 *A contre-courant*（《逆流》），调子我居然还记得。我抬头看了一眼食堂柱子上的电子钟：

11:40 2017.9.15

我摸着兜里的一张皱巴巴的10元钞票，心想不知是哪个练舞的学生遗落在我口袋里的。衣服有点紧，只能将就一下了，谁让我中年发福呢，这是我能找到的最大号的衣服了。我捏着钱，排在一位男同学的后面。

"能帮我刷一下卡吗？我忘带卡了！"我对前面的那位男生说，递上手里的钞票。

他接过钱，帮我"嘀"了一下。

几分钟后，我端着一个餐盘，上面盛着一大碗热气腾腾的刀削面，在熙熙攘攘的食堂里左右穿梭。我像大海里的一叶扁舟，小心翼翼地让开其他端着餐盘的大学生，以免把汤洒出来。一番左顾右盼之后，我发现了一个空位，我快步过去、坐下，才松了一口气。

我边吃边看，眼前的这个食堂比印象中的要小一些，人也更多一些。我左右打量这人群，看有没有我认识的人。一位扎着马尾辫的女同学出现在我的视线中，她朝炒菜窗口走去，头上粉色鱼形发卡显得很醒目。这不是我曾经很喜欢的女孩吗？

要不要上去和她攀谈一句？但马上我就打消了这个荒谬的念头：你是谁？她认识你吗？你说什么呢？

我内心杂乱，草草吃了几口。瞅了一眼墙上的电子钟，红色的光点构成的阿拉伯数字一动不动，只有中间的冒号在闪动。

12:01 2017.9.15

时间还早，我还可以在校园里散散心、透一口气，想出去到校园里看一看这个曾经熟悉的校园现在变成了什么模样。我暗自揣摩着。

我端起餐盘站了起来，突然瞥到身边的一位男生，面前同样放着一大碗刀削面，雾气萦绕在他脸前，只见他面容清瘦，怅然若有所失。我对他的面容感到很熟悉，好像在哪里见过，却一时想不起。

我恍然：那不是我吗？！

我几乎要叫了出来！这可怎么办？料到了初一，没有料到十五，这完全在我的

设想之外。本来我只是找找有没有我认识的人，没想到我竟然遇到了年轻时的自己！我暗暗自责，前几天我一定是被自己破解时光机器的聪明劲冲昏了头。

一连串问号出现在我的脑海。他认出我来了吗？我跟他打个招呼吗？怎么介绍我自己呢？会不会很奇怪呢？和他指尖接触的一刹那我们会不会化为乌有？我的脑子一片空白。

我望着食堂落地玻璃上映出来的我那肥硕的身材和松弛的眼袋，放下心了，他一定认不出我来。

他为什么仍在发呆？在想些什么？……我一无所知。让他静静地待一会吧！该过去的都会过去，千言万语都不如静静一刻。

我默默地出了食堂，在校园里转悠。绕到宿舍楼后面的街道，上一届毕业的学生的废旧自行车占了一排过道，共享单车的兴起，让这些自行车再也无人问津。在一辆废旧的自行车下面，有一张卡片在阳光的照射下闪闪发光，我捡起来一看是一张磨破了边的学生卡，翻看背面，学号是2013开头的，刚好4年，已经毕业。抬头看看，我正好位于宿舍楼的窗台下，我知道是怎么回事了。

我手握着卡片，思量着剩下的一点时间，去哪里打发呢？想到刚才在食堂的意外相遇，我突然有了一个主意，拐进了计算机楼——我曾经无数次流连的地方。二楼是机房，门口的密码器上显示着此时的时间：

12:07

我左右看看，没人，所有的学生和老师都去吃饭去了。我不假思索地输入了六个数字，“嘀”的一声短鸣，门开了。

我快速找了一台计算机，用刚才那个男孩的账号、密码（其实也是我的）登录进去。立刻下载了一段代码，修改了一下，编译成功。用2045年的计算机技术对付这种28年前的计算机系统简直是易如反掌，我不费吹灰之力，攻入食堂管理信息系统，拿到了最高权限。我输入手头的学生卡号，已失效，余额为0，重新激活后，修改卡号，余额一栏空着。我一狠心，敲下了3位数的极限999。应该够用一段时间了，我暗自得意。

退出登录，我小心翼翼地从计算机大楼里摸出来，左右无人。密码器上的时间是：

12:20

时间不多了，我得回去了，我立刻赶往学校的排练房，钻到衣柜里，脱下衣服挂好，一切似乎都没有动过。我等待着那一时刻的到来。当教学楼上大钟的指针指向12:25，我的脑袋有点紧，突然我的感觉消失了1秒，眼前亮光一闪，当我再次打量周围，我已躺在了一张垫子上，周围是闪闪发光的指示灯。我赶紧拾起地上散落的套头衫和运动裤的衣服，以最快的速度穿好，蹬上一双不用系鞋带的运动休闲鞋，悄然走出这间绝密的房间，回到了机房大厅。打开刚才我工作的计算机，屏幕右下角的时间是：

12:28

还有2分钟，我心中默念。过了一会儿，

耳边传来楼上开门的声音，接着是学生们的嬉笑声由远而近。每周一上午的组会和午餐汇报开完了。

这是一位教授的实验室，每周一上午10:30开始例行的组会，持续2个小时，临近中午时会有一位学生做专题讲座，最吸引人的是组会期间有午饭供应：比萨或者三明治。

学生们趋之若鹜，一个不剩地都去了会议室，实验室里空无一人，只剩下我——学校IT部门的网络管理员——利用了这宝贵的一个多小时，修理好了我埋下的bug，也完成了我人生第一次——也许是整个人类的第一次——时间穿越。

我是谁？

这个问题简单也复杂。

那就从简单的开始吧。

我是一所大学的IT部门主管，2045年，我在这个岗位上已经做了6年，驾轻就熟。之前，在我40岁之前，我一直在IT公司做软件开发，35岁的那个槛，我躲过了。但到了40岁，虽然我技术过硬，但没有进入管理层，我还是被公司以莫须有的理由辞退了。

我花了一年的时间找工作，但是以我这年纪，难度可想而知，幸好手头还有些余钱，可以供我和这个家庭用一两年。我突然从加班的常态中解脱出来，还真有点不适应。除了面试发简历，其余时间我都花在了读书和教育孩子身上，弥补自己曾经失去的和应该付出的。

那时我的孩子才10岁，正是问“十万个为什么”的时候，每天接她回家，我们就开始了漫长的问答。她的问题常常就只是一句话，简洁干脆。却经常让我变得笨嘴笨舌、左顾右盼而言它。我不得已到处翻书、上网查，弄懂一点再讲给她，但这似乎又激发了她更多的问题。我突然意识到，虽然书上的知识浩瀚无边，网络上的信息更如星辰大海，但是要把它们转换成孩子能听懂的语言，简直是一场对智力、心灵和耐心的巨大考验！

那一年，我读了很多书，各种各样的书：人文、历史、小说、科幻、散文、哲学、美术、天文、生物、脑科学、历法、诗词、古文、信息技术等，仿佛在弥补自己失去的时光。

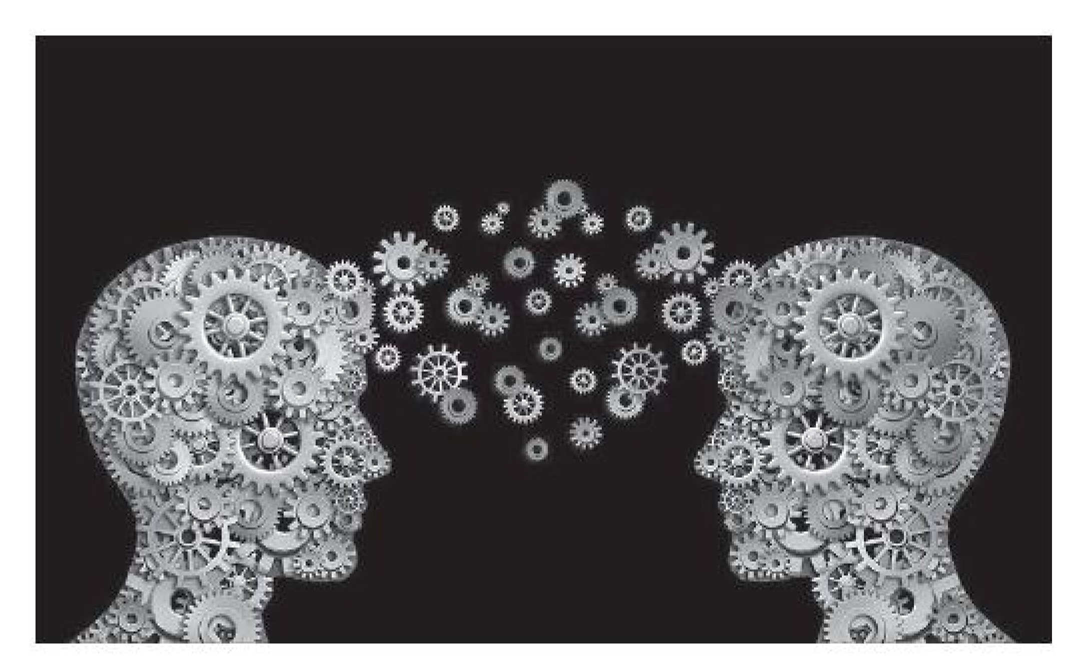


图 0-3　思维融合

一年后，当我偶然接到我的母校的IT部门的工作聘请时，我接受了这个待遇并不高、却有很多闲暇时间用来读书的工作。

重新回到校园，是那么的亲切，不过近30年后，那些教过我的老师都退休或者离开了。我工作的内容和我原来的专业很相似，主要是帮助解决学校各个学院和后勤等部门里遇到的网络问题、硬件故障等。计算机是人类历史上最伟大的发明，但伴随着这伟大发明的是没完没了的bug，所以

即使到了21世纪中叶，IT维护部门仍是每个大学必不可少的部门。除了要解决一些硬件故障，时不时地我要对网络系统进行升级改造，提升安全水平、更换网络配件等。好在我技术过硬，对各种疑难问题了如指掌，解决问题干脆利落，受到了学校各个学院师生的一致好评，也赢得了他们的信任。

有一次，一位教授实验室里的几台计算机出故障了，很蹊跷的故障，找我来解决。这个实验室很大，有两层，地上一层是办公室，地下一层是机房和实验间。我记得地下这一层以前是学生会的歌舞排练房，后来实验室扩大把地下的这一层也占了。

为了尽早解决问题，不耽误科研，我甚至两天晚上在实验室过夜。当学生们都走了之后，我仍在努力调试。第二个晚上凌晨4点，我终于调好了。天快亮了，我不打算回家了，反正过了几个小时又要回来上班，我想找个可以躺的地方眯一下。凌晨时分，实验室里有点冷，直接和衣躺下会着凉，我想找一个暖和点的地方。

实验室角落里有个封闭的房间，也许里面暖和，可是门锁着，没有密码。可是我实在想找个暖和点的地方，只能想想办法了。这难不倒我这个资深程序员，我拿出一台便携的无线探测仪，平时是检测网络信号的，我在密码锁上扫描了几次，经过一番尝试，我就成功了。

我走了进去，看看有没有可以休息的床。房间地上有一个垫子，四角几根电缆连接到房间四个角的机器里，房间最里面摆着一台计算机，似乎控制着这四台机器。我躺下去才发现这垫子不是棉的，好像是某种类似章鱼或者海底生物的有机体。虽然柔软，但感觉不太舒服，仿佛要把我粘在垫子上动弹不得。我躺下后又坐了起来。

反正睡不着了，好奇心让我打开角落的计算机，里面是一行行代码，程序最开始的几行是注释，上面赫然写着：**绝密！**

这一下子勾起了我的兴趣，我迫不及待地往下看，我惊讶得下巴都要掉下来了。我怎么也不敢相信我的眼睛，在这样一个大学实验室里，居然有这么匪夷所思的发明。

原来这个机器可不普通，它是用来实现时间穿梭的！只要躺在垫子上，启动机器就可以进行时间穿越！



图 0-4　时间穿梭

我快速地浏览了一遍代码，编写规范，变量定义清晰，注释详尽。仔细查看了一下文件夹中的所有文件，没有找到可执行文件，这说明这程序还没有写完，或者写完了还没有编译成功。当然要是编译成功了，那可非同小可！

时间已经是6点多了，我没有时间了，

我立刻复制了一份代码，如获珍宝，带了回去，准备继续研究。我把藏有代码的U盘锁进家里的保险柜，打印了一份代码，只有晚上回到家，等孩子睡觉之后才拿出来研究一番。

虽然有注释，但是关于这台机器背后的原理，并没有太多解释。也许为了保密，根本就没有写出文档，我能做的只能是根据代码来猜测它的原理与功能，以便解决掉其中的bug，并让它真正运行起来。至于运行起来之后，我当然要守口如瓶，并且肯定会第一个乘坐时光机器去旅行。

我为了这发现异常兴奋，一有时间，我就悄悄研究这些程序。我发现这台时光机器还是处于非常原始的阶段。它只对时间进行计算，根本没有关于空间的变量和计算。我推断它只能穿越时间，不能穿越空间。

随着研究的进展，我有了更多发现，它只能穿越到过去，而不能穿越到未来，具体原因不明，也许穿越到未来需要用到的技术还没有被发明出来吧。

更加让人感到匪夷所思的是，程序甚至连穿越的时间都已经设置好了，这不是一个变量，而是一个常量——28年！

为什么是28年呢？我翻来覆去地思考，想不出来。28年前，是哪一年？我自言自语道。

2045−28=2017！

2017年，哦，想起来了，那一年我参加高考，也是我大学第一年。



图0-5　时间沙漏

这样做的目的是什么呢？我不得而知，但这激起了我的兴趣。好不容易在冗长的代码中找到一个可以理解的地方，我岂能轻易放过，我决定找到这种设计背后的原因。

当前时间减去28年——这意味着什么呢？意味着，如果你在2045年1月1日穿越，你会回到2017年1月1日；如果你在当天中午穿越，你就回到28年前的那天中午，分秒不差；如果你选择在一周之后穿越，你会回到2017年1月8日。你能穿越到的过去的日期与现在的日期是同步的，一起向前滚动的。如果你已经在2045年1月1日，你不可能穿越到2017年1月1日之前的日子，那里的日子已经一去不复返了。反之，如果你想穿越到2017年1月1日以后的日子，你只能等到2045年那个日子的到来。

可是为什么是28年？为什么？

我打开万年历，找到2017年，随便看了几天，我的生日那天，是星期一，那一天我18岁，刚好成年了，爸妈和我去了一家我最喜欢的饭店，我对那个生日印象深刻。爸妈提前一天给我过18岁生日，因为

第二天是工作日，他们要上班。今年的生日，也是如此，星期一，我的生日也是提前一天和家人在星期天一起庆祝的。奇怪！都是星期一！

我随便翻了几天，和今年的星期一样：2017 年 1 月 1 日是星期天，2045 年 1 月 1 日也是星期天；2017 年 6 月 30 日是星期五，2045 年 6 月 30 日也是星期五。星期日期都是一样的。

我不信邪，每个月挑了几个日子，比较了它们的星期日期之后，我发现：每一天的星期几和 28 年前都一样，好像 2045 是 2017 的镜子一样。由于 4 年 1 闰，所以连 2 月份的天数也一样。换句话说，28 年前的挂历和今年的挂历，只要修改一下年份，就可以接着用了。

也许时间机器的设计者为了尽可能简化需要修改的参数吧？如果需要穿越时，只需要修改年份，其他的月份、日、星期甚至时、分、秒都不用改动。又或许当他穿越到下一个时间时，他不用对当前的时刻感到迷惑，一定是当前时间的 28 年前，其他的月、日、时、分、秒、季节都完全一样，他很清楚自己所处的时间，而不用对此疑惑。

光看代码，取得的进展极其有限。因为代码中的注释涉猎的领域非常广泛，我急需要查阅大量资料才能理解背后的意图。我查找过的资料从古到今，从中国到外国，从物理学到天文历法，从生物学到电子学，所有的思想片段组成了一幅时间的拼图。

时间之树

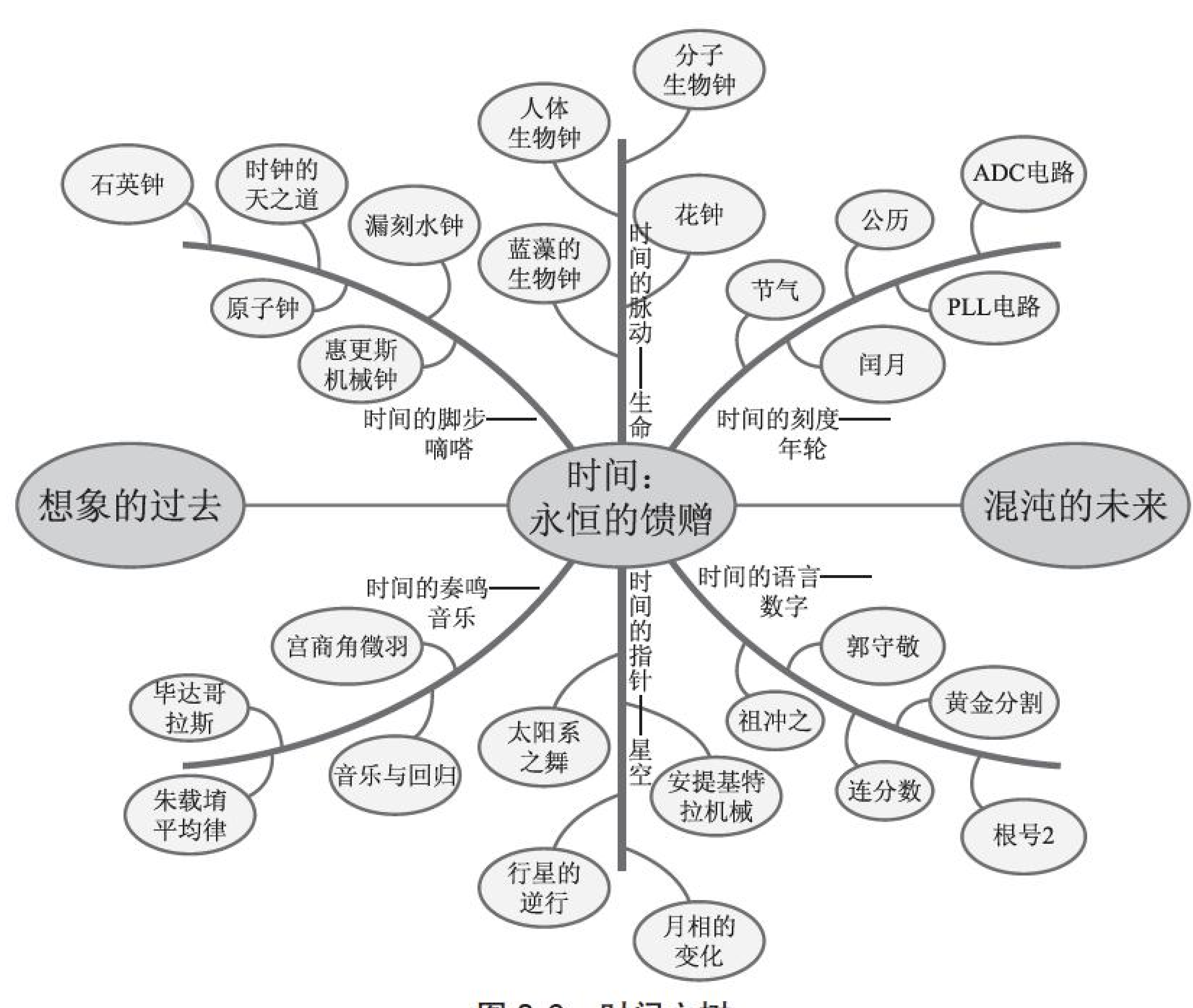


图 0-6　时间之树

首先令我感兴趣的自然是历法，为什么 28 年前的星期分布会和现在一样？原因不难找出，公历规定 4 年 1 闰，1 周 7 天，经过一番计算，二者交错的结果就是 28 年才能完成一次星期的循环。

但是我马上发现 4 年 1 闰并不完全准确，因为到了 100 年的整数倍时，那一年不是闰年，2 月仍是 28 天，但到了 400 年的整数倍，例如，刚刚过去的千禧年公元 2000 年时，又会设置为闰年，2 月又会变成 29 天。

这背后的原因是什么？我发现是因为地球绕太阳公转的日期不是整数倍，大约是 365 又 1/4 天，所以要 4 年 1 闰。但这只是一个近似值，更准确的数值是现行的公历的天数 365.2425 天。为了近似这个小数，

所以才会有上面的 4 年和 400 年设置为闰年的规定。

但一年就是 365.2425 天吗？其实公历的这个数值也不准确，现在准确的数值是 365.24219 天，经过 28 年这两者的误差会达到 12 分钟，这个误差很重要吗？直觉告诉我，这个误差对于时间穿越有着很大的影响。

我查看了一下代码，发现其实时间有两种表现方式：一种是日历时间，就是简单减去 28 年，另外一种是绝对时间，要精确计算出现在到 28 年前的时间长度，分秒不差。因为时光机器要确保穿越时间的人能一秒不差地返回到那一时刻！而这要求一年的长度非常精准。



图 0-7　星空是最早指示时间的工具之一

一年的长度究竟是多少天呢？我研究了人类为测量一年长度曾做过的努力。在这些科学家中，我居然找到了祖冲之的名字。

我一直以为祖冲之是个数学家，他精确计算了圆周率，没想到他在这方面也做了研究！尤其让我惊讶的是他使用的测量方法是如此巧妙、完全避免了天气对测量的影响！一旦能精确测量两个冬至时刻，二者之差除以年份之差就是一年的长度。

更加令人惊奇的是，古代中国的天文历法中，不是以新年而是以冬至作为一年的开始。为什么是冬至，而不是新年？虽然这和时间机器没有太大关系，但仍引起了我的极大好奇。子夜和中午时分刚好把一天分为两半，而冬至和夏至刚好把一年等分。有了这两个节气，就可以把一年继续 4 等分、12 等分、24 等分，这也就是后来的 24 节气。这些本来是天文观测上的时间节点后来居然演变成为中华民族的传统文化和习俗的一部分。

我继续查看代码，其中有一段代码被暂时注释掉了。我好奇它是做什么用的，也许能从中发现时间机器的设计者的思路，说不定能解开时间机器的秘密。

这一段注释掉的代码我仔细查看了几遍，推断出它的功能是从阳历换算到阴历，为什么要这么做？本来按照 28 年进行穿越，只需要有一种公历就够了，为什么还要研究阴历？阴历是什么？是月亮的圆缺变化的周期规律，周期大约 29 天半。难道时间机器会受到月圆或月缺的影响吗？我不得而知。

突然，我灵机一动，如果穿越回 28 年前，阴历是不是和今年也一样呢？如果是那样的话，我在 2045 年过完一个中秋节，还可以回到 2018 年再过一次，我有些兴奋。但对比了 28 年间两个年份中秋节的日期，遗憾地发现不是一个日期。我有点

失望，看来不能回到过去过中国的传统节日了。



图 0-8　从月球视角看地球

正当我有所失落的时候，我发现了一个很奇怪的计算农历闰月的数学函数。我从大学图书馆里借了很多书，那些枯燥的文字和公式我读起来却是似饮琼露，如食甘饴。我发现中国传统历法不是纯阴历，而是阴阳混合历，这种历法结合了传统的太阴历和纯粹的太阳历的优点，但是阴历一个月只有 29.5 天，这样 12 个月只有 354 天，比实际一年的长度要少 11 天左右。所以一年有时候不是 12 个月，而是额外增加一个闰月。

我顺着这个计算闰月的函数查找了很久，线索却突然断了，我找不到实现这个函数的代码！通常作者需要自己写一段代码来实现这个函数，但是代码的作者并没有写一个程序去实现这个函数，而是调用了一个外部电路来实现这一功能，为什么这么做呢？

糟糕！我暗自叹道，因为手头没有这个电路，所以根本没法推断出它的功能。看来我又要冒险进一次实验室，亲自找出那个硬件电路。

这难不倒我，我制造了一次网络故障，以网络管理员的身份顺利进入了实验室排除故障。我仔细查看了计算机的外接连线，我看到了一块电路板，上面有几颗芯片，都是商用芯片，我悄悄记下了它们的型号。回到家后，我上网查到了这几颗芯片的说明书，其中一颗芯片引起了我的注意，应该有我想要的功能。

这款芯片的制造商是世界上最先进的半导体设计公司设计的一款顶级产品，最先进的 delta-sigma 调制器电路，用这个电路去计算闰月？我有点摸不着头绪。我听说过硬件计算的概念，在金融实时交易中，为了实现每秒成千上万次的买入卖出，交易员都不用计算机软件，而直接用一种专用的硬件电路来完成，因为硬件电路直接在晶体管层面进行计算操作，非常快速。快速到什么程度？在普通交易员还在点鼠标的瞬间，这种专用电路早已完成了几千笔交易。难道这里也是为了实现高速实时计算的目的？也许，时光机器不允许有任何延迟。

但是闰月的本质到底是什么？通过研究我发现了这背后有更深层次的原因，竟然是数学方面的：一年和一个阴历月之间的比值不是整数而是小数 12.3682，所以必须有一种方法来调和，使得一年的月份数在 12 和 13 之间变化、并且让它们的平均值趋近于 12.3682 这个小数，这个小数可以用两个整数的比值来近似。换句话说，这需要一套算法，让月亮的脚步能够追上太

阳的脚步，而 delta-sigma 电路内部有一种类似太阳和月亮运动关系的负反馈机制：太阳超前了就让月亮多跑一会，多加一个闰月；如果月亮超前了，就不用加闰月，它会自动调整回来。而 delta-sigma 电路刚好可以实现这种闰月的机制！而超高速的电路运算大大降低了程序执行的时间延迟。事情终于有了一点眉目，我对这台机器越来越着迷了！

令我好奇的是，只需两个整数，就可以通过加减乘除的组合表示出两个之间任意一个数值：这既可以是一年与一个朔望月的比值，也可以是不同行星公转周期的比值，甚至可以是两个音调频率的比值！我被这无意中冒出来的想法吓了一跳，虽然这种方法早在古希腊时就被人注意到了，尤其受到了古希腊的毕达哥拉斯学派的青睐。这一学派特别崇拜这种能表示为两数之比的有理数，它们认为宇宙的一切都可以表示为两个整数之比：无论是行星运行周期的比值，还是两个音律之间的音频的比值。

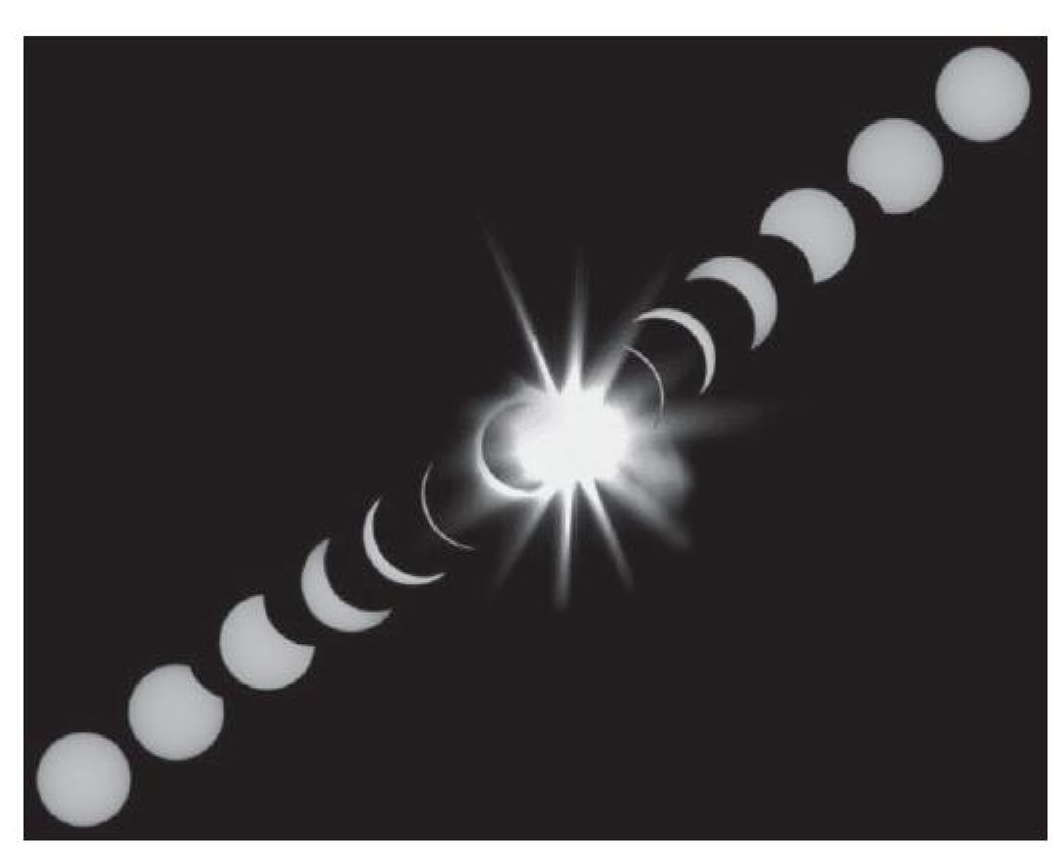


图 0-9　月食

古人对发生日食、月食的时刻特别崇拜，认为这是上天对君王德行的警示或者是大灾大难的前兆。精准地预测日食、月食发生的时刻以便提前准备祈福，或许能化解危难。古希腊人在时间预测方面独树一帜，他们利用整数的比值制作了齿轮组，任何一个人无须纸笔计算就可以非常容易地预测日食、月食时刻，这 2000 多年前的计算装置恐怕是现代计算机的鼻祖了。

音乐和时间也有关系？我不太确信，但是后来我找到的资料里证实了这一点。音调的频率其实是时间的倒数，知道了频率才能准确地调音。在音律比值的研究上，欧洲人被中国人领先了。因为欧洲人固守着有理数不放，无法解决音乐里一个非常重要的音律返宫的问题。这是明朝的朱载堉第一个发现音律之间的比值是无理数，即 2 的 12 次开方，正是无理数才能实现音律的完美返宫。

在我查阅过的所有文献中，最令人惊奇的恐怕是博尔赫斯的一篇名为《时间》的演讲稿。他是阿根廷国家图书馆的馆长，著名作家。他居然说世界可以不需要三维空间，只要有时间和音乐，人们用音乐来交流就够了。

除此之外，博尔赫斯认为，可以把时间比作一条河流，或者一条直线，或者一组连续的数字。一条直线由无数个点组成，而一段时间也由无数个细小的时刻构成，从 1 到 2 之间也可以由无穷多个数字构成。这并不稀奇，但是你只要稍微多深入想一想，就会发现自己遇到了无法回答的问题：

把一根线段分割成两段、相当于把一

段时间分成两段，或者把 1 到 2 的数值区间划分成两段。这种每次折半的分割可以无限进行下去。但是——

既然一个线段是由无数个点构成的，你能把一段极小的线段分割成没有任何长度的点吗？

同样，既然一段时间是由每一个时刻点构成的，你能把一段时间分割成一个无穷小的时刻点吗？

类似的，既然从 1 到 2 的区间是由每一个具体数值构成的，你能通过分割这段区域找到某一个特定的具有无穷位小数的无理数吗？例如，朱载堉发现的音律密率：2 的 12 次方根？

所有这些问题的回答是：不能！！

奇怪吗？很奇怪，但又无从反驳。

但即使是这样，我们的前人——无论是祖冲之、朱载堉还是伽利略、惠更斯还是莱昂斯（Lyons），都义无反顾、犹如飞蛾扑火般地投入到这场无止境的追寻中，他们把一年精确地分割、把音律精确地分割，或者把一分钟、一秒钟精确地分割。

- 祖冲之精确地切割了一年的长度，误差仅仅几十秒；
- 朱载堉精确地把八度音程精确地切割成 12 份，精度达到了小数点后 24 位；
- 伽利略、惠更斯提出的钟摆原理精确地把一分钟切割为 60 秒；
- 莱昂斯发明的原子钟精确地把一秒钟切割了 91 亿 9263 万 1770 份。

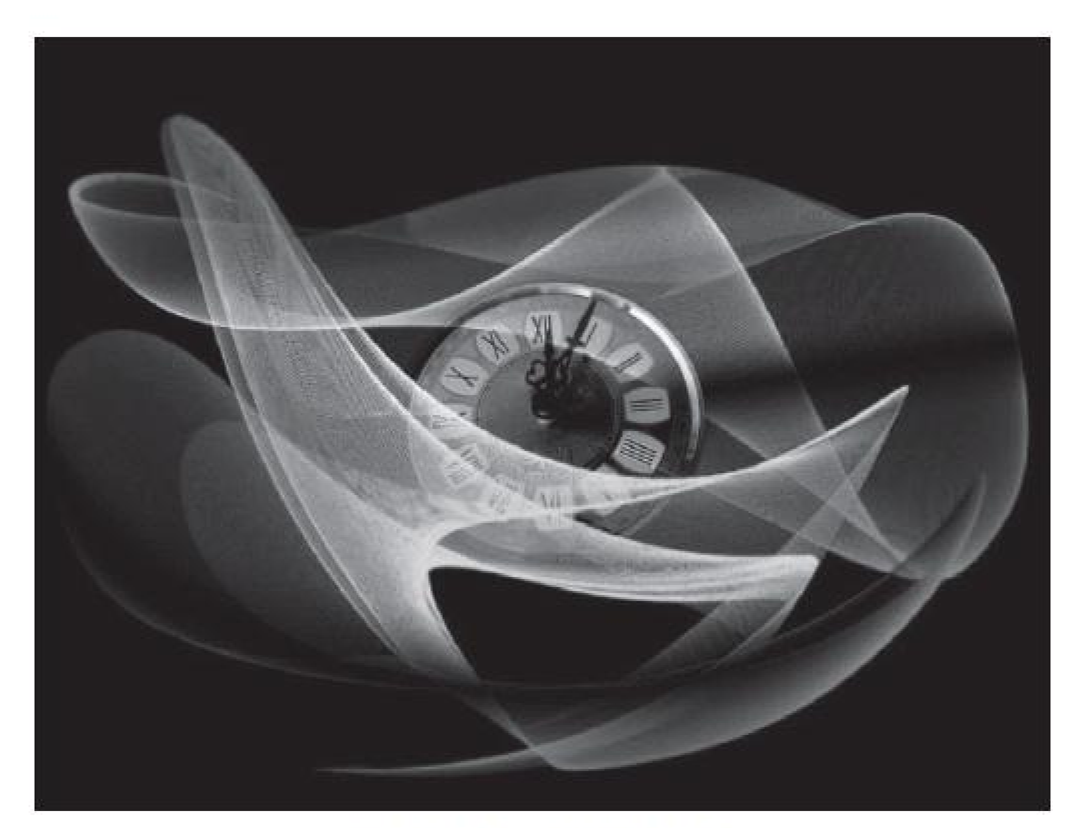


图 0-10　时间之谜

虽然仍未达到所谓的无穷，但是有了这么高的精度，历法和天象不再偏差、数以亿万计的铁路和航班时刻表得以准点、数以百万计的钢琴的音调得以校准、而数以亿万的人们靠着卫星上的原子钟提供的精准的位置导航信息得以准确找到回家的路！

在我记录的几个芯片型号中，我发现有一个芯片非常稀有，它居然是一块原子钟芯片。在一粒大米粒那么大的芯片上集成了一个原子钟，它的精度达到了 200 亿年误差一秒，换句话说，自从宇宙诞生以来，这个原子钟的误差也不会超过 1 秒。这么高的时间精度让我吃惊不小，但这样的精度保证了时间穿越的绝对精确性！

但几千年来人类不就是这么一步步走过来的吗？从最初的日晷、水钟、焚香，到后来的机械钟、石英钟：时间被切割得越来越小，越来越精细。

控制这个原子钟的是一个单独的子程序。通过研读这个程序，我了解了原子钟

的原理。我发现它不仅仅是把时间分割得越来越精确，所有的时钟背后居然都有同一种机制：天之道，犹如张弓乎？损有余而益不足。原子钟和机械钟、石英钟是同样的原理。

谜团正一个一个地被解开。

以我多年的程序开发经验，我陆陆续续发现了一些 bug 并解决掉了。利用我的网络管理主管的身份，我方便地利用修理网络故障以及网络升级的理由进入实验室，悄悄地在时间机器上验证我的猜测和想法。

与此同时，我发现这台时钟机器不仅仅是利用了高精度的原子钟来分割时间，它似乎也利用了生物体的某种机制来辅助时间穿越。

因为我在代码里发现了一些奇怪的提示：每次穿越时，眼睛要闭上，不能注视强光！不允许盲人进行时间穿越！最好在白天进行穿越！多么奇怪的规定？为什么要这样做？

也许是为了防止生命体在时间穿越中受损？或者让生命体更好地适应时间维度的突变？但这与光线有关吗？也许光线里包含了时间信息？光线难道会影响生物钟、从而影响穿越的效果？

我又泡在海量的文献和书籍中寻找答案，后来我终于发现这种生物机制不是别的，而是人体的生物钟原理！这生物钟受到下丘脑一个极其微小的区域的控制，这一块区域受到光线的牵引。但那一小块区域又是受什么控制的呢？



图 0-11　生命体内也许有无数时钟

令我惊讶的是，这生物钟居然是受看不见的基因控制，它是分子层面的一台极其微小的时钟，而它的原理居然和原子钟、机械钟是一样！一种正向的力量和反向的力量相互制约、却又相互转换，此消彼长，相互依存，一起推动机械钟、石英钟、原子钟以及生物钟嘀嘀嗒嗒地走动。一瞬间，我仿佛看到了太极图里的阴阳变换！而这样的分子钟，人体内竟然有亿万台，因为几乎每一个细胞内都有一个分子钟！刹那间，我突然感到自己的无知和渺小：虽然我有可能破解这台时间机器、虽然人类有可能会设计出功能更强大的时间机器，但是在奥秘无穷的自然面前人类不过是一粒会思考的灰尘而已，面对着浩瀚无穷的真理，他只能发出轻声的赞叹。

在一个午夜，我终于找到了一个最关键的 bug：一个隐藏得很深的负反馈没有正确地闭环，导致整个程序的循环不能跑起来。我靠在椅背上，深深呼出了一口气，哼起了一首 *Tu n'as pas cherché a me voir*（《你没来找过我》），这一次不是梦。

28 年了，不算晚，我就要来了。

修正了这个错误之后，后面的一切似乎都顺利起来，程序运行得越来越正常。时间机器具备运行的条件了。不过，在我看来这顶多算一台样机，它有着我刚刚提到的种种限制。

（1）只能在时间里穿越，不能在空间中穿越；

（2）只能穿越到过去，不能穿越到未来；

（3）只能穿越到当前时间的 28 年前；

（4）只能在那里停留 1 小时，不多不少；

（5）只有生命体能完成穿越。

前 3 点对我来说都没问题。我知道，时间机器放置的地方 28 年前是一个用作歌舞排练房的地下室，那里很隐蔽，只有特定时间才有人。在教授的实验室里，有两个时间段没人，我可以尝试穿越，一个是半夜，另一个是周一中午。但程序建议在白天进行时间穿越。我只能选择每周唯一的一个时段：周一中午的组会时间。在那里停留 1 个小时，然后在实验室学生开完组会之前的 12:30 赶回来。

第 4 点，程序设定了回到现实的时间，是穿越后的 1 小时，这也是一个常量，而不是变量。我不敢随便修改它，仍然保留了这个设置。1 小时后，回到时间机器所在的空间位置，设定好的程序会自动把你带回现实。

只是第 5 点，让我有点尴尬。只有生物体可以完成时间穿越。这意味着什么？意味着只有身体才能穿越，而身上的衣服只能留在原来的时间和空间。我总不会赤身出现在校园里吧？想到这，我的胃一阵痉挛。我反反复复地查看代码，想找出一种解决的方法，但我一次又一次失败了。我无比失望，看来要功亏一篑，放弃这一计划了。

一天，在校园里我经过一栋圆球形的建筑，透过窗子我看到橡木地板，一排大镜子，一边是跳芭蕾的扶手杆，另一边是一大排幕帷。原来这里是舞蹈排练房。当初地下室的排练房华丽转身，是隐藏在这么一栋流线型的房子里。转眼间，我有了一个主意，溜了进去，打开幕帷，惊呆了：成排的表演服，古装、现代、中式、西式、长袖、短袖，应有尽有，甚至有鞋子！我眼睛一亮，曾经的排练房也应是如此。

2045 年 9 月 15 日，周一中午，教授的实验室照例开组会，机房里空无一人。前一天晚上我制造了一个网络故障，周一早上我接到了报修电话，就顺理成章来到实验室修理故障。

于是我完成了我的第一次时间穿越，将就着那套并不合身的衣服。

第一次接触

第二次穿越，发生在一周之后的周一中午。

在等待的一周时间里，我翻出了相册，找到了刚刚上大学时我的照片。尚显稚嫩的额头、微微翘起的嘴角、清亮但透出一点迷茫的双眸，我在想：这就是我吗？曾经那个不知天高地厚、动不动就幻想十年后自己的我？那个脑子里装满了各种想象、对未来的各种可能想尝试一下的我？这个年轻人充满激情、浑身是劲，但却不知往哪里使。

突然，我想和年轻时的自己聊一聊。我想知道他的苦恼、他的困惑。虽然我不能亮明身份，但至少他可以找到一个可以倾诉的对象，这也许会帮他渡过他眼前的困难。如果还能够顺便帮他解决一些疑惑，那就更好不过了。

过去的一周，我仔细研读了所有已知的文献，发现过去的自己和现在的自己都是有机体，相遇后并不会一起湮灭，这让我消除了见面时产生的恐惧。

当然，我绝不会让他发现我是谁。这一点，我有信心。我的模样已经在28年间发生了巨变：肚子隆起，后背弯曲，发际线后移，稀疏的白发爬上了46岁男人的两鬓。最大的变化是身材，我已经从当年消瘦的120斤小伙子，增肥成170斤的大胖子，这都拜我多年的熬夜和久坐所赐。

我反复品味重新见到年轻的自己的一幕幕场景，28年的时间让一切变了许多，又似乎有许多东西没有改变。耳边传来一首老歌，我哼了几句，一种难以名状的感觉涌上心头，我把歌词改了一下：

你的软须，我的稀发；
你的双眸，我的眼纹；
你的单车，我的离合；
你的球鞋，我的领结；
你的桌游，我的病历；
你的星光，我的晨曦；
你的别处，我的此地；
你的易拉罐，我的保温杯；
你的科比，我的载堉；
你的成绩单，我的体检表；
你的白日梦，我的回忆症；
你的远方，我的旧行囊；
你的牢笼，我的暖乡；
你的远眺，我的回望；
你的目光，我的目光……

接下来这一次穿越，我已经轻车熟路了，一切很顺利。在排练房我换了一身笔

挺的西服，看起来挺精神的，我尽量看起来像一位大学老师。

我来到了大学食堂。我知道他每周一中午一定会去二食堂的面点部吃饭，因为周末面点部师傅回家休息，他这个忠诚的北方胃已经两天两夜没有吃到正宗的北方面食了，周一上午没课，睡个懒觉，10 点多起来，11 点多来食堂点一份面食。这是他那时唯一雷打不动的时间表。

在排练房换好衣服，来到食堂后，我没有直奔面点部，而是坐在门口的一张桌子旁假装等人。远远看到他过来了，去了面点部，我也跟过去，排在他后面。轮到他刷卡时，我对他说：“同学，能帮我刷卡吗？我忘记带卡了。”

他是个软心肠，马上同意了。

“谢谢，我会还你钱。”

他端着餐盘找了一个位置坐下，我买好后坐在他对面。我翻了翻口袋，没有钱，这是一定的。从 2045 年过来的时候确实没有带钱，也带不过来。

“能不能下次吃饭时给你？我在新校区办公，每周一来这里讲课。”

“哦，你是新校区的老师？”

“对，我是电子技术学院的，每周一下午我在这里讲课，所以中午在这里吃饭。”我盯着餐盘，手拿筷子，不动声色地说。

“你也没带手机吗？可以移动支付。”

“哦，没带，我下午有课，带了手机也没法接打电话。”我解释道。其实我已多年不用手机，2045 年，谁还用手机，一定会被 30 后嘲笑：那是 90 后、00 后的古董玩意！用脑电波就可以下令搜索信息，用手表就可以把任何图像投射在墙上、桌面上、手掌上。干吗要用手机？

“哦，那倒也是。”他喃喃自语。

“你今年大二吗？”我明知不是，故意问道。

“怎么，老师看我像大二的？”他的脸上露出一丝难以觉察的微笑，“其实我才大一。”他的双眸有了点亮光。

“哦，刚来大学习惯吗？”我抬头问道。

“嗯，还好。就是有点像刘姥姥进大观园，除了上课，我听了很多讲座，每一个讲座似乎都很有意思，但面对这么多选择，我有点晕，不知道如何是好。”

“什么选择？”我顺势问道。

“前些天听了一个物理学讲座，老师讲到了爱因斯坦的相对论，讲到了爱因斯坦终身的遗憾就是没有把量子和引力统一在一起，拿到物理学研究的圣杯，而爱因斯坦去世 50 多年了，这个问题不但没有解决，反而变得更加扑朔迷离。而且新的物理学科风起云涌，超导研究、混沌学科、凝固态物理、引力波、量子通信，时不时有一个方面取得了重大突破，吸引人的注意力，但仍然有很多未解之谜。宇宙最终会毁灭吗？听说前几年的诺贝尔物理学奖颁发给了一些宇宙学家，他们认为宇宙最终将毁灭于‘冰’——一种极寒冷的状态。如果宇宙最终毁灭，即使移居其他星球又有什么意义？人类的文明还有什么意义？我们活着又是为了什么？”



图 0-12　宇宙的未来究竟是什么？

“哦，这真是个大问题。还有其他的吗？”我决定还是不把未来科学的研究成果透露给他，以免暴露身份，于是继续听他讲述。

“我还听了一个生物学讲座。DNA 发现已经有 60 多年了，可是人们仍然没有完全搞清楚生命的本质。2005 年《科学》（*Science*）杂志在庆祝创刊 125 周年之际，公布了 125 个最具挑战性的科学问题，其中一半的问题涉及生物学方面，比如意识的生物学基础是什么？人类寿命到底可以延长多久？地球生命在何处产生、如何产生？这些问题都是未解之谜。还有很多问题，我也很困惑：我们的行为是我们的自由意志吗？还是受基因控制、我们只不过是在执行上帝写好了的 DNA 程序？”



图 0-13　DNA 双螺旋结构

我暗自思忖着，即使到了 2045 年，这些未解之谜仍没有几个被弄清楚，我只好实话实说，“生命的奥秘确实不容易一下子弄懂。不过你的兴趣挺杂的。”

“嗯，我还听了一个信息学科前沿领域的讲座，讲的是关于人工智能的未来发展。在十几年前人们提到人工智能还是带着质疑的眼光，那个连语音识别都做不好、下围棋总是输的人工智能，突然间就像经历了青春期突然变得老成起来的青年，一路攻城略地，打败了人类的顶尖围棋手，可以自动驾驶汽车开上这个星球上最拥挤的城市的道路，语音识别，尤其是对方言的识别准确率甚至超过了一般人，会负重行走运送重物、跌倒后自己会很灵活地爬起来。仿佛一夜之间，人类被自己创造的东西完全征服了。未来究竟会怎样？自己所学的专业技能会不会在未来的 10 年里就被机器人替代，以致于失业？按照目前这飞速发展的态势，应该是很有可能的吧？想到这里，我的脑袋都方了。”

“哈哈，是吗？！”我一边听一边仔细回顾，没错，人工智能在 2016 年开始飞速发展，大有席卷海内、革新所有行业的趋势，一时间很多人担心以后被机器人替代。我于是问道，“眼下最让你焦虑的是什么？”

“让我焦虑的事情很多，至于未来我还考虑不了那么远。我只能先看这眼前，大一结束后就要开始选专业了，我有很多选择，但到底是该选生物学还是物理学，还是信息科学、材料学？我拿不定主意，未来有千千万万种可能，而自己却只能弱

水三千只取一瓢饮。”

他停顿了一下，接着说。

“而且现在有了许多交叉学科，这样我面临的选择就更多了！这些学科为什么能交叉？有什么相通之处？我需不需要把每个专业的课程都学一遍才能驾驭跨学科的学习和研究？总之，这些问题萦绕在我的脑际，相互纠缠着，难解难分。老师，我的疑问你能解得开吗？”他抬头看了我一眼，眼神似乎在寻求答案。

“从根本上来说，这些疑问只能要靠你自己解开！**靠你自己通过深入的思考和研究来解开自己心中的疑惑**。别人是帮不了太多的。”我选择先退一步。

“但是没有了别人的启发，我也很难理出个头绪出来。”

“其实重要的是找对方法，有了一套行之有效的学习和研究方法，就有了目标和指引。”

“话虽这么说，可是方法毕竟因人而异，不会有一种适合每个人的方法吧？”

“你说得很对，没有一种方法适合所有的人。但是要找到适合你自己的方法，还是要靠你自己。因为自己哪里痒痒只有自己最清楚，也只有自己才能找到给自己止痒的最佳姿势。”我故意打起了太极拳。

“但如果我尝试了几种方法，发现都不适合我，然后我就此放弃了呢？我觉得这有很大的可能性。”

“你说得对，所以方法还不是最根本的问题，在方法之上，还应该有其他的动力来牵引你。”我轻轻一带。

“那会是什么呢？”

“兴趣和好奇。”

“哦，那恒心和毅力呢？不是也很重要吗？”

“对，恒心和毅力很重要，当你有了目标的时候，恒心和毅力很重要，但是当你没有目标时呢？你到哪里去找目标呢？你想找什么样的目标呢？”

“哦，我同意，这就需要兴趣和好奇了。但是到底什么决定了一个人的兴趣，我就不清楚自己最大的兴趣是什么！要是有一套问卷或者公式能够测试出我的兴趣所在，那就好了！”他看着我，笑了笑说。

“那我问你，你喜欢水煮鱼还是糖醋里脊？”

“糖醋里脊！”

“你看，你想都不用想就立刻知道你喜欢的。你根本不用别人告诉你——你最喜欢什么，不是吗？你并不需要别人告诉你，你应该喜欢糖醋里脊，然后你才去下了一个决心去喜欢糖醋里脊的，你不需要用这种方式来喜欢上某样东西。兴趣也是如此，你不需要别人告诉你——无论是问卷还是公式——你最大的兴趣是什么？你自己一定是清楚的。”

“但有些人一开始没有兴趣，是后来才培养的，你怎么解释这种情况的发生？”

“我以前不喜欢羊肉，现在也喜欢了。这是自然而然地发生的，不是别人命令我去喜欢的。”我指着碗里的羊肉说。

“但是我觉得兴趣和好奇有点缥缈，就好像我今天喜欢刀削面，明天喜欢手擀面，随时都在变化，我怎么知道这是不是

我真正的兴趣呢？”

“嗯，你需要深入进去、付出时间、付出精力。否则都是空谈。深入进去，你才会发现有意思的，一旦你觉得有点意思了，你的兴趣更浓了，你就愿意付出更多时间。就像小王子说的：**正因为你为你的玫瑰花费了时间，才使你的玫瑰如此重要**。如此循环下去，兴趣和努力相辅相成，你就发现自己已经走在一条发现之路上了。一旦你进入了这种状态，你会发现新东西成了一种无以取代的乐趣、一种难以名状的乐趣，这比你中了百万大奖还令人激动！”

“不过我还是体会不到，你能举个例子吗？”

“好吧，看来你不是那么容易被说服。我想一想，看看有没有合适的例子能说服你。哦，有了！有一位搞电机的教授陈之藩，他曾经去剑桥留学。初到剑桥的几个月里他没有读一本专业书籍，却跑去和人聊天侃大山。”

“哦，他为什么热衷于聊天呢？”

“因为这是剑桥的传统。他一到剑桥，就被那里特殊的习俗所吸引，也就是每天晚上和不同学院的老师聚餐，除了吃，还有酒。当然他是醉翁之意不在酒，特别喜欢和不同学科背景的人神聊闲侃。每一次的聚餐前你都不知道会遇到什么样的人坐在你旁边，而每一次聊天都像是一次思想的碰撞。有时坐在你邻座的是研究哲学的、历史的，有时又是计算机或者数学的，大谈罗素、维根斯坦或者莎士比亚。”

“这真是一种奇怪的制度，是谁创造出这种传统的？”

“陈之藩也不知道是哪位圣人创出的这种制度，总之，这种制度是无时无地让你混合，比如教授与学生混合，吃饭与聊天混合，‘天南’的系与‘地北’的系混合。而经过着一番混合走出餐厅，会发觉除了胃感觉有所不同外，脑袋似乎也有所不同。好像有好多观念在教导你，有好多想法在诱引你。”

“哦，用古语形容就是：与君一席话，胜读十年书！”他眼睛一亮说道。

“对，经过这一番混合和讨论，他很快有了一个很好的想法，做了一次公开演讲后，他的导师认为可以把这个想法作为博士题目，于是，陈之藩只用了一年半的时间就拿到了博士学位，恋恋不舍地离开了剑桥。”

“哇！”

“陈之藩终于明白，要感谢那些杯中之酒，烧软了如铁的死头脑，也多亏那些藉促膝之谈，激出智慧的新火花。”

“有意思！套用现在的话，就是每一天都是在进行着跨学科的讨论，难怪剑桥出来了那么多很怪，但是很厉害的学者。”

“嗯，这种讨论又是如此地自然，因为人不能不吃饭，所以聚在一起讨论不需要找什么理由。而吃饭时精神自然放松，所以容易打破自己的思想束缚，去发现和接受别人的思想。要知道，很多情况下，这些不同学科的人之间相互并不了解，甚至不知道彼此的存在。”

“哦，是吗？”

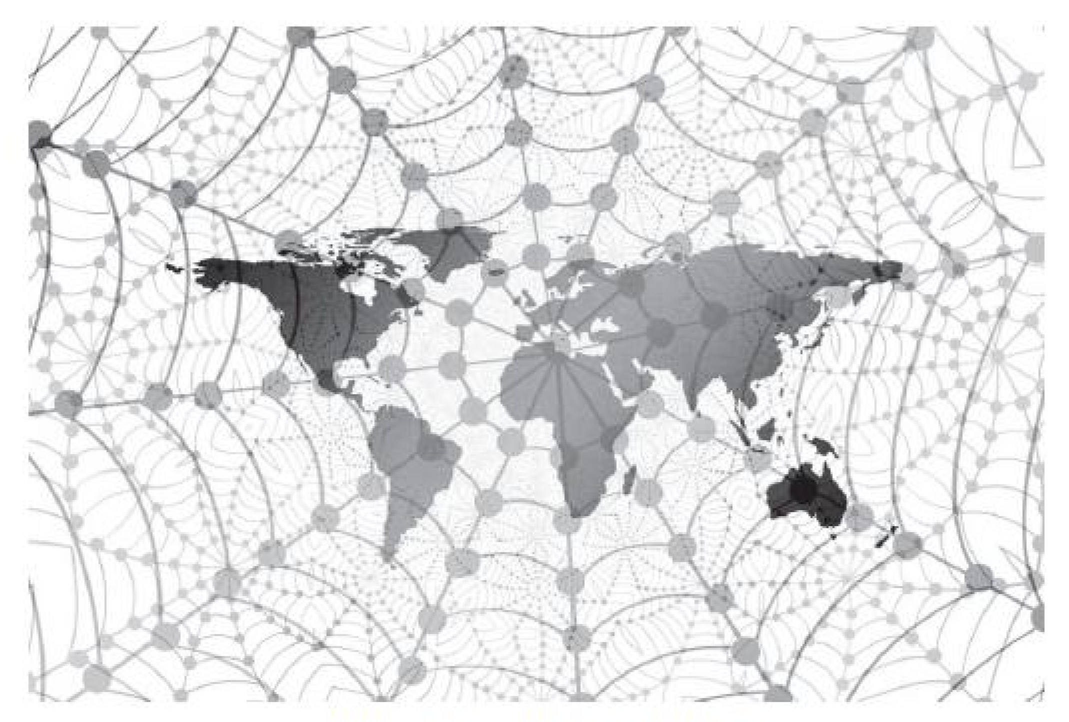


图 0-14 跨学科之网

“**跨学科思考**可以让我们知道有这样一批研究不同学科的人，其实是在研究着同一个大问题，或者说是不同的人正在摸同一只大象。只有当他们坐下来讨论时，他们才会发现，对于同一个主题，不同的学科都在研究。”

“可是，为什么不同学科的研究人员彼此不会沟通呢？”

“那是因为今天做科学研究已经和牛顿、达·芬奇那个时代完全不同了。每个人都固定在一个狭小的领域里淘金。社会分工逼迫着学者只能在一个狭小的领域里钻研。如果问一个搞工程的研究人员 DNA 复制的机理，或者让一个搞生物的人讲清楚 GPS 的原理，恐怕都讲不清楚。”

“这种分歧有这么严重吗？我觉得我还记得高中生物课的 DNA，也记得物理课上提到的卫星定位的基本原理。”

“这只是分歧的开始，如果你将来投身到科研中，你就会发现你只有时间去关注和自己紧密相关的研究领域，其他不相干领域的东西会渐渐被遗忘掉。所以我们有必要在你还没有完全遗忘之前提醒你，还有这么多的研究本身就是涉及不同学科的东西，不管你将来做哪方面的研究，都会涉及其他学科的内容。”

“那老师您的意思是说，DNA 有可能和卫星定位有紧密关系？”

“我可没有这么说，不过你也不能否定二者之间毫无关联！说不定将来我证明给你看！理论上我们可以认为所有的知识都是一个巨大的、统一的整体，我们总能够从一个部分出发，走到另外一个部分。不同学科知识之间的联系，虽然没有像一个学科内部的联系那么直接，但是如果我们仔细思考后会有所收获，会在海边捡到一些闪光的贝壳。例如，有些知识千差万别，但是背后的机理确实很相似的，在一个学科里解决不了的问题，用另外一个学科的现成的方法就可以很好地解决。”

“能举个例子吗？”

“比如，物理学里要用到数学，如果这门数学还没有发明出来，像牛顿这样的物理学家就自己发明起数学来。又或者，一个学科的发展开始只是局限在一个小的范围里，但是若干年后，却启发了另外一个学科的人，从而打开一个新局面，深深影响了其他的学科。这些都是令人兴奋的地方。”我放下筷子兴奋地说道。



图 0-15 跨学科话题

“这倒是挺有意思的。不过，跨学科的话题多吗？很难找吧？”

“应该说：难，也不难。我们不是缺少美，而是缺少发现美的眼睛。跨学科的东西不会自动跳出来，要靠我们去发现。有了发现的眼睛，总会像淘沙一样把金子淘出来。”

“可是这样淘沙，总应该遵循一些程序或者步骤吧？”

“最简单直接的方法就是讨论，先把那些教科书放到一边，从自己的想法出发。”

“这个，我同意。我有一种奇怪的感觉，有些教科书似乎是在和读者捉迷藏，它们成功地把事物的本质掩盖在一行行冗长的细节叙述和纷繁的数学公式里，让我摸不着头脑，渐渐兴趣索然。那我们如何开始讨论呢？”

“一开始，没有人知道从哪里开始。但是总会有一个最基本的问题冒出来，你就沿着这些基本问题去思考，去搜集线索，然后再引申出新的问题来讨论。任何的质疑都可以成为问题，有了问题自然就要去思考，思考不明白就去查资料，查不到就讨论，讨论中你也许会发现一些端倪，有了新的线索后继续深入下去。”

“太好了，老师我能和你讨论一些跨学科话题吗？”

“当然可以。”鱼儿上钩，我不禁自喜。

“不过，这么多跨学科话题，到底从哪个开始呢？”

我警惕地看了看墙上的钟表，已经12:20分了。

“哦，今天时间可能不够了，我下午有课。你我回去都想一想从哪个话题开始。要不我们下周一再接着聊？”

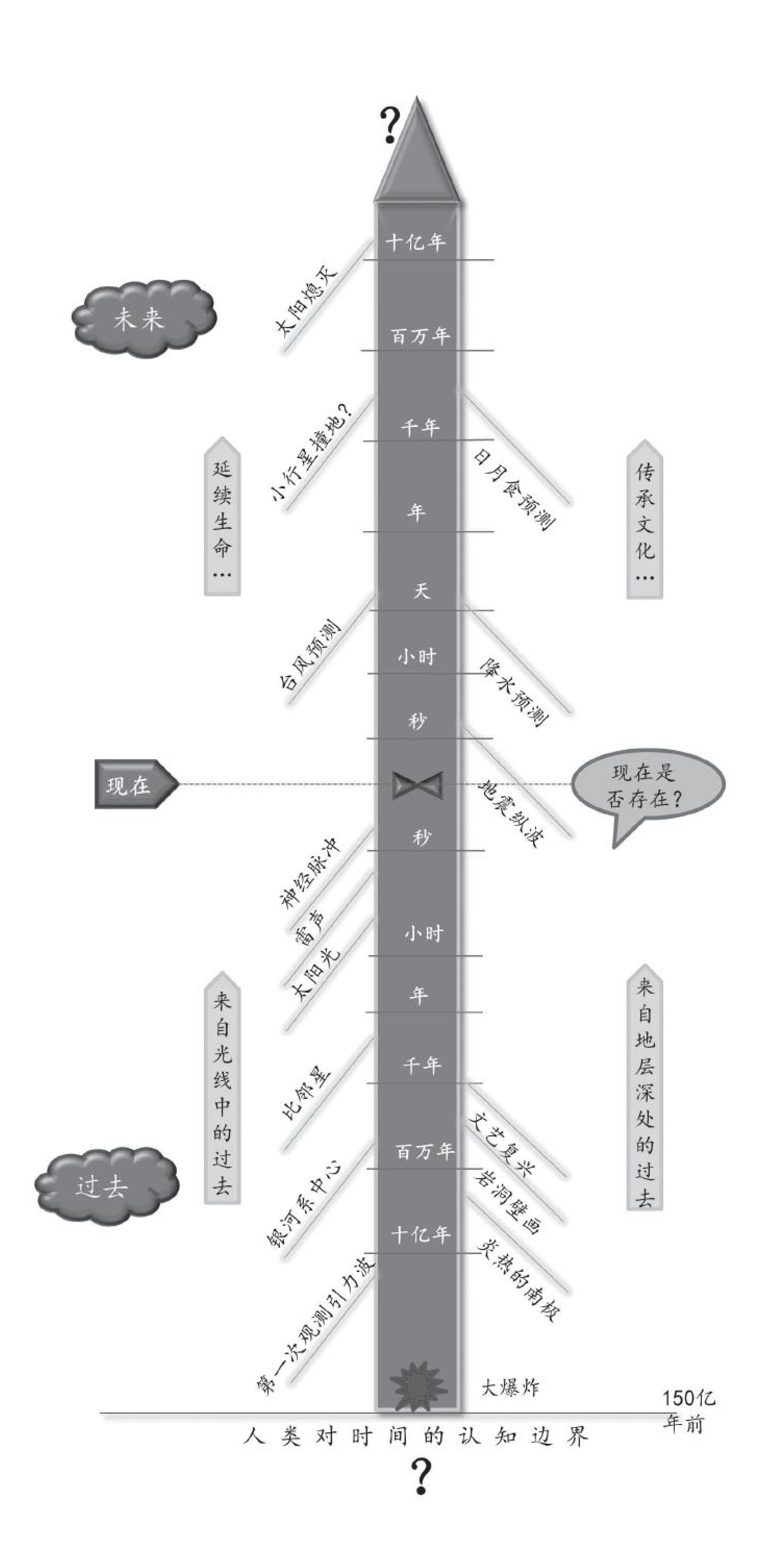
“哦，好啊。”

“别忘了提醒我还你钱。”

“不用那么麻烦了，老师。”

“那下一顿我请你好了，就这么说定了，下周一中午再见！”

“好的，老师再见！”


?
十亿年
百万年
千年
年
天
小时
秒
秒
小时
年
千年
百万年
十亿年
未来
太阳熄灭
小行星撞地？
日月食预测
延续生命…
传承文化…
台风预测
降水预测
现在
现在是否存在？
地震纵波
神经脉冲
雷声
太阳光
来自光线中的过去
来自地层深处的过去
比邻星
过去
文艺复兴
岩洞壁画
银河系中心
炎热的南极
第一次观测引力波
大爆炸
150亿年前
人类对时间的认知边界
?

1.1 时间！时间！

一个星期之后，我顺利地穿越到了28年前。我先在排练房后面一个隐秘的地方搜出藏好的饭卡，来到食堂。我和他又见面了。我已经很适应这种穿越了，而且我扮演的老师越来越入戏。

还是老地方。我拿出饭卡，帮年轻的“他”刷了卡，然后找了个地方坐下。

“找到什么感兴趣的话题吗？”他一坐下来就问道。

“时间！”我回答道。

“时间？为什么选择‘时间’作为话题？”

“时间是物理学研究不可缺少的一块，从研究宇宙诞生到牛顿的绝对时空和爱因斯坦的新时空观，都离不开时间。时间也是生物学里非常重要的东西，化学反应也离不开时间，文学和艺术里面也有时间的影子。”我背靠着椅子说道。

“嗯，时间还真是符合跨学科的特征。可是虽说如此，时间这个概念我总是感觉有些抽象。你说时间到底是什么？”

⊙ 时间是什么？

“两千年前，**奥古斯汀**就曾不停地追问：什么是时间？他说：“如果没有人问我时间是什么，我是清楚的，但如果有人问我时间是什么，我反而不知道了”。“时间是个抽象的东西，也是复杂的东西。”



图 1-1　时间之谜

“但是有没有一句话能说清楚时间是什么？”

我突然想起女儿的一本绘本里的话，于是说道：“时间是时钟的嘀嗒嘀嗒……时间是花儿开了又谢……时间是太阳落下月亮又升起…… 时间是我的头发越长越长，而我越长越高……”

“可这只是时间的效果，而不是时间本身。”看起来他并不容易上当。

“那就让时间自己来告诉你它是什么吧。在电影《爱丽丝梦游仙境 2：穿镜传奇》中，时间大帝是这样自我介绍的：我就是时间，无穷无尽，无始无终，万世不朽，也无可衡量。爱丽丝也说：‘我曾

以为时间是个小偷，偷走了我爱的一切。但我现在明白了，**时间总是先给予再拿走。每一天、每一分、每一秒，都是馈赠。**’”我望着他，不知他是否能体会到这句话的含义。

“每一天、每一分、每一秒，都是馈赠。”他重复着这句话，若有所思。

我又想起一句类似的话，说道：“英国学者布莱克说过：**时间是永恒的馈赠**。”

“时间是永恒的馈赠？有诗意！可为什么这馈赠是永恒的？”

我稍微想了一下，说道：“请这样思考一下，如果这馈赠源源不断地到来，那就是永恒。时间源源不断地馈赠给我们一代又一代的人，每个人一天都有 24 个小时，每个人都有一辈子。旧的人来了，拿到了他那份馈赠，走了；新的人又来，领到了属于他的那一份馈赠。对于每个人来说，他只能拿到属于他的那一份馈赠，第一次也是最后一次，之后终有一天他会消失、会离开。”

“既然会消失，为什么馈赠是永恒的呢？”

“对于人类这个群体来说，那馈赠源源不断，恒久不断。虽然一个人会消失，但是群体仍在，时间的馈赠不曾中断，就像天上的鸽群。”我指了指窗外飞过的一群鸽子。

我在说这话的时候，想着自己坐在这个地方，正在和年轻时的自己对话，不禁恍若隔世。仿佛是一个贪吃的小孩子，本来领了一份属于自己的蛋糕，但吃完后又跑去厨房偷了一块出来。

⊙ 有限的生命，无限的接力

“天上的鸽群？什么意思？”他露出一丝困惑。



图 1-2　天上的鸽群似乎永远是那一群

“天上飞翔的鸽群，它们变幻出各种形状，发出呼呼的哨声，过了那么多年，似乎仍是那一群，但不是的，它们的个体已经不同。鸽群不知已经更替了多少代，虽然在外人看来似乎仍是那一群，鸽群仍是鸽群。”我说道。

“哦，明白了。”

“虽然鸽群已经不是原来的那一代，但鸽子仍会把飞翔的本领、咕咕的鸣叫声、导航的秘诀传递给下一代。人类也一样，你我会消失，但是人类的文明、习俗、传统会一代一代地接续下去。你我的想法——如果它们有价值的话——也会由后人一代一代传递下去。而这，都归因于时间的馈赠，馈赠给我们每一个个体。”

“嗯，有点意思，这么说起来，我觉得心里好受一些了。”

“甚至不只是一个单一的生命体，就连生命体本身内部的细胞也是如此地替换。组成我们身体的大部分细胞都不会跟随我们一生：皮肤的表皮细胞 28 天更新一次，舌头上的味觉细胞更新周期只有 10 多天，

心肌细胞更新速度较慢，每年大约更新 1%。但是我下次见到你时，仍然觉得你还是你，不是别人。”

“对了，为什么细胞也要更新呢？”

“科学家发现正常细胞能进行的有丝分裂的次数存在一个上限。每一个细胞接受的时间的馈赠有长有短，但都不会超过人体的生命的极限。新的细胞又会补充进来，继续接受时间的馈赠。例如，在体外的培养液中，人体细胞进行 60 ～ 100 次分裂后，就不再继续分裂了。这些细胞终究会凋零。似乎人体内存在一种有丝分裂钟，能对细胞分裂的次数进行计数。到了老年之后，人体细胞的分裂次数越来越少，直到最后细胞会停止分裂，那时我们就真的老了。”

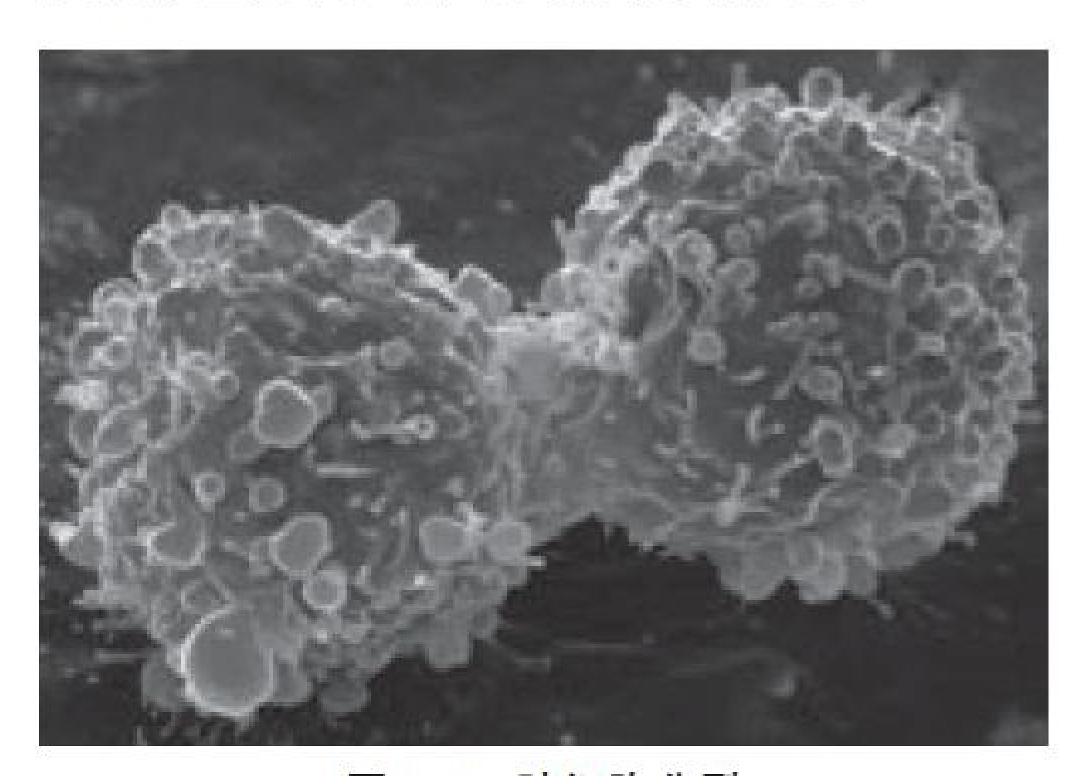


图 1-3　肺细胞分裂

“现在基因技术这么发达，难道不能找到控制有丝分裂次数的基因，然后对其进行改造吗？”

“嗯，这是有可能的。科学家发现，通过某些基因的突变，人类的成纤维细胞可以多分裂 20 ～ 30 次。但是这有个问题，细胞每分裂一次，染色体末端的所谓端粒就会失去一截。当人类进入老年，端粒长度缩短为年轻时的一半左右，细胞就进入了衰老期，分裂越来越少了。但如果不顾端粒长度过短而继续分裂，细胞则会发生癌变！”

“哦，是吗？所以，限制细胞的分裂次数，似乎是生命体主动的选择？这种降低生命长度的选择，反而是对恶性病变的有效防御？”他问道。

“正是！很矛盾但又确实如此，因为生命知道孰重孰轻。”我说道。

“既然这么说，那每个人的生命是有限的，而不是无限的这个事实，也许对于人类群体的长远发展有着无法替代的好处。”

“嗯，我是这样认为的，如果每个人都长生不老，不仅仅是地球的空间不够了。如果一个人没有了期限，那他也就失去了做任何事情的动力，反正你可以在将来任何时候再做。整个人类或许都变得懒散而无所作为，说不定毁于某场灾难。所以乔布斯曾说，死亡是生命最好的发明。”

“死亡是生命最好的发明，为什么这么说呢？”

“因为一想到生命有一个期限，你就想到不应该浪费生命去过别人的生活；一想到生命即将逝去，你就会倾听自己内心的声音而不是别人的看法。一想到自己的有生之年何其短暂，你就越想让自己活得更加精彩！”我一口气说了这么多，仿佛在演讲。

“嗯，我也有同感，”他停了一下，似乎又想起了什么，问道：“我还有个疑问，无论是鸽群、细胞还是人类，既然每一代的生命都是有限的，但它们都可以通过基因把自己的形态、习性传递给下一代，

那人类之所以为人类，在这场浩大的接力中又有什么独特之处呢？”

“这是个好问题。基因也许是生命体最伟大的发明，有了它即使是最简单的单细胞生物也可以把自己的所有特征遗传给下一代。但人类之所以为人类，有他伟大的地方。他不仅仅可以把自己的基因遗传下去，甚至可以把自己的记忆通过集体的形式‘遗传’下去，或者叫‘继承’更确切一些。”

⊙ 死而不亡者寿

“集体的记忆吗？”他问道。

“对，你说对了。一个人在很大程度上是由他的记忆构成的。他可以移植一个手臂、一条腿、一个肾脏，但没有人愿意移植别人的大脑，因为那里面装的不再是自己的记忆了，也不再是他自己了。岁月流逝，一个人的面貌、神态、肤色都会变，但一个人最独特的地方、能够和他人区别开来的不是他的面貌、衣着，而是记忆。人离世了，他的记忆也随之而去。”我说道。

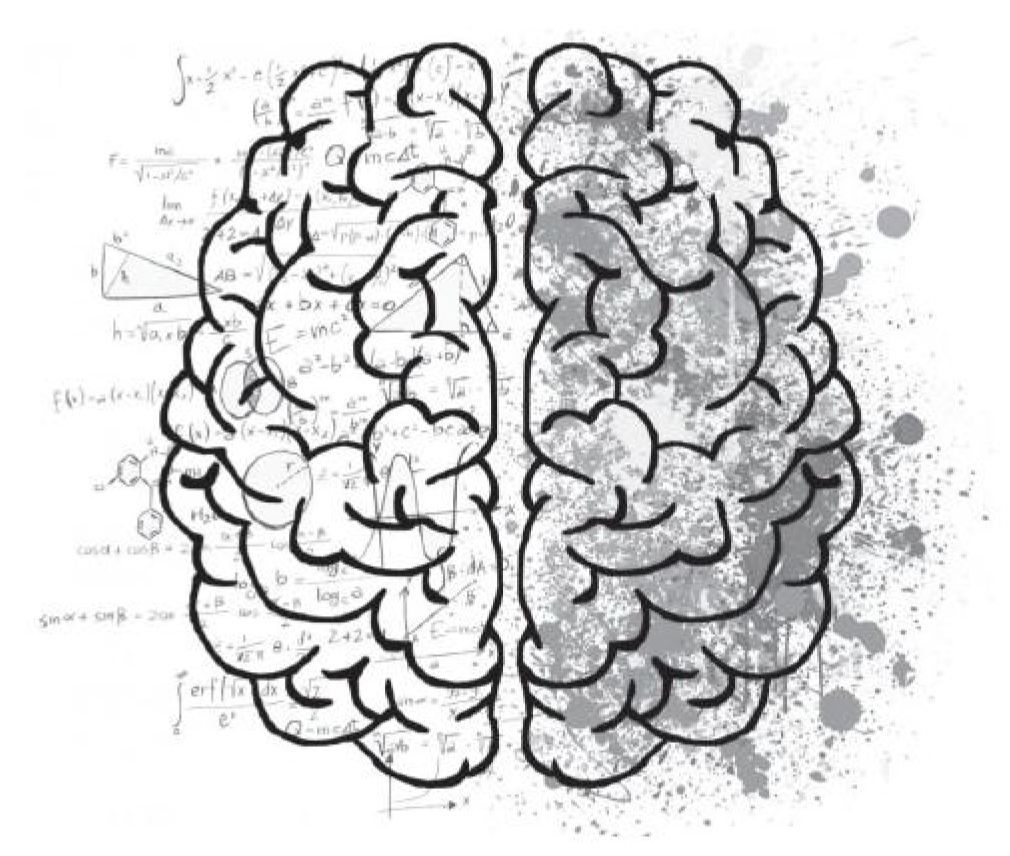


图 1-4　记忆

“嗯，这时间的馈赠也消失了。”

“但是人终于发明了更好地保存记忆——也就是保存时间的馈赠——的方法，把想法、思想记录下来，通过集体的方式传递给后人。这样一个人就会被人长久地记住，在某种意义上，他一直活着，并没有完全死去。”

“嗯，如果完全被人遗忘，才是真正的死去。”

⊙ 此时此刻存在吗？

“每一个记忆的片段都是一个盖在信封上的邮戳，它告诉你某一刻发生了什么。简而言之，时间就是过去、现在和未来。未来还没有到来，我们不清楚会发生什么。而过去了的，我们也挽留不住。所以在弄清楚什么是过去、什么是未来之前，要先搞清楚什么是现在。”

“可是什么是‘现在’呢？”他问道。

“你能告诉我吗？”我反问道。

“现在，从字面上就是当下所处的时刻，也就是此时此刻。”

“可是当我们仔细思考一下这个此时此刻，你会发现它并不是那么简单：**因为此时此刻并不存在！**”我说道。

“现在不存在？怎么会这样？！”

“请慢慢听我讲。为什么我们会认为存在‘此时此刻’？那是因为我们感受到了‘此时此刻’。比如此时我正在对你讲话，你现在听到了我讲的‘这句话’。当你听到这句话的时候，你说此时我听到了。可是如果我们把时间的精度放大，你真的是

在我讲‘这句话’的同时听到了这句话吗？还是有一个微小的延迟呢？”

他看了看我，有些迟疑：“应该有个微小的**延迟**，因为声音是以有限的速度传播的。”

我接着说：“对，你现在距离我 1 米，声波在空气中传播的速度是 340 米 / 秒，那么，我发出的声波经过了千分之三秒也就是 3 毫秒后才传到你的耳朵。”

他插话说：“可是这千分之三秒真的很重要吗？”

“对于我们的谈话来说，这并不会影响到我们交流的效果。但是如果我们之间的距离足够远，那么这种差别就显现出来了。比如，我们会先看到闪电，然后才会听到雷声，通过这两者之间的时间差我们可以估算出雷电到我们的距离。那么，这也就意味着打雷时，在云层里有一个‘此时此刻’，而我们听到的雷声是另一个‘此时此刻’。那么我们应该以哪个‘此时此刻’为准呢？”

“但是我们至少可以说在某些近距离的情况下，仍然可以近似认为存在着‘此时此刻’。毕竟这并不影响交流的效果呀。”

“如果打越洋电话或者越洋视频通话，距离几万公里，除了光速要延迟零点几秒外，信息在传播的过程中要经过各种中继站、不断调制调放大滤波，处理这些也需要时间，我们能感受到它比面对面交流多了一点延迟。所以，从绝对意义上讲，并不存在‘此时此刻’。”我露出了一丝狡黠的笑容，好像在说：“怎么样，我赢了！”

“那可否认为是由于存在距离，所以造成了‘此时此刻’并不存在。如果取消了距离，我就贴在别人耳朵上说话，那不就是‘此时此刻’了吗？”他并不打算认输。

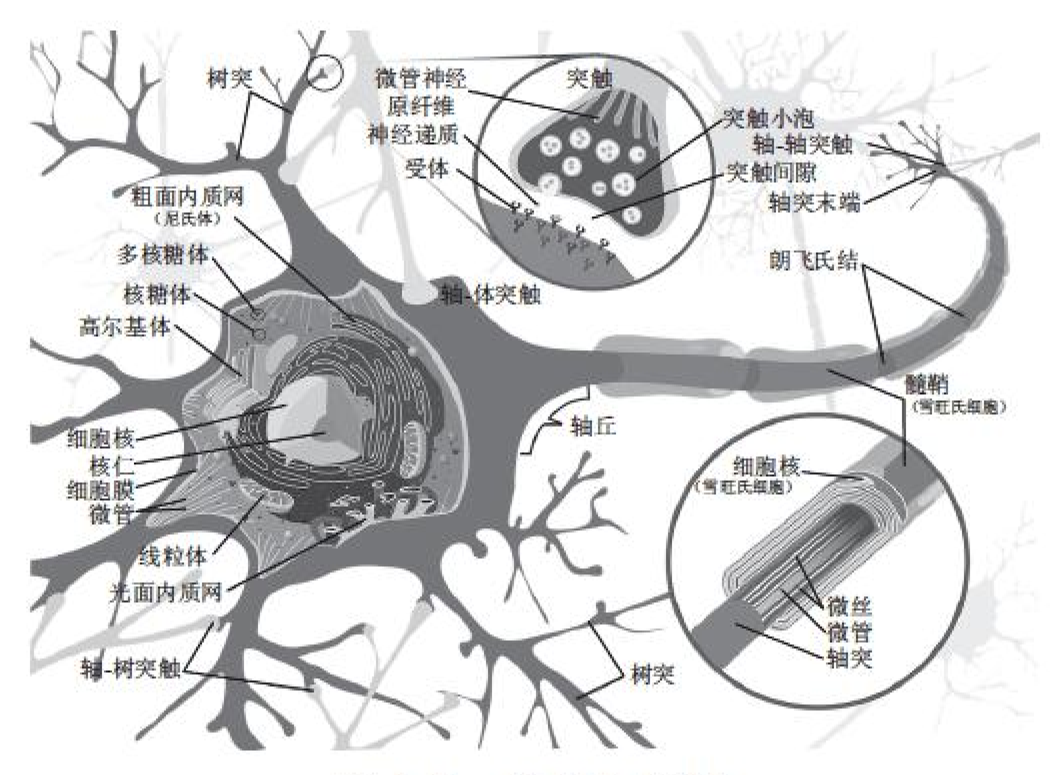


图 1-5 神经元连接

⊙ 神经元的脉动

“你讲的有道理。不过如果要弄清楚这一点，我们就要从‘物理模式’切换到‘生物模式’了。”我说道。

“什么意思呢？”

“请允许我问一个问题，当我们的耳朵的鼓膜接收到声音而震动时，就表示我们就听到了吗？”

“当然不是了”，他说道，“要传送到大脑里的相应区域才算是听到。”

“那就对了，”我接过话茬说，“当空气的震动引起了耳膜的震动，接着又引起了神经细胞产生了神经信号，这些信号经过一个接一个的神经元的接力传递，产生了神经脉冲，神经脉冲在树突和轴突里传递，送入到下一个神经元的突触，突触里面的突触递质释放出化学物质，如果信号足够大，会激发下一个神经元

发出电脉冲，依次向后传递。当一个神经元积累了足够多的电信号之后才会触发自身的响应机制，自己也被触发，从而把信号送到更远的地方。当有足够多的神经元都开始发送脉冲信号时，大脑的特定区域才开始解读这些信号，从而得出有意义的声音。”

“哦。”他愣了一下。

“但这还仅仅是听到了声音，并不代表听懂了声音的含义。紧接着，大脑的用于解读分析语言的区域被激活用于分析这些声音所包含的意义，并把它们和之前的经验相比较， 之后才能识别出这些声音里的内容，从而了解所听到的内容。这一系列的过程都需要时间来进行处理，并不是瞬时完成的，因为不仅仅是电信号的传递，还涉及化学物质的浓度的变化以及化学反应，这些反应的速度远远低于电信号传播的速度。即使把耳朵贴到对方的嘴上，我们听到的也只是过去，而不是现在。”

“原来这就是你说的生物模式啊，这些我高中时也学过。” 他想了一下，摆弄着手里的筷子，说道，“要是这么说，我觉得‘此时此刻’仍然存在——存在于每个人的大脑里！”

“哦，真是这样的吗？”我停了一下，想了一会，接着说道：“当你产生‘此时此刻’这个想法的时候，这个想法其实并不是一下子就从脑海里跳出来的。而是几十万甚至更多的神经元一起发出脉冲，它们互相激励，并且这些电信号在周围的神经元里累积，当累积到一定程度时才会激发更多的神经元一起思考，这时才会有‘此时此刻’这个想法冒出来。因为有这个**累积**的过程，所以这个想法不是瞬时进行的。严格地说，‘现在’并不存在。或者说，并不存在一个绝对意义上的‘现在’。”

“是的，但这并不意味着‘现在’并不存在吧！”他问道。

“为什么呢？”我反问道。

“因为刚才说的是主观上感受到的时间，但应该存在一种绝对客观的时间，对所有的人都一样公平，那么也存在一种与客观时间对应的、对所有人都一视同仁的‘现在’。”他说道。

“我承认你说的有道理，这种客观的时间的确和主观感受的时间不同。但是这种绝对客观的时间也确实可以让我们从混乱中摆脱出来。这也正是牛顿的想法，你还记得吗？牛顿提出了绝对时间的概念。他设想宇宙中的时间是统一的、绝对的，嘀嘀嗒嗒地运行，无论你在宇宙的哪个角落，你去查看这个绝对时间，得到的结果都是一样的，就好像有一台宇宙母钟一样。”

“这不是挺好的吗？从此我们有了一个通用的时间标准。”

“嗯，牛顿的绝对时钟嘀嗒嘀嗒地运行了 200 多年，没出一点故障，直到 20 世纪初，被一位年轻人彻底颠覆了。”

“这个年轻人是谁呢？”

我看了看墙上的钟表，已经 12:15 了。

“不过今天时间不早了，我们下次再接着聊吧。”

他看了看表，说道：“哦，是啊，时间好快！再见，老师。”

1.2 “现在”，是一件事有意义所需的最短时间！

一周之后，我和他又在老地方见面了。我们继续上次的谈话。

“上次我们说到有一个年轻人颠覆了牛顿的绝对时间观念。”我说道。

⊙ 光速有限的概念带来的颠覆

“这个人是爱因斯坦？”他问道。

“对，正是他。他提出的相对论埋葬了牛顿的绝对时间的观念。根据爱因斯坦的狭义相对论，每个观测者都有自己的时间，每个人观察到的时间取决于他的速度和位置，尤其是当这个人高速运动的时候，差异就更加明显。而产生相对论的一个最基本的假设就是……”

“光速是有限的？”他问道。

“正是，而且对于任何一位观察者而言，光速都是不变的。虽然对于学过中学物理的人来说，光速是有限的已经成了一个常识。但是这和人的直觉并不相符。直觉上，一旦点亮灯泡，瞬时整个房间都亮了，不会感觉到任何延迟。但是最早意识到这个问题的，是十几世纪欧洲的一群天文学家。”

“可是，这些人难道是碰到了什么问题，所以才会想到和自己的直觉不一样的东西吗？”

“确切地说，我们要先从哲学上进行说明。科学的发展就是如此，如果大家都从直觉出发，那么对“光的传播速度无穷大”这句话是不会有任何异议的。只有当某种异常现象出现，而现有的理论又无法给出合理解释的时候，人们就会质疑之前的假设是否正确，甚至质疑我们毫不怀疑的东西的合理性。在古希腊，柏拉图把这种现象叫作‘**拯救现象**’，这种动机深深地影响到了后来哲学思想的发展，可以说是没有这种动机，后来的科学不会像这样一步一步地前进。什么是‘拯救现象’呢？柏拉图认为，有一个理性的存在，是宇宙的根本。如果出现了一些异常的现象，不符合理性时，就要去寻找合理的解释，以便拯救这种异常的现象，经过这样的拯救之后，现象和理论又重新吻合了。”

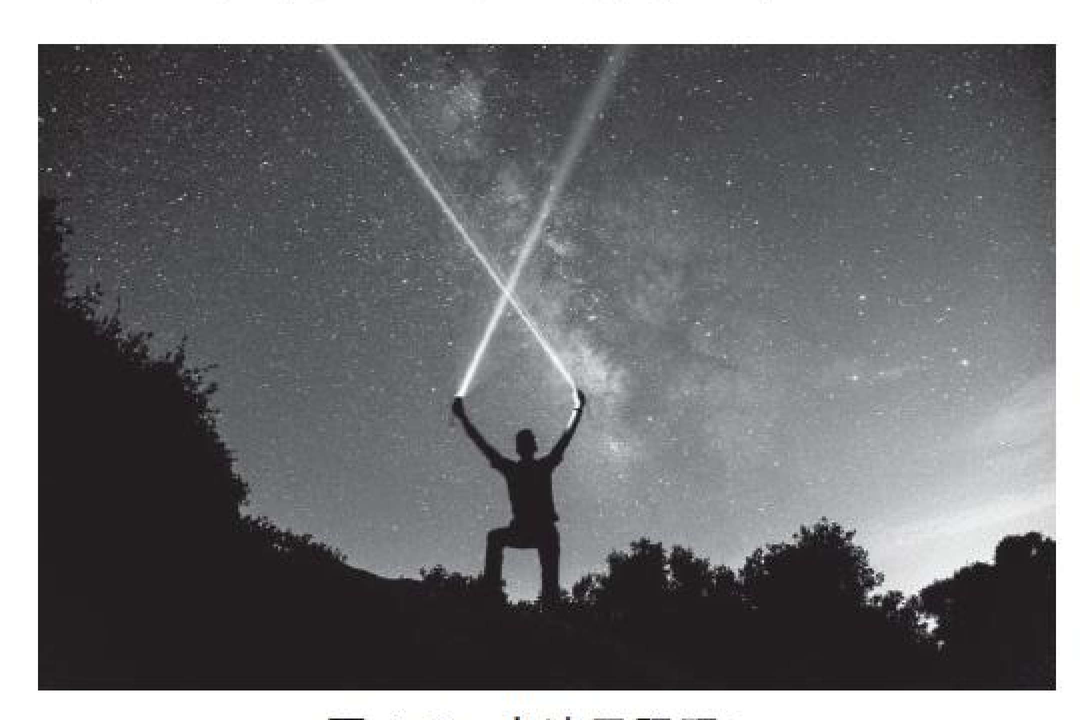


图 1-6　光速无限吗?

“这听起来有点意思，所以科学就是这样不断地修正自己、不断地前进的。那么光速无限大这种想法遇到了什么样的异常现象呢？”

“你可以先猜猜看。”我说道。

“我猜光速既然是每秒 30 万千米，而地球的半径才 6000 多千米，通过分别测量光走过的距离和光所用的时间，把两者相除即可得到光速。不过即使人们去尝试着在地球上测量光速，估计也很难测到，因为即使是互相之间有 30 千米远，光走过这么长距离只需要万分之一秒，古代哪有这么高精度的时钟啊！所以在地球表面估计很难观察到光速有限的证据。是这样的吗？”他问道。

“那怎么才有可能发现光速是有限的呢？”我并没有直接回答他。

“我猜，应该是由观察外太空里面发生的一些不正常现象引起的，比如某颗星星发出的光和我们预期的不太一样的时候。”

“嗯，你的思路不错。可是，天上的恒星一直都发光，我们怎么知道它什么时候开始发光，经过若干年后才传播到地球的呢？”

“哦！”他恍然，然后说道，“所以可能不是恒星发光引起的问题。可那又是什么原因呢？”

他陷入了思考。过了一会，说道：“除了恒星，就只剩下行星、行星的卫星、彗星和小行星了。可是它们本身都不发光，只能反射恒星的光。”

“但是我们每时每刻都能看到它们反射的光吗？”我放下筷子抬头说道。

“当然不是，比如月亮。当这一天是阴历初一也就是新月的时候，我们是看不到月亮的。另外，白天的时候也看不到。”

“除了这些情况，还有没有在其他情况下，我们也看不到它们呢？”

“应该没有了吧，不过先让我想想……嗯，我想除非是一些非常特殊的时刻，但是非常短暂。比如，发生月食的时刻。”他好像想到了什么，眼睛看着桌子上的餐巾纸。

“思路对头。可是月亮离地球太近。我们现在知道月球离地球只有 38 万千米，光只要一秒多的时间就传播过来了，这样很难去计算光的速度。”

“所以应该去找更远的行星和它们的卫星。”

⊙ 太空中闪烁的时钟

“对，没错。十几世纪时丹麦的天文学家就是通过这条路径发现了一些奇异的现象，这些现象很难用已有的理论解释，于是他们反过来去观察到底哪里出了错，发现如果假设光速是以有限的速度传播的，那么一切问题迎刃而解了，从而找到了测量光速的方法。早在十六世纪，当荷兰人发明了望远镜后，伽利略就开始用自制的望远镜观察太空。他观察到了月球，同时他也把望远镜对准了更加遥远的太阳系的行星。他发现木星居然有自己的卫星，也就是说并不是所有的星球都绕着地球

旋转，这动摇了当时的地心说。但是发现光速是有限的人，还要再等上几十年以后出现。”



图 1-7　木星和它的卫星

我停了一下，接着说：

“丹麦的科学家观察到了木星有卫星，当木星的卫星绕到木星后面的时候，就从视线里消失了，如果卫星的轨道刚好是圆形，那么应该刚好有一半的时间我们看不到，另外一半的时间能够看得到。这颗卫星的运行周期是 42 小时多一些。如果光速是无限的，忽略地球在 42 小时内走过的距离，那么木星卫星的运动刚好可以当作一个太空中周期**闪烁的时钟**。”

“嗯，一台太阳系里的时钟。”他眨了眨眼。

“通过这个时钟可以预测到未来三个月后发生蚀的时间。可是，丹麦科学家罗莫发现，根据春季测量到的木星卫星发生蚀的时刻，往后推算三个月后发生月蚀的时刻，可是这个时刻和实际观测到的发生月蚀的时刻有一定的差别，误差达到了十几分钟。理论和现象出现了偏差，需要‘拯救现象’。”

“有没有可能是计算出错或者测量误差呢？”

“丹麦天文学家排除了各种计算和测量的错误，仍然没有把这个误差消除。后来，罗莫不得不把目光锁定在光的传播速度上，除非光速有限！”

“哦，脑洞够大的！”

“如果光是以有限的速度传播的，那么当卫星上反射的光传播到地球的时间与地球的位置有关。换句话说，和地球与木星之间的距离有关。当地球离木星较远时，观测到的蚀要比计算得出的时间晚一些，因为光要额外多走一段距离。当地球离木星较近时，观测到的蚀要早一些，因为光要少走一段距离。如果认为光是以有限的速度传播的，那么就可以通过这段额外的距离除以光晚到达所用的时间，从而得到光的传播速度。”

“那当时计算出来的光速是多少呢？”

“大约是 215 000 千米 / 秒。和现在的准确值不太一样，但是在当时从无穷大的光速到一个有限的光速，已经是一个非常大的进步了。”

⊙ 光：太空的流浪者

“嗯。是的，已经非常了不起了。可是测量到光速除了对预测天文现象有意义外，还有没有其他意义呢？”他问道。

“如果说行星之所以叫行星，是因为它总是在运动的，而且是按照一定的速度运动的。而火星和木星之间的小行星带

里的小行星，它们的运行则有很大的不确定性，像是太空里的流浪者。而光一旦从无限的速度变成了有限的速度，也变成了在宇宙空间中游荡的幽灵。当天空中闪现出壮丽的超新星爆炸的烟火时，已经是几十万年前甚至更久以前发生的事情了。我们看到的都只是一幅已经消失已久的图像，而不再是真实的实在了。”我说道。

“如果说光速是有限的，那么光本身似乎变成了太空的流浪者。”

“对，这个比喻很形象。下次你再看到一颗星星发出的光时，你一定会问，这是一颗成年的星星呢，还只是它在几十万年前的婴儿照呢？”

“嗯。”

“所以，从宇宙的大尺度看，就更不存在绝对的‘现在’或者所谓‘同时’了。”

“可是”，他好像又想到了什么，“现在真的消失了吗？如果真的消失了，我们日常生活里，还是在谈论现在，就比如说上课时老师说：现在上课。开会时，主持人说：现在开会。那么这里讲的现在又是什么呢？”



图 1-8　现在

“这是一个有意思的问题。也就是说，我们刚才虽然论证了绝对的现在并不存在，可是我们还是习惯性地使用这个词。为什么呢？就是因为我们仍然认为‘现在’这个词在现实生活中是有意义的。幸好相对论只是对于移动速度很快的物体才会和牛顿的绝对时间产生分歧，对于低速运动的物体来说，相对论可化简为牛顿运动定律。所以在日常生活中，例如，在飞机火车的时刻表上、全国统一考试的时间上，世界杯决赛的开始时间上，牛顿的绝对时间仍是有效的。”

“哦，还好是这样，看来在低速的领域，我们仍可以按照以前的节奏和规律来安排时间。”

⊙ 现在不存在，但仍有意义

“不过，当我们深入下去，我们会发现仍然很难测量到某一特定的现在时刻。我们经常把时间比作水流：孔子说：‘逝者如斯夫，不舍昼夜。’西方也有类似的说法。时间被认为是连续不断的。我们可以把时间任意分割成小份，一天 24 小时，一小时 60 分，一分 60 秒，一秒有 1000 毫秒，一毫秒有 1000 微秒，一微秒有 1000 纳秒，一纳秒有 1000 皮秒……这种分割无穷无尽。就好像是把一个线段无限分割下去。庄子曾经说：“一尺之棰，日取其半，万世不竭。”一段一尺长的木头，每天截为原来长度的一半，如此下去，即使万世也无法穷尽。时间也是如此，那么究竟要精确到什么样精度的时刻才是现在呢？！”我一口气说了很多。

“如果这么说，那就无穷无尽，永远不能找到现在时刻了。那‘现在’这个词对我们来说有什么意义呢？”他问道。

“我想到一个说法，或许能破解这个疑问。史铁生曾经说过：‘现在，是一分钟吗？还是一秒钟？还是千分之一秒？恐怕很难定义。**现在，应该是一件事情有意义所需要的最短时间**’。从这个意义上说，现在仍存在。并且‘现在’既不是一个转瞬即逝的时间点，也不是一段固定的可以量化的时间段，而是赋予一个意义所需要的最短时间。”

“这么说，‘现在’不再是一个固定的长度。这真是一个有智慧的定义。”他不禁感慨。

“是的。对于日常教堂，把‘现在’限定到1秒之内就够了。而对于无线通信系统，‘现在’就要精确到纳秒甚至飞秒。对于地质学或者地壳的演化，‘现在’的概念只要精确到年就够了。”

“嗯，同意。”

“一旦‘现在’有了意义，那些尚未到来的现在就是未来，而那些已经逝去的现在就是过去。这样时间才变得有意义了。”

我看了看墙上的钟表，已经12:15了。

现在这个时刻，对于我来说已经有些紧迫了。我马上说道：“时间不早了，我们下次再接着聊吧。”

他看了看表，说道，“哦，是啊，时间好快！再见，老师。”

“再见！”

1.3 想象过去

一个星期后，我和这个年轻的“我”又在食堂碰面了。

坐下后，我今天额外点了一杯橙汁，也给他点了一杯。我喝了一口润润嗓子，对他说：“最近还好吗？”

“挺好的，没以前那么焦虑了。”他说道。

⊙ 一切都是过去，但过去难以捉摸

我舒了一口气，说道：“上次吃饭时，我们说到我们听到的声音和看到的景象，其实是已经过去了的。”

“嗯，是的，太阳表面发出的光线 8 分钟后才到达人眼。”

“还有，半人马 alpha 星发出的光经过 4.2 年才到达地球，而超新星爆发后几万年甚至更久之后才到达太阳系，两颗中子星相互旋转最终合并后十三亿年，它们发出的光才到达地球。这些都是**过去**，以一种新的方式出现在我们眼前。”我说道。



图 1-9　人类第一次检测到引力波

“嗯，我们看到、听到的一切都是**过去**。”

“如果你同意的话，我们可以这样说：从太空尺度看，我们朝宇宙看得越远、看得越深，就意味着看到了宇宙更为古老的过去。”我说道。

“嗯，让我想想，我们看到越远的光线，意味着这光线走过越久的时间，所以来自于越古老的过去，是吗？”他问道。

“正是。甚至我们所意识到的也是**过去**！”

“嗯，因为大脑神经元的处理也需要时间。”

“对。过去似乎无处不在，但又难以捉摸。”

“为什么呢？”

“因为越是古老的事物越难以查找出它的源头。在《庄子 • 齐物论》里有一段非常奇妙的话能够说明这一点。庄子说：任何一物都有一个‘开始’，如果从这里继续向前追溯，在它之前有一个‘未曾开始的时候’，而在此之前，更有一个未曾开始那‘未曾开始的时候’的时候……”

有始也者，有未始有始也者，有未始夫未始有始也者。

⊙ 消失的源头

“‘开始’和‘源头’很难真正找到吗？”

他问道。

“看似简单，但要想找到万物的开始和源头并不是那么简单。例如，宇宙的源头和开始，至今人们仍未能达成统一的意见。虽然大爆炸理论提供了一个非常吸引人的解释，但是大爆炸之前既不存在时间也不存在空间，人们仍不禁问：大爆炸之前上帝在做什么呢？”我说道。

“也许上帝在为问这个问题的人准备地狱！”他幽幽地说了一句。

“哈哈……”没想到年轻时的我还挺幽默的，我不禁笑了出来。

“宇宙的起源问题本身是一个很大的问题，那如果有一个简单的开始呢？人们常常把时间比作河流，例如，一条河流的源头，也很难找到吗？”他继续问道。

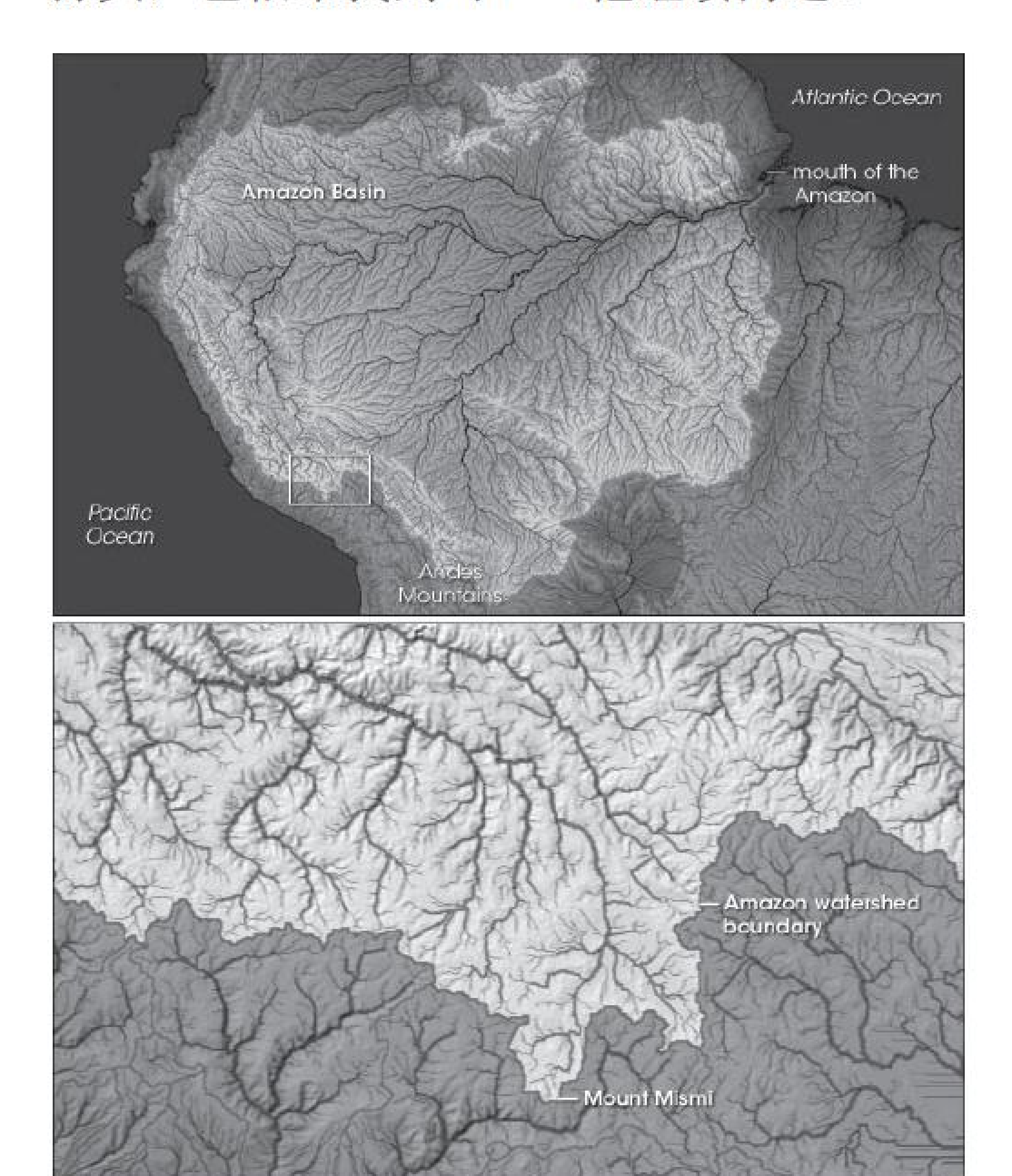


图 1-10　亚马孙河的源头

“如果你溯溪而上，就发现找到水源没有那么简单。或者由于水流越来越小，隐藏到地下，或者由于迂回弯曲的河道让人们无法确定到底哪条支流最长。许多著名大河的源头人类至今仍在争论不休。例如，美洲最长的河流亚马孙河，几个世纪以来人们提出了五个不同源头的猜想，采用了六种不同的测量方法，包括 GPS 跟踪数据、卫星图像，甚至还乘坐橡皮艇实测，至今仍然没有达成一致。”

“如果我们能找到过去遗留下来的痕迹，那么它就可以更好地帮我们确定过去吧？”他说道。

“比方说呢？”我说道。

“化石！”

“哦，你说得对。过去生活过的动物和植物虽然已经死亡了，已经无法再追回了，但是它们留下了曾经的印迹或者存在的证据，动植物化石代表着过去遗留下来的东西，是过去留给我们的证据。有时候这些曾经存在的证据会大大颠覆我们对世界的认识。”

“什么样的化石能颠覆我们对过去的认识呢？”他问道。

⊙ 曾经的暖意

“有一种植物的化石，让我对寒冷的南极大陆有了全新的认识……”我说道，

“哦，是吗？南极洲？那里也有植物？”

“前几年有一篇论文发表在《自然》杂志上，科考人员在南极洲的冰盖下面有了令人惊讶的发现，他们找到了一片古代

的热带原始森林！”

“可是那么冷的地方怎么会有热带森林呢？！”

“那个南极洲发现的远古森林，是2012年发表在《自然》杂志上的一篇文章。科学家在南极的威尔克斯地的外海进行海底钻探，他们在海底1000米深的地方提取到了一些沉积岩层的样本，在这些样本里发现了花粉和孢子。通过进一步分析，发现它们竟然来自热带的棕榈树、木棉树和猴面包树。这些树的年代大约距今5000多万年。”



图 1-11　南极

“真是不可思议，可是它们是怎么保存到现在的呢？”

“这些花粉、孢子埋在海底很深的沉积层里，没有任何空气，保存至今。又过了一年，也就是2013年，美国堪萨斯大学研究人员在南极洲Mount Achernar地区发现了木材和树叶的化石，甚至有一个完整的树干化石。这进一步证实了南极大陆一度被森林覆盖。研究发现，南极的森林同时具有今天热带和温带树木的一些特征。当时整个地球就是一个巨大的温室，比今天热得多。而南极洲那时的平均气温大约为20摄氏度，即使在冬天气温也有10摄氏度左右，没有丝毫冰雪的痕迹。”

“想不到南极还有这么魔幻的过去！”他感叹道。

“通过研究埋在海底深处的花粉和孢子，那消失很久的森林得以重见天日，在今天为冰盖所覆盖的地区，那曾经的亚热带气候的遗迹得以重现。这些过去的碎片和痕迹，就成了历史沉默的见证者。而科学研究的意义，就是让它们从遗忘中浮现出来。虽然科学家没有见到那片森林，但是他们用想象力重新构想出了那片曾经存在的森林。”

“嗯，这些遗留下来的遗迹和化石，让我们看到了过去。”

“通过这些遗迹我们能够想象出那一片郁郁葱葱的森林，能够想象出一片‘阳春布德泽，万物生光辉’的景象。这些都要靠人类的想象力。”

⊙ 黑暗中的想象之光

“我知道想象力是很重要的一种能力，但是想象力对于人类到底有多重要呢？”他问道。

“如果我们遥望星空，除了点点星光，我们看到的是茫茫的黑暗。如果我们回首地球的历史，看到的只是一片沉默无语的土地和一片轻轻低语却不知所云的大海。我们借助科学所能够看到的，都只是过去

的一个小小的碎片，单凭这些碎片我们是无法拼出过去的历史。只有借助想象力，也许是人类独有的一种能力，我们才得以用碎片拼凑出宇宙、地球、万物的过去。”我说道。

“嗯，我们遥看宇宙时，看到的更多的是茫茫的黑暗。”

“这让我想起了一个比喻：那些能够看到的过去，就像是夜色下路灯照亮的那一段路，而那些看不到的过去就仿佛是路灯与路灯之间照不到的黑暗。这不是我说的，而是史铁生在他的《写作之夜》里曾经作过的一个精彩的比喻”，他说：

“一盏和一盏路灯相距很远，一段段明亮与明亮之间是一段段黑暗与黑暗，我的影子时而在明亮中显现，时而在黑暗中隐没。”

“在明亮中的我看见它们，在黑暗里的我只有想象它们，依靠那些飘转进明亮中的去想象那些逃遁进黑暗里的。我无法看到黑暗里它们的真实，只能看到想象中它们的样子——随着我的想象它们飘转进另一种明亮。”

“这另一种明亮，是不真实的么？当黑暗隐藏了某些落叶，你仍然能够想象它们，因为你的想象可以照亮黑暗、可以照亮它们，但想象照亮的它们并不就是黑暗隐藏起的它们，可这是我所能得到的唯一的真实。”

他眼前一亮，好像想到了什么，说道：“科学也是这样吧？它就像路灯一样照亮我们前行的路，但是在一盏路灯与另一盏路灯之间照不到的地方，我们必须借助于我们的想象。”

“你说得很好”，我接着说，“科学没法照亮所有的黑暗，而有些黑暗注定要存在，而且我们想象出来的真实也未必是世界原本的样子，但是这已经是我们能够找到的最好的真实了……有时两盏路灯之间的黑暗可能会比我们预想的要大得多、长得多，我们有时要在黑暗里摸索很久都看不到下一盏路灯在哪里，我们只能依靠想象力来指引我们。想象力是一种力量，是一种精神上的巨大的力量，如果对于宗教徒来说‘从未见过上帝而相信它’是一种精神上的信仰，对于科学家来说，‘尚未证实过真理而相信它’也是一种科学上的信仰。它支撑着人们在茫茫黑暗中去探索、去追问，直到找到下一盏路灯。”

他点了几下头，眼睛看着落地窗外的平静的镜湖水，若有所思。阳光照在湖水上，闪着鱼鳞般的光芒。摇荡的水波把阳光反射到旁边的白色房子的墙上，一条条波纹摇曳生辉。

⊙ 辉煌的过去

低垂的枝头上，一只头顶戴帽的雀鸟跃了上去，左顾右盼，马上又飞来一只雀鸟落在旁边，发出清脆的啼叫，然后两只鸟好像发现了什么，翅膀扑腾一下一起飞走了。

过了好一会，我又接着说：“有时候，从地下突然冒出来的过去的东西不仅仅是

改变了我们看待世界的观念，还会有更深刻的影响。”

“有什么样的影响？” 他刚刚从刚才的思考中反应过来。

“甚至会引起一场革命！”

“是吗？”学生睁大了眼睛，“有这么大的威力吗？比方说呢？”

“比方说文艺复兴……”

“文艺复兴？就是达·芬奇画《蒙娜丽莎》的那个时期吗？可是这和突然冒出来的过去有什么联系呢？”

“文艺复兴不单单是一场关于文学和艺术的复兴，除了文学和艺术，文艺复兴其实是整个欧洲的思想的觉醒。文艺复兴从字面上renaissance看指的是重生、再生。”

“哦，从哪里重生呢？”

“从古希腊的人文传统中再生。古希腊时期也就是公元前几个世纪里，出现了一大批杰出的人物，比如苏格拉底、柏拉图、亚里士多德、毕达哥拉斯、德谟克里特、泰勒斯等。”



图 1-12　希腊哲学家、科学家

“哦，我知道，这个时期正好是中国的春秋战国时代，我国也同样出现了百家争鸣和思想大繁荣。”

“嗯。好像是人类文明突然到了爆发期。这时古希腊的思想特别注重人的理性和独立思考，对宇宙和世界做出了深刻的思考。你应该还记得古希腊思想家提出的世界的本质或者世界是由什么构成的不同学说吧？”我问道。

“嗯，当然记得。艾奥尼亚岛上的泰勒斯认为世界的本质是水，而其他元素，例如，土和气只不过是水元素的凝聚或者稀薄。德谟克里特认为世界是由不可再细分的原子构成的。毕达哥拉斯学派认为世界的本质是数字。柏拉图认为世界是由四种元素组成的：水、火、土和气。”他说道。

“是的，而且柏拉图并不满足于此。他还认为天上的宇宙应该是非常完美的，所以这四种元素对应于几何里最完美的四种结构体：正四面体（火），正八面体（风），正二十面体（水）以及正六面体（地）。”

“为什么要把这些元素和几何体对应起来呢？”

“因为柏拉图继承老师苏格拉底的学说并且有了新的发扬，他对数学几何特别感兴趣，他认为几何代表人的推断能力，所以人必须了解数学和几何才有可能了解世界。所以在希腊，数学或者科学就是他们文化中非常重要的一部分。他们觉得这是一个希腊人必备的素质。因此柏拉图在他创办的学校（Academie）的大门口上的牌子上写着一句非常著名的话：‘不懂几何者勿入此门。’而他创办的学校由于位于 Academie 所以就叫 Academie，而这个词也成了拉丁文字‘学术’（Academic）一词的来源。”



图 1-13　柏拉图学校

“除了这些对宇宙和世界的思想，古希腊在其他方面也有许多有影响的思想吧？”

“对，几乎在每个方面，希腊人都进行了深入的思考，在雕塑艺术上、在建筑上、甚至在语言修辞方面都留下了非常多的著作。”

“这些思想也随后被传播到了其他地方吗？”

“是的，有的传播到了古罗马，有的传播到了附近的中东国家。这个时期最显著的特征就是各种独立的思想此起彼伏，人们特别关注人本身，人的思想、人的需求、人的身体的完美、人的精神的完美。从古希腊和罗马的雕塑中就可以看出来，那些人物栩栩如生，比例非常匀称，姿态自然，表情富有神韵，例如，《米洛的维纳斯》《沉睡的海尔玛弗狄忒》等。”

“后来呢？”

“后来很可惜，古希腊和古罗马思想的繁荣由于宗教、历史等种种原因渐渐中断了。到了中世纪，基督教统治占据了绝对地位，上帝被认为是唯一的全能的神，替代了古希腊的多神传统，自由思考和辩论的传统中断了，人们被要求绝对服从神的意志和思想。希腊和罗马的学说有些被禁止，有些渐渐被人们遗忘了。到了后来，有些思想家的著作人们甚至连听说都没有听说过！”

⊙ 过去的重生

“真是太可惜了，那后来这些思想又是怎么被重新发现的呢？”他问道。

“后来到了中世纪后期，在意大利、西班牙和法国的修道院里陆续发现了沉睡了好几个世纪的古代文献。这些文献有的写在羊皮纸上，有些写在纸莎草纸上，深藏在修道院的阁楼里，被淹没了长达几个世纪。这些古代著作的作者包括西塞罗、李维和塞内卡等。当然，文艺复兴还有另外一条路径，这些古代著作很早以前就被阿拉伯人翻译和收藏，此时又重新回流到欧洲。在意大利，一批文艺复兴学者，为了搜寻这些著作而找遍了欧洲的各大修道院和图书馆，他们这些人并不是专职的学者，而是本身兼任行政职位或者宗教职位，例如，有佛罗伦萨的执政官，有教皇的秘书，本身他们应当维护当局和宗教的统治，但是他们却调转方向，不遗余力地发掘拯救和保护这些曾经被当局禁止的古希腊、古罗马的典籍！”我说道。

“这些人为什么这么执着呢？”

“这些人从古代典籍里惊奇地发现了一个完全不同的精神世界。在那里，人们自由地思考宇宙的本质、世界的由来，自由地探索未知的世界，自由地推导演算，对各种事物自由地发表看法，自由地在城市的广场上和任何一个自由人辩论，自由地把自己的学说写成著作或者开办学校传递给弟子。他们讨论的内容上至星空宇宙、下到人间的政治、哲学，从看得见的艺术、雕塑，到看不到的修辞、数学、音乐等，仿佛看到了一扇扇打开的大门。”

“可真有毅力。不过是什么支撑着他们的内心去这样做呢？有人给他们很高的薪水吗？”

“完全没有，他们是完全自愿来做的，没有任何报酬。他们穿过重重围困、寻找古籍，找人翻译成现代语言，并且仔细地研读。这些人被称为是最初的所谓‘人文主义学者’。在那个外部世界异常动荡的年代，这些人文学者的内心应该非常宁静。他们从这些著作中汲取了营养之后，于是就问自己：为什么不能在我们这个时代重新把这种‘以人为本’的思想发扬光大？”

“这发问意味着一场新的开始？”

“是的，这才是复兴，从过去的传统中复兴，这是一场新的开始！而他们是第一批文艺复兴人士！”

“老师，我明白‘复兴’的含义了。‘复兴’就是找回过去的荣耀，但又不是全盘照搬地回到过去，而是在过去的基础上重新出发。”

⊙ 想象力：科学与艺术共同的伊卡洛斯之翼

“你说得很对。如果不回到过去，不去思考过去如何成为过去，就不会思考如何重新出发，就不会有辉煌的现在和未来。正如科学家推测出南极曾经存在森林的例子一样，文艺复兴也需要人的想象力。**想象力，是科学和艺术共同的特征。科学和艺术都起源于人的同一种能力：想象力！**爱因斯坦在《论科学》一文中曾这样评价过想象力：

想象力比知识更重要，因为知识是有限的，而想象力概括着世界上的一切，推动着进步，并且是知识进化的源泉。

“莎士比亚在《亨利五世》的开篇也写过类似的句子。”我接着说道。

发挥你们的想象力，来弥补我们的贫乏吧——一个人，把他分身为一千个，组成了一支幻想的大军。我们提到马儿，眼前就仿佛真有万马奔腾，卷起了半天尘土。把我们的帝王装扮得像个样儿，这也全靠你们的想象帮忙了；凭着那想象力，把他们搬东移西，在时间里飞跃，叫多少年代的事迹都挤塞在一个时辰里。

“不过，科学和艺术在今天有着很大的差别，似乎已经分道扬镳！”他遗憾地说道。

“嗯，现代科学只有数百年的历史，而艺术的历史则可以追溯到几万年前，追溯到文明刚刚开始的时候。在法国和西班牙的漆黑的洞穴中，人们发现了史前人类留下的岩壁画。这些虽然出自原始人类之

手，却栩栩如生、逼真生动地再现了人类面对大型动物时那惊心动魄的场景。”



图 1-14　法国拉斯科洞窟壁画 Grotte de Lascaux

“那时人类自身手无寸铁，比这些大型动物弱小很多，自己连生存都成问题，怎么会有闲心钻进漆黑的洞穴里创作这些令人叹为观止的岩壁画？”他问道。

“嗯。”我点点头，“这是一个值得思考的问题。当古代的猎人们被带到这黑暗的洞穴里，明亮的火把突然照亮岩壁上的动物，就像草丛里突然钻出的一头野牛或者狮子，令人措手不及。而猎人通过观看这些岩壁画则可以亲自体验那种独自面对危险时的感觉。他除了手握武器勇敢面对之外，别无选择。这些壁画向猎人讲述了他们以后会面对的场景，让他们能够瞥到未来。就好像是他们想象力的望远镜，把人的思想从眼前的事物引向那些未来才会出现的可能。人们把过去见到的景象描绘下来，然后通过想象看到了未来。”

“嗯，你这么一解释，我似乎理解了为什么在史前人类就有了创作艺术的冲动。”

“艺术这台想象力的望远镜让人类能够回首往事，也能够预见未来。这些古老而精美的壁画是人类想象力的小试牛刀，而后来艺术的繁荣和科学的发达，只不过是把这台想象力的望远镜打造得更加华美复杂而已。”

“那人类的想象力怎样才能够预见到未来呢？”

“今天时间不多了，我们先聊到这儿吧？”我轻轻说道。

“好的，谢谢老师！下次再见，老师！”

1.4 混沌的未来

一周后的中午，我刚在食堂坐好，一个身影急匆匆地跑进了过来，头上、肩上被雨水打湿了，裤腿上也被溅起的水花弄湿了。从外面传来密集的雨点声，咚咚作响。我抬头一看，正是他。

“怎么？突然下雨了？” 我问道。

“是啊，我刚刚从教室里出来的时候还没有开始下，可是快走到餐厅时，突然这雨下下来了。这天气变得比翻书还快！”他抱怨道。

“你的衣服淋湿了。”

⊙ 并不鲜见的预测失准

“嗯。昨天晚上看天气预报，说今天只是多云转阴天。这预报也太不准了！”

“哦，天气预报只能参考一下，有时候提前几个小时都预报不准，别说提前一天了。先坐下歇歇。”

“早知这样，我还不如不看天气预报呢，每天带伞出门，总不会被雨浇。这天气预报怎么越来越不准了呢？！”

“哦，你的意思是天气预报的水平在下降？”我问道。

“是啊，可是我觉得道理上说不通呀！现在计算机越来越强大、处理器越来越快、内存越来越大，气象卫星分辨率越来越高，天气预报应该越来越准才对。不是吗？”他说道。

“应该是的，”我接着说，“不过是城市里人类的活动越来越多，城市里很多地方是钢筋混凝土，有些地方是公园绿地，所以产生了热岛效应。再加上到处都是空调，而空调排放出的热气又不是那么均匀，所以很难准确地预测气体流动的方向和趋势。而这些仅仅靠卫星和有限的几个气象观测站是很难测量到的。”

“也许吧。可是我还是不理解天气预报为什么预报不准。即使是这样，预测的结果总不至于偏差太大吧。”

我若有所思地说道：“这个，还真不一定……”

“为什么呢？”

“说来话长。还记得我们上次聊天的内容吗？我们聊了过去，这次本来应该聊一下**未来**了，是吗？”

“是啊，都怪这雨把我浇晕了，我差点都把今天的谈话忘记了。”

“不过正好，这场雨既然来了，我们就从它开始聊起吧，毕竟预测天气也是预测未来的一部分嘛。预测天气和预测物理课上的小球运动，理论上应该是一回事。”

“哦，为什么呢？”

“在物理课上，我们都学过一个小球放在一个斜坡上，放手后我们可以计算出接下来的每个时刻小球的速度和位置。我们只需要对小球做一下受力分析，然后建立一组力学方程，根据小球的受力情况应用牛顿第二运动定律：$F=ma$（力 = 质量 × 加速度），就可以求出小球的加速度，那么如果已知当前的速度和位置，那么就可以求出此后每个时刻小球的速度，并进一步算出它所在的位置。”

“这个我知道。只要能够知道小球的受力和初始位置和速度，我们就可以建立一系列的微分方程，求得小球的速度和位置随时间变化的情况。可是天气预报和这个有什么相似之处呢？”他问道。

“天气预测其实是根据过去的天气数据来预测未来天气的状态，换句话说，就是已知当前和过去的湿度、温度、气压、风向等信息，再根据热力学定律建立了一组微分方程，就可以据此求得空气在接下来的时间里的变化情况。”

“可是这个方程会很复杂吧？”

“没错，要比分析小球复杂，但是我们可以先从简单出发，比如只考虑必需的情况，然后再逐渐增加方程的复杂度。虽然用手工计算太慢了，可是输入到计算机里，解这些方程应该不在话下！”

“可是既然这样，我们为什么不能精确预测天气呢？”

我没有直接回答，而是问道：“你有没有听说过一个叫‘蝴蝶效应’的现象？”

“蝴蝶效应，有点印象。好像是说：‘巴西的一只蝴蝶扇动翅膀可以引起得克萨斯的一场飓风’，是吗？”

“对。”

“我理解这句话的意思是说细节很重要，一个小的影响可能会导致很严重的后果，可是这和天气预报有什么关系呢？”



图 1-15　飓风

⊙ 诡异的计算

“这要从 1960 年开始说起。当时有一个气象学家叫**爱德华·诺顿·洛伦兹**（Edward Norton Lorenz），他想研究天气状况的变化情况。那时候计算机已经开始被用来分析和预测天气，但是使用起来还是很原始，需要自己写程序。由于当时的计算机还是用纸带来输入数据。”我说道。

“什么是纸带？”

“就是通过纸带上的纸孔来读取数据。那时连软盘都没有。”

“挺简陋的。”

“而且最让人受不了的是计算机的运行速度很慢，所以在编程时必须尽可能精简程序，只保留最必要的参数和方程。洛

伦兹为了简化计算，只列出了一组非常简单的方程，例如，包括气压、温度、湿度等基本数据。把初始数据通过纸带输入到计算机以后，要等十几个小时甚至更久才能得到想要的结果，在这过程中还不能保证计算机不死机，如果那样，所有的计算都要重新来过。”



图 1-16　爱德华・诺顿・洛伦兹（Edward Norton Lorenz）

“那有什么保险的办法吗？”他问道。

“可靠一点的方法是，把计算过程分成两步，做完第一步如果计算机没有死机，就把中间结果抄下来，再次输入计算机里去计算。万一计算机在第二步死机了，还可以直接从第一步的结果出发做计算。”我说道。

“这是个好主意，看来我以后做数值仿真的时候也可以这么做。有一次我的师兄说他跑一个大型仿真，预计要三天三夜，结果到第二天的时候程序死机了，白白浪费了时间，又要从头开始跑仿真。”

“洛伦兹也采用这种方法，运行完第一步后，他把中间结果抄写下来，然后重新打到纸带上，输入一台 LGP-30 计算机里，开始运行第二步，得到最终的结果。两步计算得到结果后，他还不放心就又重新一次性跑完仿真。可是令他非常惊讶的是，这一次性地运行完仿真得到一个完全不同的仿真结果。也就是说和一次仿真完得到的结果与分两步仿真完得到的结果有很大的差异。

“还有这么诡异的事情？”他瞪大了眼睛。



图 1-17　20 世纪 60 年代洛伦兹使用的 LGP-30 计算机

“是呀，就像我们做三个数相加的算术运算，如果先把其中两个加起来，然后再把第三个加起来得到的结果，和一起把三个数加起来得到的结果完全不同。可是两次的结果还是有很大的差异的。”

“哦，这么奇怪。我要是碰到这种情况，那一定是活见鬼了。如果两步计算有误差，应该不会特别 大，要么就是程序有缺陷！”

“是的，洛伦兹也是这么想的。他又仔细检查了所有的程序，没有发现任何问题。这时他不得不返回头来，仔细检查和比较两种方法的不同。他检查后发现，唯一的区别就是两步计算里，他把一个带有小数点的中间结果抄写下来，输入到计算机里。而一步计算里计算机直接调用存储

器里的数值。他仔细检查后发现，他抄下来的中间结果小数位数太多，就做了一点四舍五入的近似而已。”

“就这么点差别吗？”他有些不相信地问道。

“是的，这让洛伦兹非常困惑。即使在小数后面几位做了一点近似，那最后计算结果的差别应该也不会很大才对呀。就像我去计算全班考试的平均分，我先计算一半学生的平均分，这个数值只保留一位小数，然后再计算另一半学生的平均分，也保留一位小数，然后把这两个平均分再次求和除以 2 就得到了全班的平均分。最后这个平均分虽然不是很准确，但是离准确的平均分数值也应该相差不远啊。”

“是的，直觉应该是这样。”

“洛伦兹排除了程序的缺陷之后，发现他无论如何都无法减小这个差异，他突然意识到这是一个从未发现的新奇现象。他设计的这个天气系统本身会呈现这样的一种特性：它对系统的初始值特别敏感，只要初始值有一点点微小的差别，那结果的差别就会特别大。”

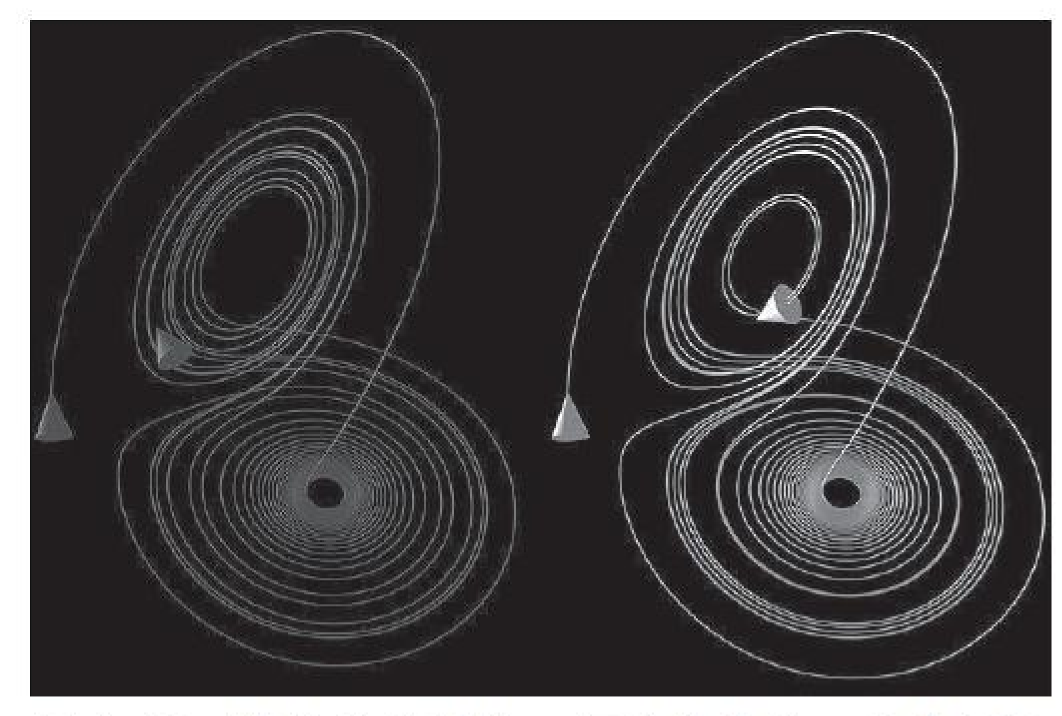


图 1-18　洛伦兹的混沌：初始状态的一点点轻微不同就会导致结果的很大不同

⊙ 微妙的初始

“这算得上是一个全新的发现了吧？”他问道。

“嗯，洛伦兹也是这么想的，他信心满满地把这种新奇的现象写成论文投稿到期刊，这篇文章发表后却没有引起广泛的关注，逐渐石沉大海了。”我说道。

“后来呢？”

“又过了很多年，人们才逐渐认识到当初洛伦兹的发现的巨大价值。这是一种自然界和工程领域普遍存在的系统，叫做混沌系统。这种系统对初始值特别敏感，而且状态很难预测。例如，天气系统就是这样一种混沌系统。洛伦兹一夜成名，各种荣誉纷至沓来，请他去做讲座的邀请信也纷纷寄来。有一次美国科学促进会举办的第 139 届年会邀请洛伦兹做学术报告。组织者在准备讲座的海报，为了吸引更多的人来听讲，他们突发奇想地给海报起了一个非常吸引人的名字：《巴西的一只蝴蝶扇动翅膀可以引起得克萨斯的一场飓风？》”

“看来好名字也很重要，简洁但给人的印象深刻！不过这么说，我们就该死了这条心，这天气就算是无法预测了吗？”

我沉吟了一下说：“也不完全如此。洛伦兹发现，这种混沌系统虽然具有初始值敏感性，但是如果只是预测未来很短一段时间内的状态，还是能够预测得比较准的，时间越久，误差就越大，超过了一定范围就完全不准了。所以现在的天气预报都是叫 12 小时、24 小时或 48 小时天气预报等。数学和物理定律并没有失效，只是

时间越往后，准确度就越差。”

“可是我觉得人们还是应该能够把这种误差限定在一个很小的范围内。因为虽然系统对初始值的微小差别有很强的敏感性，但是如果我们能够非常精确地测量到初始值，那这个问题不就变得没那么严重了吗？”

“你能说得详细点吗？”我问道。

“比如我们对当前状态的温度、湿度、风速等都进行非常精确的测量，那么初始值的偏差就会变得很小了吧。当这个偏差小到一定程度的时候，即使系统对偏差有很大的敏感性，但是最后的误差也应该不会特别大。”

“让我想一想，”我扶了扶眼镜，过了一会说道，“可是我们真的能够精确测量到当前的所有状态吗？比如，我们能够每100米就建立一个气象观测站吗？在每个观测站里，对温度、湿度的测量就足够了吗，其他还有哪些参数会影响天气系统，我们都搞清楚了吗？”

我看了一眼外边，又接着说：“就算只测量温度，我们即使能够精确到小数点后三位，我们能够每隔10秒就测量一次，并把数据上报到中心数据库吗？举一个例子，如果一个城市长宽各50千米，每隔100米建立一个气象观测站，每个气象站每10秒采样一次温度、湿度和风速的数据，每个数据保存在一个字节里，那么每个小时就要产生两千七百万个数据送到计算机里去处理。这么多数据只要有一点点偏差，最后都会被无限放大，情况并没有改善。”

⊙ 混沌之死

“嗯，没想到。看来理论还要结合实际才行。”他沉思了一会，说道，“对了，洛伦兹是第一个发现混沌现象的人吗？”他问道。

“其实，更早以前就有一个人已经发现了类似的现象。不过，在讲这个人之前我突然想到了一个记录在《庄子》里关于混沌的寓言故事。”我说道。

“好啊，说来听听。”

“原文只有77个字，出自《庄子·应帝王》：

南海之帝为倏，北海之帝为忽，中央之帝为浑沌。倏与忽时相与遇于浑沌之地，浑沌待之甚善。倏与忽谋报浑沌之德，曰：‘人皆有七窍，以视听食息，此独无有，尝试凿之’。日凿一窍，七日而浑沌死。”

“是什么意思呢？”他问道。

“很久以前在南海有一位大帝叫‘倏’，在北海居住着一位大帝叫‘忽’，由于距离太远，这两个大帝经常去南北中间的中央大帝家中聚会。中央大帝每次都热情接待南、北两位大帝。有一次聚餐完后，南、北两位大帝觉得应该感谢中央大帝的热情招待，于是就想报答中央大帝。这时南、北两位大帝发现中央大帝没有七窍，于是一个拿凿子、一个拿锤子帮中央大帝打开七窍，一天凿开一窍，七天后七窍全部凿开，这时发现中央大帝已经死了。”

“哦，这么凄惨的故事！不过这三个人的名字都挺有意思的。”

“是呀，中央大帝就叫‘**浑沌**’！”我眨眨眼睛。

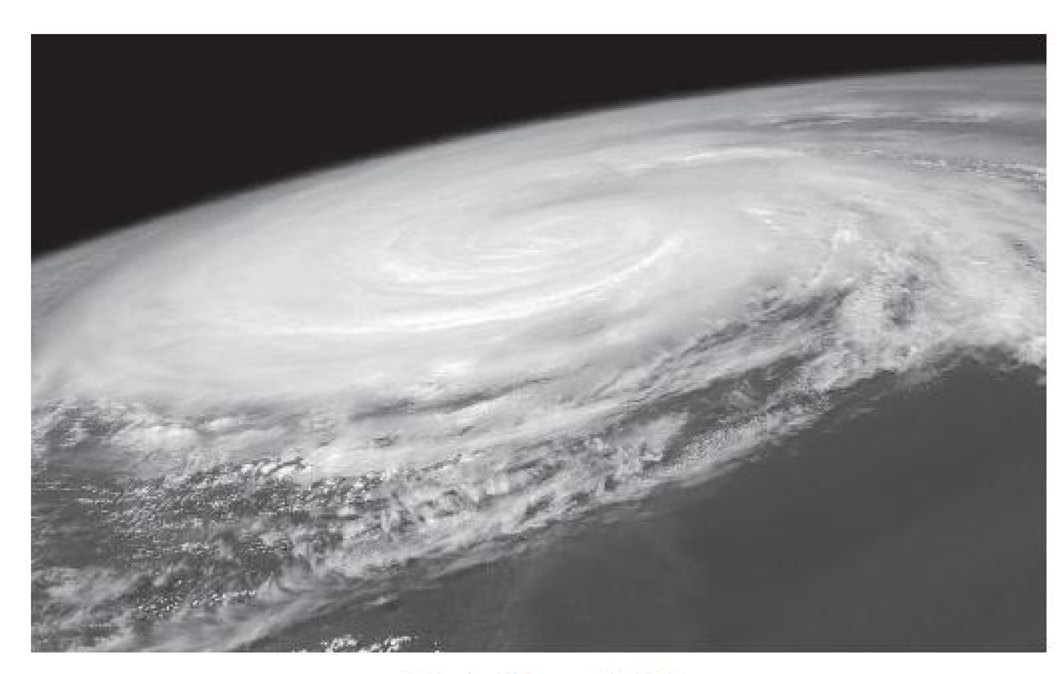


图 1-19　浑沌

“这故事感觉很有道家的感觉。我想是不是可以这样理解：浑沌是不可能完全弄清楚的。一旦弄清楚，浑沌就不存在了？”

“今天的时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”

1.5 庞加莱的杞人忧天

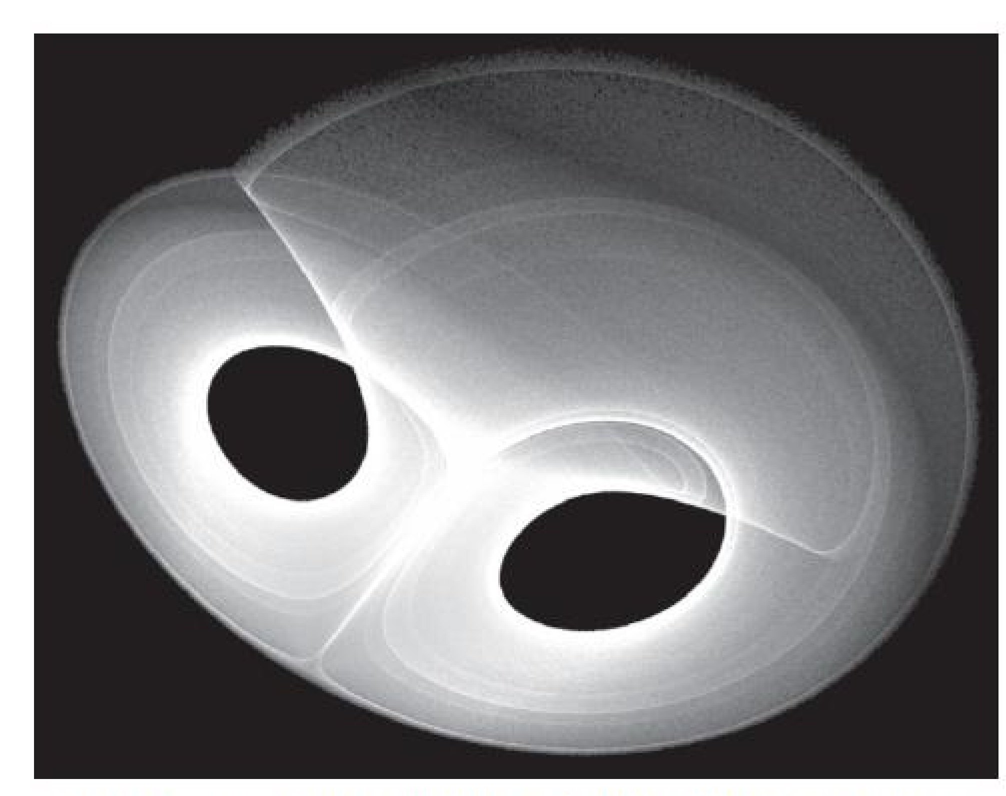


图 1-20　由混沌形成的奇妙的洛伦兹吸引子

一周之后，我们又见面了。

“上次我们说到混沌。”他说道。

“对，《庄子》寓言里的‘混沌’景象宏大，囊括宇内，立意深远又难以捉摸，令人神驰遐想。”我一边说一边搅动碗里的汤，一个旋涡在碗中打转。

“那洛伦兹的混沌呢？”

“洛伦兹的混沌看似诡异，细思之后却又让人心安。”我若有所思地说。

“这么说我可不明白了，诡异的东西怎么能让人心安呢？”

“原因很简单，因为没有什么是事先百分百确定的，那也就没有什么宿命之说。反之，以后谁要是信誓旦旦地预测宇宙的未来或者世界末日，那就问问他，你这样预测的有效期是多少？”

“哦。”

“世界未来并不是由现在和过去的状态就可以完全确定的，虽然无法预测遥远的未来，但是正是如此，生活才有了更多的变化和可能，而不是一成不变地沿着预计的轨道运行。”

“可是洛伦兹的混沌能够应用到很多不同的系统吗？大到星系的演变，小到细菌的生长繁衍？”他眼里仍有很多疑惑。

“事实已经证明，混沌系统几乎存在于各种不同大小的系统里，这既展示了宇宙的复杂，又说明了这理论的伟大。”

“那洛伦兹意义上的混沌是谁第一个发现的呢？”

“让我们回头接着刚才的讲。那个发现类似混沌现象的人是一个法国人，叫**庞加莱**（Henri Poincaré）。

⊙ 科学怪兽

“庞加莱？这名字好像有点耳熟？是不是有个猜想叫‘庞加莱猜想’？”他问道。

“对，你的记性不错！”我接着说，“庞加莱 1900 年就提出来这个猜想，20 世纪末被列入了‘七大千禧年难题之一’，直到 2002 年才被俄罗斯的数学家格里戈里・佩雷尔曼（Grigori Perelman）完全证明。”

“花了一百多年时间？提出这个猜想的人应该也不简单吧？”

“当然了。庞加莱 1854 年 4 月 29 日出生于法国南锡，精通数学、物理、天文学、矿业和非线性动力学等，被公认是‘继高斯之后对于数学及其应用**具有全面知识的最后数学家**’。他还是一位**百科全书式的科学家**。”

“百科全书式？为什么这么说呢？”

“看看他的经历你就知道了。庞加莱的大学专业是矿业，毕业后先担任矿业工程师，多年后担任矿业军团首席工程师。博士拿到了数学学位，而且他还创立了**非线性动力学**这门新的数学学科。到巴黎大学任教后教授物理和实验力学以及数学物理。当巴黎大学准备撤掉《天文学》这门课时，庞加莱站出来毅然说：‘别撤！我来上这门课’。于是当局就默默收起了当初的提议，因为无人能阻止庞加莱这头‘科学怪兽’。”

“真是个全才！我真想想看看他到底长什么样！” 他在手机上找到几张庞加莱的照片。“这敦实的身子板和专注的眼神，还真像一位矿业工程师。”他不禁笑道，“咦，这里还有一张他和居里夫人的合影！” 他惊喜地叫道。



图 1-21　庞加莱（Henri Poincaré 法国 1854—1912）



图 1-22　第一次索尔维会议 居里夫人 - 庞加莱 - 爱因斯坦

“我看看。啊！是的，没错。居里夫人右边的那个大胡子就是庞加莱。他好像在和居里夫人低头讨论问题，没有看镜头。你看到照片从右边数第二位的那个帅哥没有？”

“这位吗？打着蝴蝶结，嘴唇上一抹小黑胡，宽宽的额头，好眼熟！是年轻时的爱因斯坦吧！”

“没错。当时是 1911 年的**第一次索尔维会议**，6 年前爱因斯坦提出了狭义相对论。他对庞加莱很熟悉，甚至有点嫉妒。”

“为什么呢？”

“因为庞加莱曾经和另外一个叫洛伦兹（亨德里克·洛伦兹）的荷兰物理学家合作，推导出了著名的‘洛伦兹变换公式’。因为庞加莱当时研究高速运动的时钟如何能够同步，他阐述了相对论背后的光速不变对原理，先于爱因斯坦发表了论文。不过遗憾的是，他还没有彻底抛弃以太的观念，没有捅破最后一层窗户纸，被年轻的爱因斯坦捷足先登，提出了石破天惊的‘相对论’。”

“看来要是被旧观念束缚住了，即使是‘科学怪兽’也敌不过初生牛犊的‘年

轻人’！”

“是啊，不过后来爱因斯坦在晚年评价已经去世的庞加莱时仍把庞加莱看作**相对论的先驱之一**。”

“说了这么多，让我捋一捋思路：矿业工程师、数学博士、非线性动力学数学创始人、讲授物理和天文、研究相对论，我看清楚了，庞加莱这个百科全书式的人物一定是对所有科学领域最重要的问题都想插手试试，是这样的吧？”他问道。

“如果你愿意这么说的话，我也不反对。”

“那也包括我们讨论的混沌问题了？”

“这个嘛，确切地说不叫‘插手’，而是这个问题本身就是庞加莱发现的。”

“哦，是吗？他可真是一个科学怪兽！那庞加莱是怎么发现混沌现象的呢？”

⊙ 西方的杞人忧天

“话说到了19世纪末，欧洲真的出现了一个西方版的‘**杞人忧天**’。但是这一次杞人忧天并没有被当成一个笑话，而是被当成一个很严肃的问题来对待。”我说道。

“为什么呢？”

“人们发现根据牛顿定律，太阳系的行星轨道会不断变化，说不定哪天某颗行星会和地球相撞，变成一片末日火海。你知道那时距离牛顿提出三大力学定律已经过去200多年了，在19世纪上半叶拉普拉斯曾经证明太阳系在未来的900年内是稳定的。可是900年以后呢？又有谁知道呢？”

“嗯，900年弹指一挥间。”

“当时的瑞典国王**奥斯卡二世**特别喜欢数学，他想能不能把这个问题变成一个数学上的问题，通过计算或者推导出这样一个包含若干个星球的系统的稳定性。要知道数学可是一把解决问题的利器，现代科学之所以在牛顿、笛卡尔和莱布尼兹以后突飞猛进，就是因为后来的研究者能够把具体的物理问题转化为一个个数学方程去求解。”

“我插一句，怎么把一个具体的天体运动的物理问题变成数学问题呢？”

“这要先对具体事物进行**抽象**。换句话说就是提取出主要的因素，忽略其余的。”

“怎么抽象呢？”

“忽略每个星球的具体形态、颜色、质地等，而只把它们看成是有一定质量的点而已。也就是把各个行星和太阳抽象为一个个只有质量、没有大小的所谓质点。例如，有n个质点，它们在一起会按照什么样的轨道来运行。”

“这可是一个头疼的问题吧？尤其是当n较大的时候，要知道太阳系有八大行星呢。”

“是的，瑞典国王奥斯卡二世虽然很喜欢数学，但是自己解决不了这个问题，于是他就发布了一个英雄帖，悬赏能够解决这一问题的人，奖金2500瑞典克朗。”

“庞加莱也参加竞赛了？那他是怎么着手的？”

“对，庞加莱也知道直接求解n个星体问题不现实，要知道当时可没有计算机帮助计算分析。所以他决定由简入繁，先从最简单的三个星体的运动开始计算。”

“为什么不考虑一个星体和两个星体呢？”

“哦，因为一个星体要么静止，要么做匀速运动；而两个星体的运动已经被牛顿和开普勒完美解决了，例如，地球绕太阳做一个椭圆形的轨道运行。而三个星体的运动还没有人得到准确的结果。”

“哦，我明白了。”

⊙ 捉摸不定的三体运动

“而等庞加莱真正开始研究三个星体的运动时，发现三个星球的运动轨迹也异常复杂，远超想象。他不得不又后退一步。”

“那还能后退到哪里去呢？”他问道。

“后退到所谓的‘**限制性的三体问题**’。也就是说，在三体的基础上再增加一个限制条件：三体星体的质量并不是可以随意取，而是令其中一个星球的质量远远小于另外两个星球。”我说道。

“就好像两颗是巨大的恒星，而另外一颗是很轻的行星？”

“可以这么认为。那么我们会发现这颗小行星有时会被其中的一颗恒星捕获而绕着它公转，但有时飞到两颗恒星中间的位置时，又有可能被另外一颗恒星捕获，从而改变其轨道，绕着另外一颗恒星旋转了。庞加莱做了大量计算，确切地说是手算，仔细分析了行星的轨道，试图找到一丝规律。但是他最终精疲力竭地发现：它的轨道总是在变化，毫无规律可言，虽然总体上不是绕着这颗就是那颗恒星运动，但是具体的轨迹很难预测出来。”

“这可有点诡异了。”

“对了，你看过《三体》这本科幻小说吗？”

“还没有。很多朋友都看了，我正打算哪天从图书馆借来看看，怎么了？”

“没什么，那我就不剧透了。不过，我想说的是距离地球 4.2 光年的最近的那颗恒星你知道吧？”

“知道。是半人马座的 alpha 星吧。”

“对。其实那里总共有三颗恒星，它们距离不远，因此相互吸引、相互影响，组成一个三体系统。这个三体系统里，作者设想了一颗行星，因为不知什么时候被哪颗恒星捕获，所以轨道非常混乱，造成了日出日落非常没有规律。不过作家写成科幻小说以后，反而变成了另外一番有趣的场景。你以后看了就知道了。现在还是回到庞加莱研究的三体问题吧。”



图 1-23　半人马座 alpha 星：两颗明亮的恒星和一颗暗红色的星星位于二者之间

“好的。”

“庞加莱越研究，越发现数学工具不够，反而自己发明起新的数学来。”

⊙ 庞大的计算

“哦，是吗？什么新数学呢？”他问道。

“我们知道要研究物体的运动，就必须用到微分方程。要描述复杂的问题，需要很多个微分方程组成一个方程组。”我说道。

“你是说要用到高等数学里的微积分吗？不会很难吧？”

“别被这个名词吓到，其实很简单。请听我说说，你就明白是怎么回事了。我们研究运动，其实是研究物体随着时间的变化，同意吧？”

“同意。”

“如果一个物体在时间 t_1 的位置是 x_1，到 t_2 时运动到 x_2，那么走过的路程就是 $x_2-x_1=\mathrm{d}x$，而花费的时间是 $t_2-t_1=\mathrm{d}t$，对吧？那么它的平均速度就是二者相除 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$，对吧？”

“对。”

“如果 dx 和 dt 都非常微小，那么 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ 就是所谓的微分，或者是距离 x 相对于时间 t 的微分，物理意义就是这段时间内的平均速度。那么研究星体的运动即研究它们的速度、位置，于是就需要很多个微分表达式。”

“那微分方程是怎么回事呢？”

“因为有些变量，例如 x 是未知数，所以这些数学式子就组成了所谓的微分方程。”

“需要很多微分方程吗？”

“一个标准的三体问题需要 9 个微分方程，而经过庞加莱简化后也需要三个微分方程。”

“那求解微分方程是庞加莱第一个提出来的吗？”

“不是。实际上，很多微分方程很难有一个能够直接表达出来的解。既然没有一个能表达出来的解，也就无法预测行星的真实轨迹。”

“那现代计算机能解决这些问题吗？”

“可以，只不过那是凭借着高速运算的优势来用蛮力计算的。具体来说，就是通过迭代的数值方法。只要已知初始时刻的数值，那么用一定算法可以估算出下一个时刻 dt 以后的位置 dx，然后再用这个 dx 作为初始条件计算下一个位置 dx_1，以此类推。”

“怎么确定每一份时间的大小呢？”

“为了计算准确，需要把时刻切分得非常细微。例如，一秒钟一份，一天就需要被切分成 86400 份，每一份都要对整个系统做一次运算。”

“天啊，那要预测一万年后的情况需要多么庞大的计算量啊！”他感慨道。

“是的，估计一下一万年需要的计算量就要数以千亿计了。手算本身花费的时间都要超过一万年了！所以在庞加莱那个时代，直接用蛮力去计算是不完全现实的，只能另辟蹊径。需要一些想象，需要一些洞察力。”

⊙ 变化的趋势

“庞加莱是如何洞察的呢？”他问道。

“庞加莱摒弃了直接计算微分方程，而是去寻找变化的规律。既然微分本身是变化，而变化的大小又难以计算，那能不能研究变化本身的趋势呢？”我说道。

“去研究**变化的趋势**？”

“对，这是庞加莱思考的重点。如果我们知道了变化的总体趋势，那即使无法计算出细节，但是也可以对系统本身的趋势和稳定性作出足够的估计了。这种分析被称为定性分析，而庞加莱提出的方法就是**常微分方程的定性定理**。”

“怎么做定性分析呢？”

“庞加莱是一名工程师，就自然想到了工程上常用的方法：作图法。把系统变化的趋势在图上表示出来，如果一种趋势是逐渐收敛的，那么系统就是稳定的；反之，如果趋势是逐渐发散的，那么系统就不稳定。可能出现崩溃或者出现不可预测的混沌现象。”

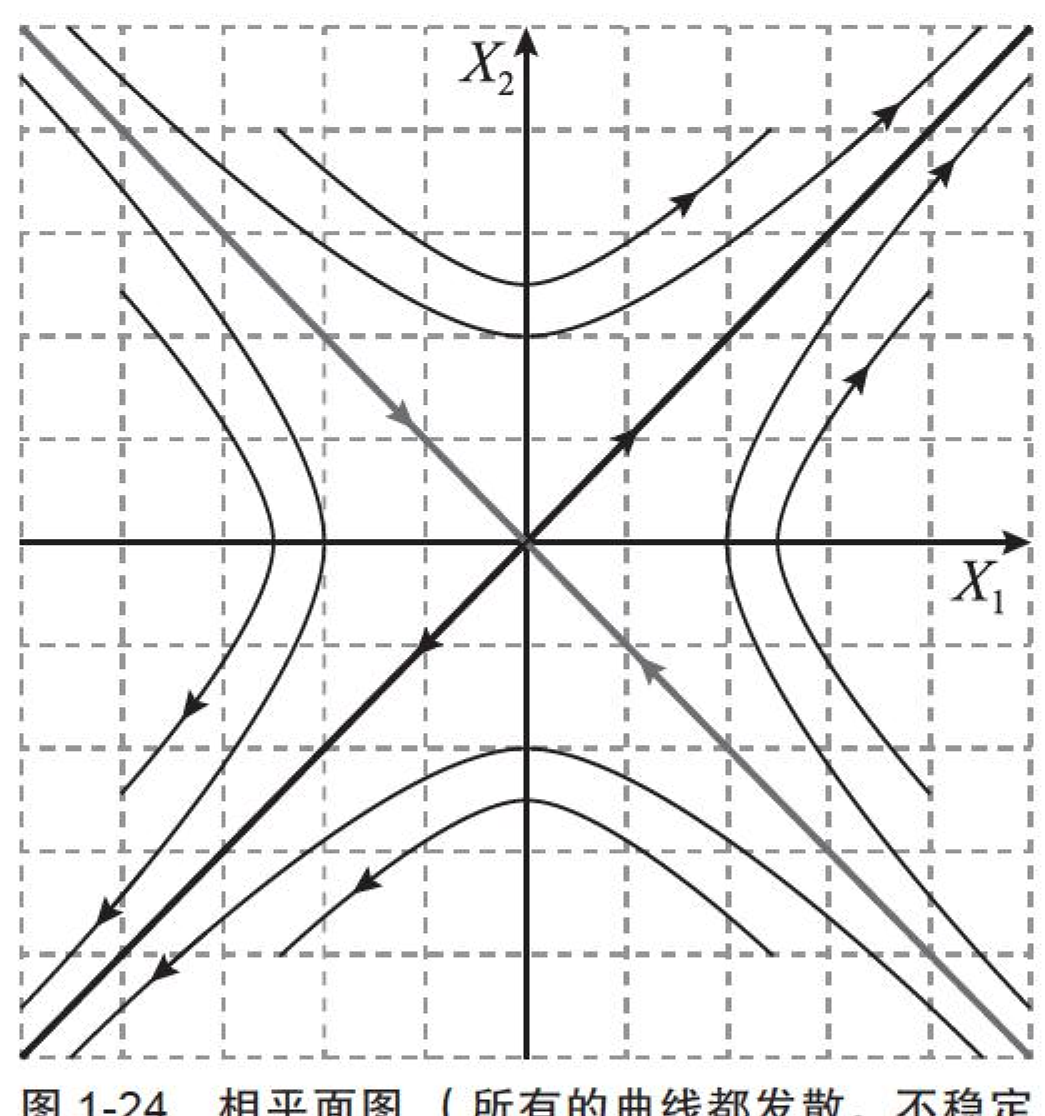


图 1-24 相平面图（所有的曲线都发散，不稳定的马鞍型 Saddle-Node）

“这个思路很简洁，我喜欢。”

“庞加莱计算了三体的轨道，写好了论文，在截止日期前投稿。最后庞加莱得到了最终的大奖。可是后来的一个细节却导致了一个致命的错误。”

“哦，这么严重？”

“在印刷前和杂志编辑进行校订时编辑希望庞加莱对某个证明过程再仔细说明一下，这时庞加莱却发现了自己计算中的一个致命错误，他坚持把已经印出的文章销毁，并且自付了这笔印刷费用，这笔钱甚至超过了奖金的数目。”

“哇！那是什么错误让他这么顾忌呢？”

“他发现他所构建的限制性三体模型，仍然无法百分百地预测出每个星体的轨迹。总是有那么一点误差。庞加莱实事求是地承认了错误，并决定深究下去，因为那个诡异的轨迹仍然萦绕在他的心头，成为他无法回避的痛苦。他又深入研究了很多年，才最终意识到**三体系统的轨迹是无法精准预测的**。”

“也就是说国王悬赏的问题实际上是无解的？那为什么国王没有收回庞加莱的奖金呢？”

“因为当初设立这一奖项的时候有这么一条：

即使在这次竞赛结束时这个问题还没有被解决，奖金仍然将颁发给完整地阐述和解决了力学其他问题的研究者。

而因为庞加莱在这个研究中的独特贡献，因此国王仍然决定把这个奖项授予他。”

“后来呢？”

“后来因为没有先进的计算机去验证并且把轨迹用图形的方式描绘出来，这个问题就被搁置起来，一直到 80 多年后才被

细心的洛伦兹借助计算机重新发现。”

⊙ 一堆石头不是房子

“科学真像是一场接力赛，每个人无论多么聪明都精力有限，而一代代不停地传递，很难的问题也有可能解决。”他说道。

“是的。庞加莱曾经做过一个形象的比喻：科学研究就像在漫长黑夜中的探索，而思想就是划过夜空的一道**闪电**。虽然他本人没有亲自揭开混沌的最终面目，但是他轻盈地揭开了混沌头上面纱的一角，让后人得以沿着他的脚步、得以窥探到更加壮丽的景色。”我说道。

“那庞加莱做研究独特的地方在哪里呢？”

“他曾经说过一句话，给我留下了深刻的印象：

科学是由事实逐步建立的，正如房子是由石头渐渐垒砌的一样；但是，一堆事实并不是科学，正如一堆石头不是房子一样。

“前一句说明了科学离不开事实，必须以事实为依据，不能臆测，不能隐瞒错误，就像他自己发现论文里不符合事实的错误后坚持自费销毁了所有印刷出来的论文。而后半句呢，则告诉我们，除了事实我们还要善于思考，善于洞察事实背后的规律，有了构建房屋的石头还不够，重要的还是房屋的结构，或者是石头之间的**组成关系**或者**联结关系**更重要，只有不断深入地思考才能够让其逐渐显现出来。”

此时食堂里的人也渐渐稀少起来，刚才熙熙攘攘，人声鼎沸，现在变得安静了许多。不知道这些人是什么时候陆陆续续不见了的。我知道，我也该回去了。

1.6 诗意地穿越

一周之后，我和他又见面了。大学才开学几周，但看得出来，他眼睛里的迷茫和青涩正在退去。

“上次我们说到了过去的难以捉摸、未来的无法确定。”我说道。

“嗯。不过我在想，如果人们不能准确预测未来、追溯过去，那能否穿越到过去和未来亲自去看一看呢？这样岂不是更可靠？！”他好奇地眨眨眼睛。

“咦，是啊。你不会是看多了穿越剧吧？”

“可是，根据相对论，我们是有可能进行时间穿越的。”他不依不饶。

“是的，很多人提出了建造时间穿梭机的想法”，说到时间穿梭机，我好像想起了什么，不想再继续这个话题，转而说道：“不过我倒是想起三个非常相似的穿越。”

⊙ 从未来带回来的花朵

“哦？什么样的穿越呢？”

“是文学作品里的穿越。它们虽然没有介绍非常先进的时间穿梭机的制造方法，可是它们的意境却出人意料的相似，并且有一种凄美的感觉。”

“哦，是吗？是作家想象中的穿越吗？”他露出疑惑的眼神。

“可以这么说，这是阿根廷作家**博尔赫斯**（Jorge Luis Borges）在《柯尔律治之花》里面提到的。”我说道。

“博尔赫斯是谁？”

“他曾经担任阿根廷国家公共图书馆馆长，他设想‘天堂应该是图书馆的模样’。他的作品被认为反映了‘世界的混沌性和文学的非现实感’。”

“他是怎么提到穿越到未来的呢？”

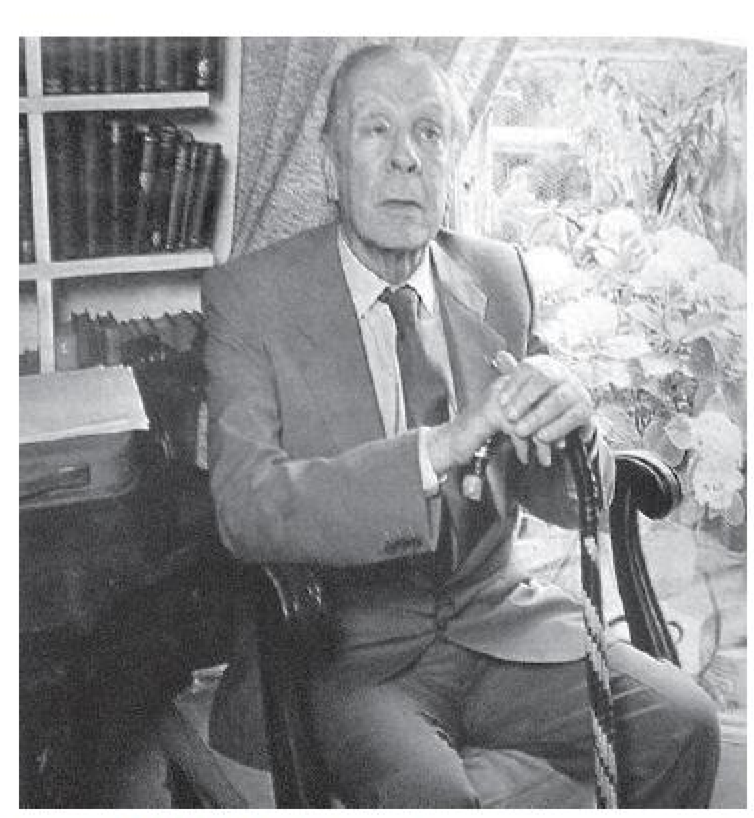


图 1-25　博尔赫斯（Jorge Luis Borges，阿根廷，1899—1986）

“他提到了三个作品里面的三种穿越。第一个是作家**柯尔律治**写的：

如果一个人在梦里穿越了天堂，并且收到一枝鲜花作为他曾经到过那里的物证。如果他梦醒时鲜花还在手里……那么又会

怎样？

“在梦中穿越天堂？还收到一枝鲜花！多么有诗意。我要是做了这样一个梦，一定很浪漫。”他说道。

“更奇妙的是，他醒来时手里竟然拿着那朵花！如果是你，你会怎么想呢？”我问道。

“如果是我，我一定瞪大眼睛看着这枝花，翻过来覆过去查看。然后小心珍藏着这枝鲜花，作为我去过天堂的物证，虽然说出来没人相信！直到垂垂暮年、两鬓斑白之时，我想我还会在上床前想起这个梦，反复咂摸回味。作为一个凡人能到达天堂已是幸事，但又从天堂重返人间，这远远超越了我的想象力！”

“嗯，看来你对这个梦中的穿越很感兴趣！”

“第二个穿越呢？”他问道。

“接下来这个是时间的穿越。英国作家**赫伯特·乔治·威尔斯**（Herbert George Wells，1866—1946）在 1894 年写了一部小说叫作**《时间机器》**。这是第一部提到用时间机器进行时间穿越的文学作品。在这部小说里，威尔斯用这种穿越未来的新奇方式完成了对未来的预见。小说的主人公发明了一种时间机器，乘坐着这台机器，他穿越到了未来 80 万多年之后，到了那里后，他不小心把时间机器弄丢了，于是他待在那里遇见了很多新奇的事情。”

“80 万年？这么久！他看到的未来是什么样子呢？”

“他看到未来的人类被分成互相仇恨的两种人，一种是不劳而获终日悠闲的‘哀尔’，他们住在豪华的宫殿里，无须工作，只是每天享乐。”

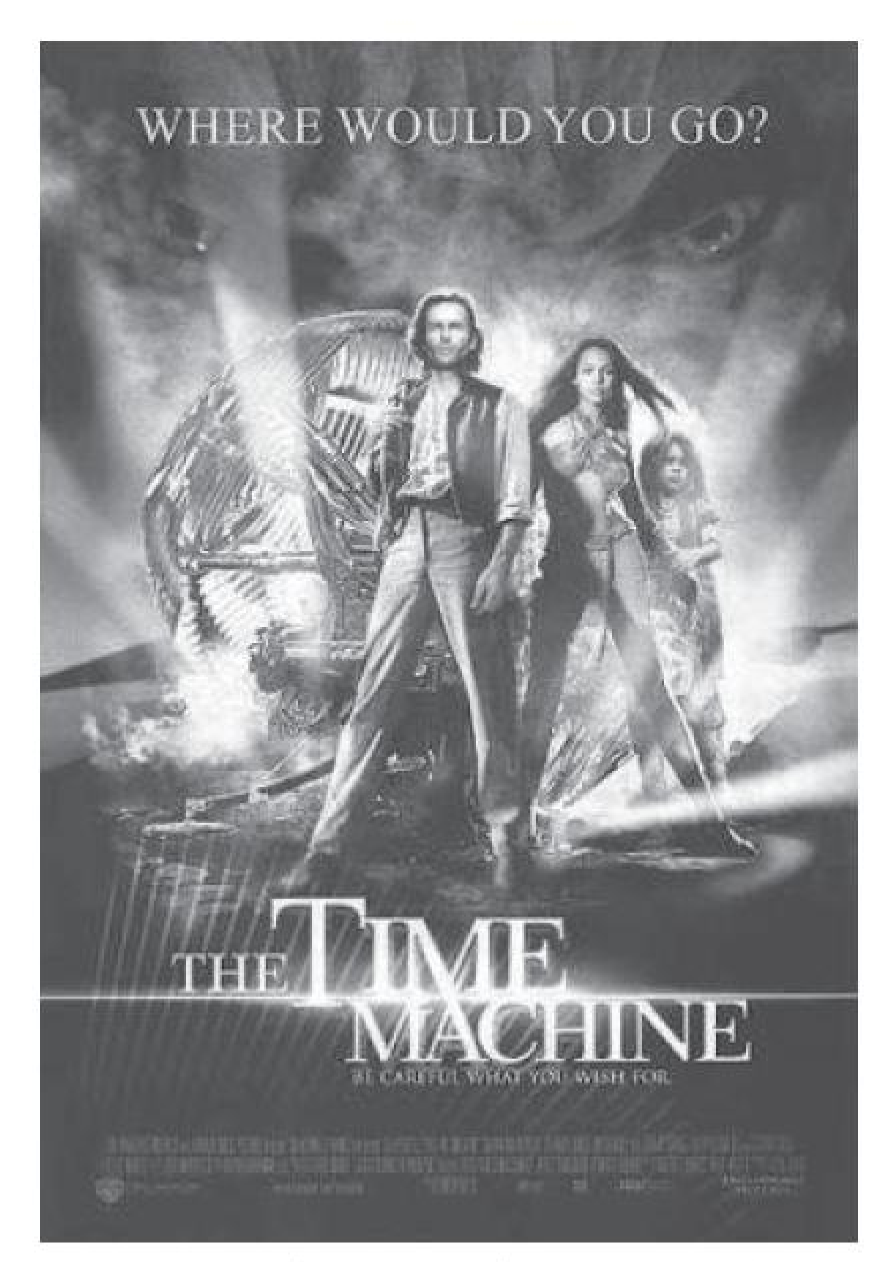


图 1-26 《时间机器》2002 电影海报

“哦，这比人们梦想的‘活少、钱多’还要轻松，可是谁来供养这些人呢？他们的社会如何维系生存呢？”

“嗯，主人公也很好奇。一次，主人公偶然发现，在黑暗的地下生活着另外一群人，他们叫‘莫洛克’，终日劳作不息，供养着无所事事的‘哀尔’。”

“哦，原来如此，未来竟然是这样，看来作者对未来充满了失望。”

“嗯，主人公在那个未来的世界里疲于奔命、精疲力竭、伤痕累累。他最终找到了时间机器，带着失望穿越回到现在。”

“他回来时有什么改变？”

“主人公两鬓已经斑白，他回到自己离开时的房间，那里一切照旧，唯一不同

的是——他发现自己无意中从未来带回来**一枝枯萎的白花**。”

“哦，和前面的那次去天堂的穿越一样，也带回来一朵鲜花。”

“是的。这从未来带回来的鲜花比从梦境带回来的鲜花更令人难以置信。”说到这里，我的手无意中碰了碰袖口，这件衣服刚刚被我从舞蹈排练室穿上，可不是从未来带过来的。从未来我可什么也带不回来！”

“一枝枯萎的白花……好像一张苍白的脸，未来真的那么令人失望吗？”他问道，

“至少，这枝花提醒主人公曾经的经历，这不是梦，而是真实。”

“对了，老师，您刚才说有三种穿越，第三种是什么样的穿越？”他继续问道。

“这一回，是穿越回过去了！”

“穿越回过去改变历史吗？这又是哪一位的想象呢？”

“这是一位忧伤而迷宫般的美国作家亨利·詹姆斯（Henry James，1843 — 1916）。他写了一部未完成的小说《过去的韶光》（又称《过去的感觉》）。”

“这和威尔斯笔下的主人公乘坐着时间机器在时间中穿梭有什么不同？”

“这一次，詹姆斯笔下的主人公则处于对过去的怀念，回到了 18 世纪。”

“也带回来一枝花吗？”

“不，不是一枝鲜花，真实与幻想的纽带是一幅人物画像。”

“哦，这画像有什么用？”

“主人公意外地从一位亲戚那里得到了伦敦的一处房产，在那里他发现了一幅画像，画像里的人物是他们家族的一位祖先，而且这位祖先居然和他同名。”

“这么巧！”

“当主人公跨进挂着那幅画的房门时，他发现自己变成了画中人，而且回到了 18 世纪。”

“他在那里遇到了谁呢？”

“无巧不成书，主人公很新奇地见到了创作了这幅画的画家。”

“哦，画中人物和创作这幅画的人见面了。”

“对。他看到画家怀着一种恐惧和厌恶的心情给他画画，因为画家似乎察觉到了主人公似乎不同寻常的未来特征。”说到这，我抬眼瞥了一下他，他似乎没有觉察出我的语调里的奇特之处。

“是否可以这样理解？未来的人回到过去影响到了过去，而过去又影响着未来，过去和未来似乎在相互影响着对方。”他问道。

“嗯，作者在这部小说里创造了一种‘永恒的回归’。”

“这是什么意思？”

“其实很好解释：结果（未来的人）被移到了原因（过去）之前，而原因反过来又影响和改变着结果。”

“就像一个永不停息的循环？”

“对。”

“有意思。”

“但是理论上说，人们即使回到过去，也无法改变过去。你知道吗？相对论提出以后，人们提出了所谓的爷孙谬论。”

“说的是什么？”

“相对论的提出，让人们发现时间并不是绝对存在的，而是取决于空间和运动。因此人们有可能去穿越回过去。但是还是

有很多人不相信这个说法。他们说，如果可以穿越回过去，那么如果一个孙子穿越回过去，在那里长大，如果他一天不小心开车把自己未成年的爷爷撞死了，那么爷爷就不会生下爸爸，自然也不会有孙子了。”

“所以回到过去，但不能改变过去，否则就违背了因果律。”

⊙ 幻境还是真实

“对。说到回到过去的时间，我想起一部电影**《爱丽丝梦游仙境 2：穿镜传奇》**，你看过吗？是根据卡罗尔的同名小说改编的。”我说道。

“看过呀，我是先看了电影才看小说的。”他说道。



图 1-27 《爱丽丝梦游仙境》

“电影里有几段经典的台词，你一定喜欢，好像是对博尔赫斯前面提到的几种作品的回应。比如这句：你无法改变过去，但总可以从中学到些东西。”

“嗯。还有呢？”

“这句你应该会喜欢：在我们记忆的花园里，在梦想的宫殿里，你我会再次相见。幻境不是真实，可是谁又分得清呢？”我说完之后停了下来，静静地坐着，想听他怎么回应。

“确实，梦境和现实只在一念之间，那些从梦境中带回来的花朵，究竟是真还是幻？谁说得清。有时候，不知是你在穿越到过去，还是过去的你穿越到了未来。”他若无其事地说道。

听到这句话，我突然产生一种时空的幻觉，不知是在做梦回到了过去，还是梦到自己突然返老还童。我呆坐了一会儿，没有吐出一个字。

“老师，你怎么了，想起什么了？”他问道。

“哦，我在想电影里出现的那些好玩的对话，”我脑子飞速转了几圈，想起了一句，“当时间大帝来到疯帽子身边时，众人和他开起了玩笑：柴郡猫迟到了，小老鼠问它去哪了？柴郡猫趴在时间大帝肩上自我辩解，不忘幽默：I’m right on time（字面意：我就趴在时间上；实际意思：我很守时）。”

“哈哈，一语双关。”他笑着说。

“还有”，我接着说，“这次小老鼠也和时间大帝开起了玩笑，它蒙住眼睛，对着时间大帝说：I just can not find the time.”

“真有意思。”

“最后，疯帽子摇晃着时间大帝像翅膀一样的大垫肩说“Time is flying 时间在飞”，众人都在捉弄他，气得时间大帝暴跳起来说：“No more wasting me! ”

“哈哈，我们一直都把时间抽象起来，一旦时间幻化成真人，没想到这么有意思。”

“对了，我们还是回到正题吧，我们刚才在讲时间的穿越。你还记得主人公爱丽丝为了救‘疯帽子’的父母，设法回到过去的经历吧？”

“嗯，我记得。”

⊙ 时间魔球

“爱丽丝潜伏进了时间大帝的皇宫，并偷走了**时间魔球**。这样她就可以乘坐着时间魔球回到了过去。”我一边说一边思忖，没想到这个幻想变成了现实，虽然不能随心所欲地驾驶时间魔球，但是我至少回到了过去。

“爱丽丝回到过去后，她发现那时疯帽子的父母并没有死。”他说道。

“对，于是爱丽丝想法找到他们。她发现了一些线索，又进一步穿越回更久远的过去想去解救他们。最终她明白了疯帽子的父母死去的来龙去脉：只要不让小时候的红桃皇后在某一天傍晚六点一头撞到大钟上，她就不会对一切产生怨恨，这样疯帽子的父母就可能有救了。”

“嗯，是这样的。”

“她跑到半路拦截了正在狂奔的红桃皇后，让她免于躲开了人群中的大钟，可是——说时迟那时快——惊慌失措的红桃皇后却刹不住车，一头撞到了广场中央的铜像上，头上还是被撞了一个大包。”

“真是人算不如天算！”

“嗯，爱丽丝不得不感叹，虽然她可以回到过去，但是却无法改变那里！可是爱丽丝决不善罢甘休，仍决意再试一次，又穿越回后来的一天，这是拯救疯帽子父母的最后机会。”

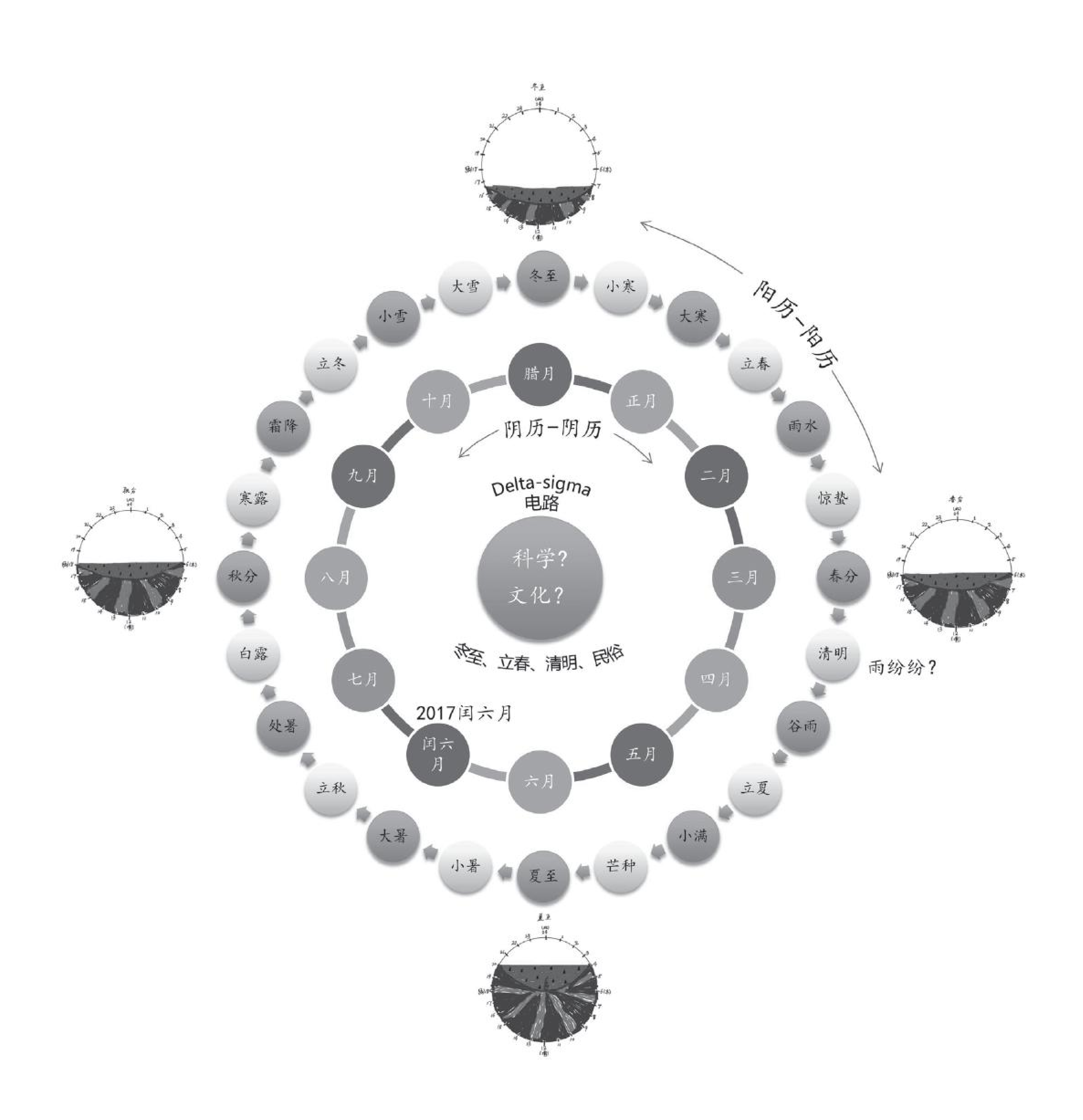
“我想起来了，那一天被称为女王决战日。”

“对，那天红桃皇后施展魔法召唤来喷火的龙，毁灭了整个城市，并把疯帽子的父母都劫走了。爱丽丝乘坐时间魔球成功穿越到那一天，拼死拯救，但是喷火的龙还是在最后时刻劫走了疯帽子的父母。又一次，爱丽丝想改变历史的想法挫败了。”我说道。

“看来，历史真的很难改变。”

我看了看墙上的时钟，说道：“这个问题很复杂，今天没有时间了，下周我们再见。”

“好的，老师，再见。”


阳历-阳历
阴历-阴历
Delta-sigma
电路
科学?
文化?
冬至、立春、清明、民俗
雨纷纷?
2017闰六月
大雪
冬至
小寒
小雪
大寒
立冬
立春
霜降
雨水
寒露
惊蛰
秋分
春分
白露
清明
处暑
谷雨
立秋
立夏
大暑
小满
小暑
夏至
芒种
腊月
十月
正月
九月
二月
八月
三月
七月
四月
闰六月
五月
六月

2.1 二十四节气是阴历还是阳历？

一周后的同一时间，同一家食堂。我穿了一件棉麻布质的中式马褂，对襟开的。

他嘴角露出一丝浅浅的微笑，问道："老师，您穿成这样，不会是**刚从 18 世纪穿越回来**吧？"

"怎么？像吗？我手里可没有从过去带回一枝花呀！"我说道。

"但，您怎么穿得这么传统呢？难道和今天的话题有关吗？"

"还真让你猜对了，你可真会以'衣'取人！"

⊙ 节气：年轮上的刻度

"那和哪一个传统有关呢？"他问道。

"二十四节气！你知道吗？**二十四节气申请联合国文化遗产成功了！** 那是 2016 年 11 月，联合国教科文组织开会把中国申请的二十四节气列入了人类非物质文化遗产代表作名录。"我说道。

"嗯！我听说了！真是一个大好消息！"

"不过，传统的东西倒是越来越被人们淡忘了。这次申遗成功正好是一次人们重新认识传统文化的契机，让人们重新认识优秀的传统文化。"

"嗯，是的。"

"你还记得全部二十四个节气的名称吗？"我问道。

"当然记得了。其实我是记得一首节气歌：

春雨惊春清谷天，夏满芒夏暑相连。秋处露秋寒霜降，冬雪雪冬小大寒。

对应的二十四个节气就是：

立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种、夏至、小暑、大暑、立秋、处暑、白露、秋分、寒露、霜降、 立冬、小雪、大雪、冬至、小寒、大寒。

"对不对？"

"完全正确！"

"可是老师，为什么今天我们要聊二十四节气呢？其实刚才一进门看到您穿着中式服装，我就很纳闷。现在可以揭晓谜底了吧？"

"可以。不过我想先请你回忆一下，我们前几次聊天的主题是什么？"

"当然是时间了！我们聊了**'现在'**的意义，那些远去的充满神秘和惊喜的**'过去'**，还有看不见的、难以预知的混沌的**'未来'**。"

"对。那你觉得**二十四节气和'时间'有关系吗？**"

"啊哈！原来如此啊！"他恍然大悟。

“如果你想象一年就是一个不断回归的圆周，而圆周上有 24 个刻度，而二十四节气所表示的就是时间的刻度。”我说道。

“嗯，我能想象得到 。”

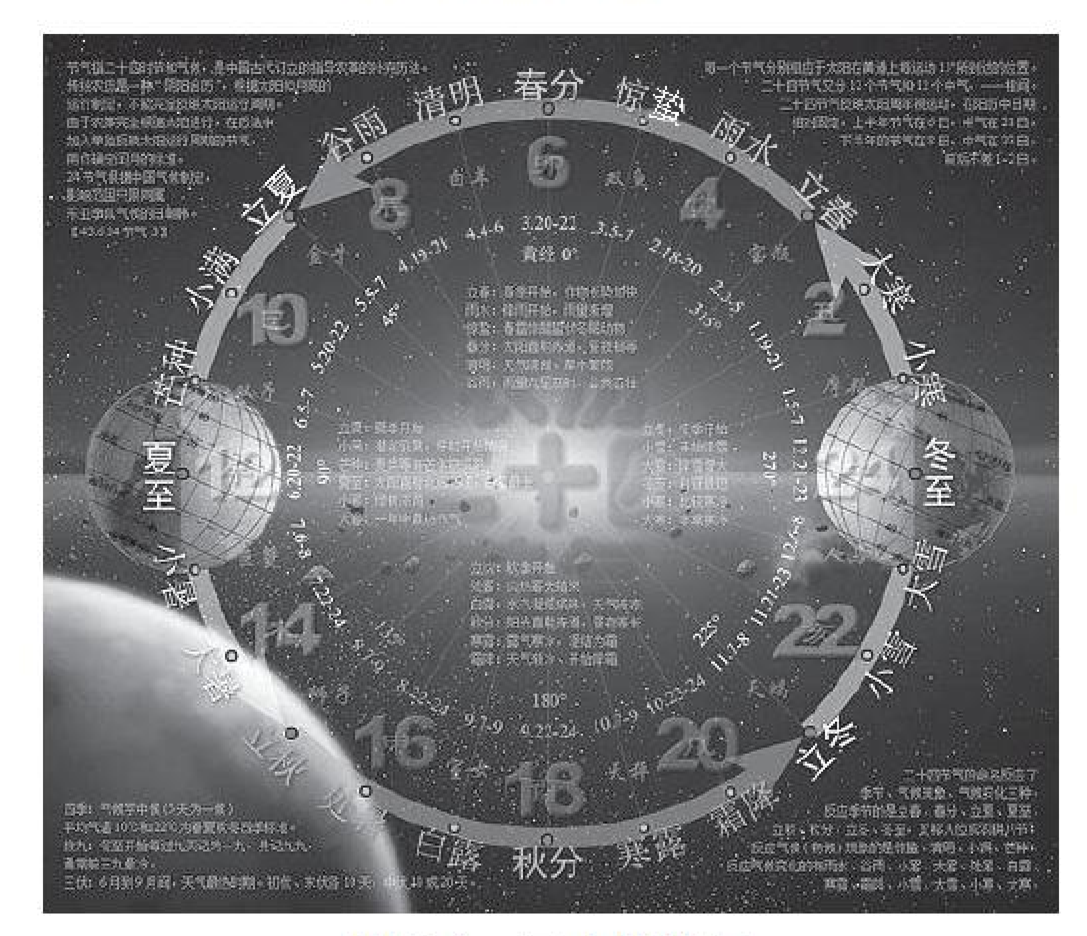


图 2-1　二十四节气

⊙ 节气：阴历还是阳历？

“刚才我们提到传统文化，二十四节气是中国传统文化里非常重要的一部分。那我先问你一个问题吧：**二十四节气是阴历还是阳历呢？**”我问道。

“哦？这也算是问题？当然是阴历了！”他不假思索地说道。

“为什么呢？”我追问道。

“这很容易理解呀，二十四节气是我们老祖宗发明的，而我们古代中国人一直在用阴历呀。所以二十四节气既然是传统文化的一部分，那也一定是阴历了。至于阳历，那是外国人发明的嘛！”

“哦！那你说中国人用阴历的好处是什么呢？”我追问道。

“**阴历最大的好处就是方便！**因为阴历是根据月亮的圆缺周期来标注日期，任何一个不识字的人到了夜晚**只要抬头看月就知道今天是几号**。古代的国家基本都是农业国家，而大多数人都不识字，家里即使有日历也看不懂，而月相不用识字就可以看懂，而且即使帝国疆域辽阔，不论地处哪里的人看到的都是同样的月相，所以不会造成误解。不仅中国，世界上还有很多国家以前都采用阴历。”

May Moons 2005

Sunday	Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday
8 new	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4
5	6 new	7	8	9	10	11

图 2-2　纯阴历以月相变化来确定日期

“是这样的，可是节日是节日，似乎还有另外一回事……”我欲言又止。

他似乎没有听出我的弦外之音，接着说道：“你看，中国的传统节日和民俗都是和阴历相关的，例如，正月初一春节、五月初五端午节、八月十五中秋节。不过老师你为什么问这么简单的问题呢？”

“你说的春节、端午、中秋节都是根据阴历这没错。你有没有发现这几个节日每年对应的公历是不一样的？”我决定提示他一下。

“当然了，这些传统节日是阴历，而现行历法是阳历，当然不一样了。”

“阳历一年是365天多一点，那么阴历一年是多少天呢？”

“这我还没有想过。”

“好，让我们一起算算。阴历是月亮历，每个月是月球绕地球一周的时间，平均大约是29.5天多一点，所以12个月就是29.5乘以12，**是354天多一点，比阳历的365天少将近11天呢！**”

“啊，我怎么没有想到呢？这将近11天的差距不会造成什么问题吧？所以每年的春节对应的阳历日期都在变，是这样吗？”

“是的。可是刚才我想说的是：**节日是节日，节气是节气，它们是一回事吗？**比如清明节吧，它每年的日期在变吗？”

“啊，原来如此，我明白了！**每年的清明的日子总是很固定，4月4日或5日，**冬至的日期也是固定在每年12月21日或22日。”

“对，这就是我的意思。”

“真是奇怪，为什么节气却和阳历日期对应得这么巧呢？看来节气和节日真不是一回事。”

“对吧？”我露出一丝得意的笑容。

他还是有些疑惑：“可是，我们的老祖宗真的懂阳历吗？”

“那我先问问你知不知道其他节气对应的阳历日期？”我抬头问了一句。

“记得几个，比如立春是2月4日附近，春分是3月21日附近，夏至是6月21日附近，秋分是9月21日附近。”

“那我们就以春分和清明为例吧，这是两个相邻的节气，你看看它们之间隔了多少天？”

“从3月21日到4月4日，大约15天，也就是**两个节气之间是半个月。**”

“对，**所以24个节气刚好就是12个月，**对吧？注意这里的月是阳历的月哦，因为你说的日期都是阳历。”

他有些惊讶地说：“真是神奇！可是老祖宗怎么来测定每个节气对应的日期呢？”他打开手机，查看2017年的节气分布，说道：“奇怪，怎么节气旁边还标注着某一天的某个时刻。**清明：2017年4月4日，22时17分16秒，**哇！都精确到秒了。节气不是某天吗？怎么还有时刻呢？”

“是的，从农业耕种的角度看，早一秒和晚一秒似乎没有区别，不过这个问题我们过一会儿再细说。其实最令人惊奇的是，古代中国人在没有现代仪器的情况下可以精确推算到这个时刻。”

⊙ 混合还是不混合，这是个问题

“我一直以为四大发明是中国人最大的智慧结晶，没想到这二十四节气也这么神奇！”他的眼神里露出了羡慕，但也流露出不解。

“还真让你说着了，**这二十四节气被气象学家认为是中国的第五大发明，**是古代东方人独有的一种思考问题的方式，是东方智慧的结晶。”我说道。

“那二十四节气和阳历对应得这么好，这么说二十四节气是阳历了？”

“可是你的口气好像还有些怀疑？不过有怀疑是好事，我们就是要弄清楚到底是怎么回事！”

他听到我肯定了怀疑的做法，就继续说：“毕竟中国古代没有采用阳历而是使用了阴历作为历法。”

但我却说：“这句话似是而非。**确切地说，中国古代采用的历法叫农历而不是阴历！**”

他挠了挠头说：“我越弄越糊涂了，农历不就是阴历吗？”

我慢慢地说道：“其实两者是不完全相同的。阴历是我们通俗的叫法，**其实我们采用的不是纯阴历，而是一个更加高级的历法，这个历法里不仅仅考虑了月亮的圆缺周期变化，还考虑了太阳的周期变化，所以是个阴阳混合历，又叫阴阳历**。要弄懂这个，要先弄清楚什么是阴历，什么是阳历。刚才你已经讲了什么是阴历，阴历是完全根据月亮的圆缺周期来制定的历法，月相循环变化一次的时间就是一个月 29.5 天，12 个月只有 354 天。对吧？”

“对。”

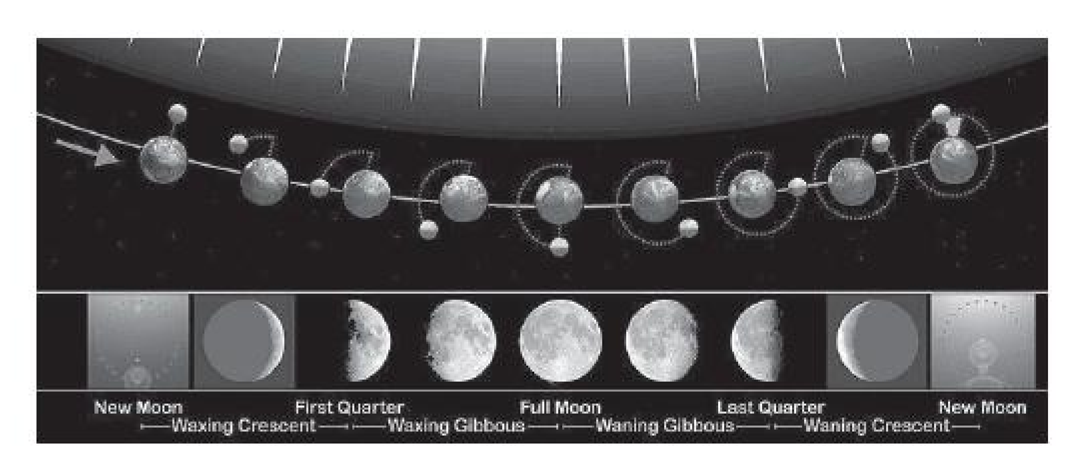


图 2-3　农历是根据月相以及地球太阳的相对位置来确定月份和日期

“可是如果严格按照阴历，那么每 12 个月作为一年，就会和太阳的变化周期产生 11 天的误差。也就是说三年就少了一个多月，换句话说阴历新年就会比阳历新年提前一个多月到来，那么这样继续下去，**18 年就少了半年多，新年就会提前半年到来**。这样就麻烦大了，如果今年是在寒冷的冬天过新年，18 年以后就要到炎热的夏天过新年了。**你能想象得到摇着扇子、吃着冰棒过年的感觉吗？**”

“那也没法过年啊！庄稼在地里还没成熟，鸡鸭也没有养肥呢！那中国人是怎么解决这个问题的呢？”

“你应该能猜出来吧？不知你有没有注意到，每年春节对应的阳历日期具有一定的波动性，**总是在 1 月下旬和 2 月下旬之间波动**。”

“是的，总是在 1 月和 2 月，没有无限期地向秋天和夏天偏移。”他肯定地说。

“比方说，某一年的春节在 2 月中旬，第二年就提前到了 2 月上旬，再到第三年又继续提前到了 1 月下旬，到了第四年突然又推迟到 2 月中下旬，之后第五年又反方向提前到了 2 月上旬，第六年又提前到了 1 月下旬。为什么第四年的春节不再向前提，而是推后了呢？”

“哦，让我想想，**是不是因为闰月的缘故呢？**”

“对，第四年的春节之所以不再继续向前移，有可能是因为在第三年里增加了一个闰月，所以春节一下子推迟了一个月。”

⊙ 不混合的纯阴历和纯阳历

“那现在还有严格按照阴历历法而不

设置闰月的国家吗？”他问道。

“有，伊斯兰国家就是规定一年有 12 个月亮月，从来不增加闰月。”我说道。

“哦，那他们的新年日期真的是不断前移吗？”

“是的，不过确切地说，他们最大的节日是**开斋节**，相当于我们的新年。”

“开斋节？这词挺熟的，好像在新闻里听过。那开斋节是伊斯兰历法的几月几日呢？”

“伊斯兰历法的 10 月 1 日，因为 9 月是穆斯林斋月，而 **10 月 1 日是斋月结束后庆祝的第一个日子，就是开斋节**。”

“比方说最近几年的开斋节是公历的哪一天呢？”

“我们可以查一下：2015 年的开斋节是 7 月 17 日，2016 年是 7 月 7 日，2017 年是 6 月 26 日。”

“难怪，每年都向前移了 11 天左右。**如果现在开斋节是在夏天，那么 18 年以后就会跑到冬天？**”

“是的。”

“还真有点不习惯呢。”

“是啊，可是世界上就是有这么奇妙的事情，在你听到它之前完全想不到它会是这个样子。”

“老师，那阳历呢？是怎么来的呢？”

“这个要从古罗马说起了，公元 45 年，罗马的皇帝恺撒发布了一个新的历法：**儒略历，规定一年 12 个月，大月和小月交替分布，每年 365 天，每 4 年增加一天，也就是平均每年 365.25 天**。由于后来误差累积越来越大，到了 1582 年，教皇格里高二世不得不对闰年的方法做了一次优化以便减小误差，增加了 100 年和 400 年置闰的规定，这个新历法称谓**格里高历**。这个历法基本固定下来。”

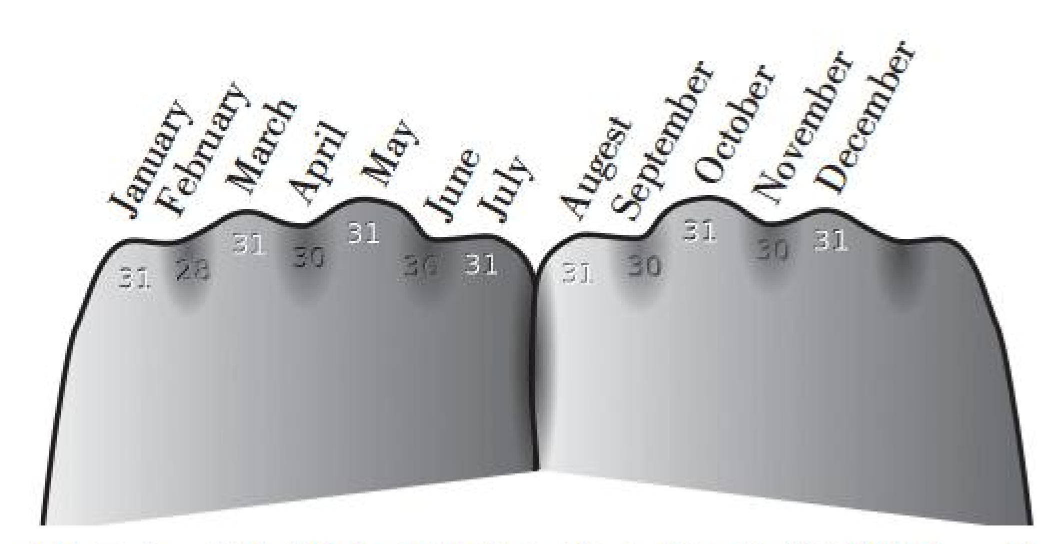


图 2-4　阳历的大小月分布 像左右两个拳头放在一起

“这也就是我们现在的公历吗？”

“对，**每四年多加一天，每 100 年时不增加一天，但每 400 年还是增加一天。**”

“这么看来，还是阳历的置闰方法简单一些。”

“但是别忘了，我们刚才说了，阴历也有自己的好处。”

⊙ 变形的年轮与不准的钟表

“不过为什么阴历需要这么复杂的调和呢？到底怎么设置闰月呢？好像没有什么明显的规律可循。这背后的原因到底是什么？”他不解地问道。

“我先举个例子吧，你看到墙上那个机械钟了吗？”我一边说，一边指着收银台后面墙上的圆形钟表。

他回过头看了一下。

我接着说：“其实非常简单，这是一个正常的机械表，上午 9 点，时针刚好指向数字 9，分针刚好指向数字 12。当时针

转了整整一圈后到了晚上 9 点，分针也刚好转完 12×60 圈，指到了 12 的位置，这样时针和分钟又回到了原来的初始位置。接下来又是一个 12 小时的循环，来到了早上 9 点，依次循环往复。”

“对，这很简单。”

“接下来想象一个有故障的机械表，还是从早上 9 点整开始。1 小时后，分针已经转过了一圈还多了 2 分钟，也就是说已经过了数字 12 的位置。这样每小时就多走了 2 分钟。这样到了晚上 9 点就多走了多少分钟呢？”

“12 乘以 2，多走了 24 分钟。”

“对。12 小时后，时针绕了一圈回到了 9 点，而分针远远超过了数字 12 又多跑了一段，到了 24 分的位置。”

“是的。”

“那么，再过 12 个小时，时针又重新指到 9 时，分针又多走了 24 分钟。也就是到了 48 分的位置。”

“对。”

“这样一来，时针和分针就无法回到原来的 9 和 12 的位置。”

“是的，没法回到最初的位置。”

“那我们可以估算一下，要等到多少次这样的循环之后，时针和分针才同时重新回到正常的 9 点整的位置？”

“我算一算，每 12 小时，时针回到原来的位置，但分针多走 24 分钟，要想让分针重新回到 60 分的位置，**就是看这 24 分钟累积到什么时候才可以达到 60 的整数倍？** 时针绕三圈时分针多走了 72 分钟，四次就是多走 96 分钟，只有到五次之后，分针刚好多走了 24 乘以 5 等于 120 分钟，是 60 分钟的整数倍，这时分针才又回到了数字 12 的位置。”

“时针绕 5 圈后，时针和分针才回到最初的位置，也就是 2 天半以后了。”我总结道。

⊙ 理想的日历并不存在

“对，可是说了半天，我都有点晕了，这到底和阴历、阳历有什么关系呢？”他不解地问道。

“别急，其实这个例子就是一个简化版的阴阳历。搞懂了这个就弄懂阴历的置闰了。”我说道。

“是吗？为什么呢？”他问道。

“你看**如果一年刚好有 360 天，而一个月刚好 30 天，那么阳历和阴历就完全一样，不用区分了。”**

“是的，这是最理想的情况。”

“对，这就像是第一个正常的机械钟，每小时刚好有 60 分钟。每经过 12 小时，分针和时针又回到最初的位置。那么对于太阳、地球和月亮来说，也是一样，每经过一年，地球、月球和太阳的相对位置又回到最初的样子。”

“可是地球和日、月的实际运行周期并不是这种理想的情况。”

“是的，**这正是问题的要害所在，正像那个故障的时钟，一小时不是 60 分钟，而是 62 分钟**。同理，**地球绕太阳的一年不是 360 天，而是多出了 5 天多**，而月球绕地球的一个月又比 30 天少了将近半天，这

样一年过后，太阳、地球、月亮的位置没有回到原来的位置，而是差了一点点，就像分针没有重新指回到 12 的位置一样。”

“差了多少呢？”

“确切地说，一年以后，月亮超过了它最初的位置，还多走了将近 11 天的距离，这样就麻烦了。如果把分针转一圈比作一个月，而把时针转一圈比作一年的话，当时针转了整整一圈时，分针多转了一段；或者当分针整整转了 12 圈时，时针还没有转完一整圈。”

“既然这么麻烦，那为什么还要用阴历呢？”

“我们刚才说过，对于一个识字率很低的农业国家来说，一个不识字的老农到了夜晚只要抬头看月就知道今天是几号。此外，国家的行政命令规定的日期可以更好地执行，而不会引起混乱和误解。”

“那阳历的好处是什么呢？”

“除了简单以外，也和农业有关！没有阳历，农民每年都要计算今年要在哪个月开始播种，哪个月去收获。比如现在的三月是在春天，那么 18 年后的三月就跑到秋天了。**如果规定三月播种，我们总不能到了秋天才播种吧？**”

“看来都离不开一个‘农’字，无论什么时候都需要种田。**可是既要保留阴历的优点，又要维护阳历的优点，就要找一个万全之策。有办法吗？**”

“办法，对于聪明人来说，还是有的。不过今天的时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

2.2 用半个西瓜解释冬至夏至?

这一周好像过得很快，我和他在食堂又见面了。

找到座位刚刚坐好，他就问道：“上次我们说到阴历和阳历各自的优点，有没有可能找到一种方法，既要保留阴历的优点，又要维持阳历的长处？”

“这需要很大的智慧。就像协调两个性情、脾气完全不同的人一样，**需要调和、折中、做出妥协**。你还记得吧，纯阴历最大的问题是无法跟随季节的周期变化。纯阴历每年比阳历少了将近 11 天，所以每年的日期不断前移。”我说道。

“嗯，记得。”

⊙ “小满”未满：物至于此，小得盈满

“既然这样，就需要多引入一种太阳历，一年就是地球绕太阳一周的时间，这样就解决了阴历少 11 天的问题。然后把一年的长度划分成 24 份，**就像在一个圆盘上刻上刻度，给每个刻度起个好听的名字**。这些名字既不用帝王将相的名字，也不用神仙的名字，而是用每个人都能感同身受的词语，或者反映季节和时令的变化，或者与耕作节点有关，于是就有了二十四节气。”

“哦，是为了记忆和传承吧？”他问道。

“对。而且，你注意到没有，这些名字本身还非常富有诗意！让我们再仔细咂摸一下这二十四节气的名字，你不觉得它们很美了吗？‘寒露’，多么有画卷感，仿佛清晨露水中看到闪闪的寒光；‘雨水’则寄托了人们对春天雨露的期望和寄托；‘霜降’时分，大地万物肃杀；‘小雪、大雪’则是一片洁白静谧。‘芒种’意味着小麦初长成，露出了尖尖的麦芒；‘小满’则是作物的颗粒开始饱满；‘谷雨’则意味着细细的春雨滋润着作物；‘惊蛰’则是春雷惊醒了蛰伏的虫儿，开始外出活动；‘清明’，意味着天空清朗、一片春光明媚；‘大暑、小暑、大寒、小寒’，这两暑两寒，对比明显，让人有切肤的体会。”



图 2-5　寒露

“是的，富有诗意！”

“还有春分、秋分就是白昼和黑夜平分，夏至、冬至就是**物极必反、否极泰来**。”

“很有哲理。”

“俗话说：**预则立**。而立春、立夏、立秋、立冬，则是对未来季节的翘首期盼，立了春，春天还会远吗？”

“嗯，这些节气的划分和命名都离不开细致的观察吧？”

“对，就拿夏至和冬至来说吧，进入春夏后，白昼一天天变长，黑夜一天天缩短，正午时分的太阳比前一天都高一些，到了夏至时，正午的太阳已经到了头顶，而人的影子每天都短一些；而且每天早上太阳出现在地平线也比前一天更靠近东偏北，也就是提早几分钟日出，而傍晚在地平线上的落日也比前一天更靠近西偏北，也就是退后几分钟落日，所以白昼显得更长。”

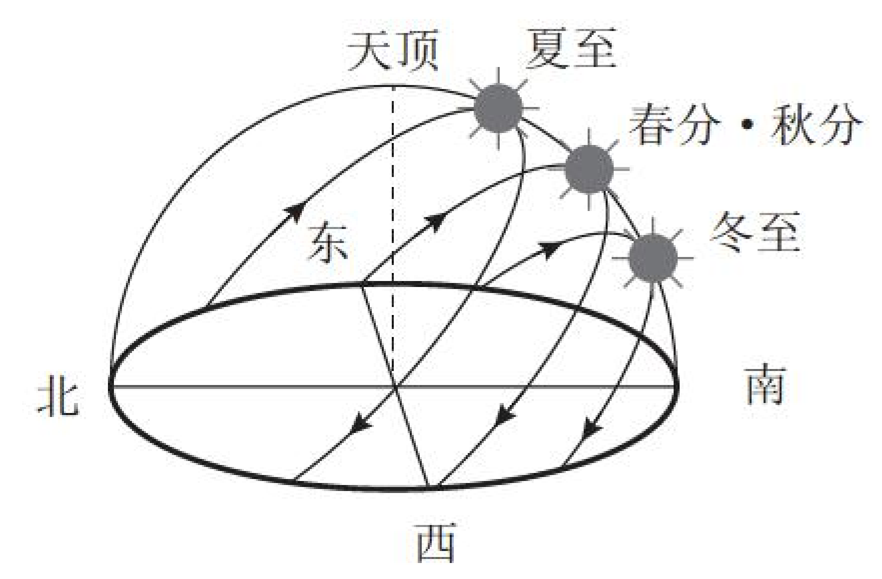


图 2-6　冬至 - 夏至 - 春分 - 秋分

“但是这种白昼增加的趋势必定有一个**极限**？”

“对，这就是夏至，过了这个极限后，白昼就一天天缩短了，正午的太阳越来越低了，影子越来越长了，朝阳起得越来越晚，而且越来越靠近东偏南了，夕阳越来越早且越来越偏向西偏南了。日子一天天变短，到了冬至就又到了相反的极限，日头最低、影子最长，一旦过了冬至，日头又重新在头顶升高，影子缩短。

⊙ 半个西瓜的妙用

“也就是说，太阳在天空中的轨迹是一条高度不断变化的**弧线**？”他问道。

“是的。如果把太阳经过天空的路径连起来，就可以画出一条优美的弧线，你会发现这条弧线是有点斜的。”我拿过来一个空碗扣在桌子上，继续说道：**“想象天空是个半球，大地是个案板，半个西瓜扣在案板上面**。我们从案板上方俯视西瓜，会看到西瓜在案板上形成一个圆周。圆周上标注了 24 个刻度，代表一天 24 小时。12 点表示正午，太阳在正南方，6 点代表日出，太阳在正东方，18 点代表日落，太阳在正西方，24 点代表子夜，太阳在正北方。”我说道。

“嗯，明白。”

“我们先看一下‘**夏至**’这一天太阳在北半球天空划过的弧线，就是**用刀从西瓜顶部，也就是有蒂的那个地方斜斜地向上（向北）切开西瓜**（如图 2-7 所示），把较小的那一半西瓜拿开，剩下的较大的那一半西瓜露出了红色的瓤，**刀在瓜皮上切过的截面就是夏至那一天太阳划过天空留下的弧线**。不到 6 点太阳就从东偏北的位置出来了，白昼开始，太阳逐渐向上划过顶部，也就是西瓜蒂那儿，到达正午 12 点。然后又从顶部下来，一直到 20 点才到达西偏北的位置落下去。夏至这一天的白昼长度大于 12 小时。这大半个西瓜在案板上占据的图形就是大半个圆形，表示白昼的长度。”

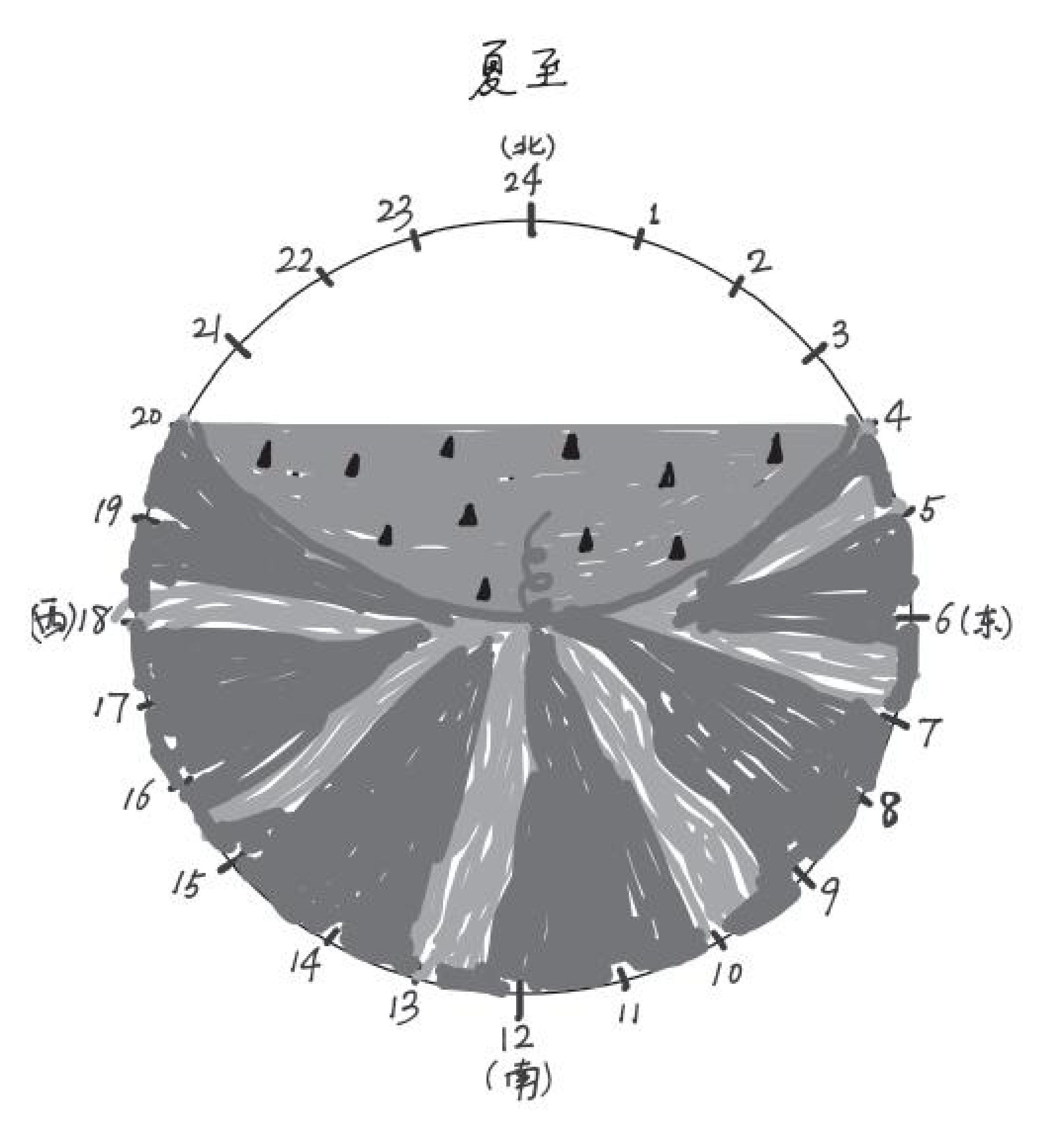


图 2-7　用半个西瓜解释夏至（俯视图），以北半球为例。斜着切开西瓜在瓜皮上留下的弧线就是夏至这天太阳划过天空的弧线。夏至日，5—6 点就日出，而日落推迟到 19-20 点。北回归线附近太阳正午时分在头顶，表示弧线划过顶部瓜蒂的位置

“这个比喻有点意思。那夏至以后呢？”

“如果**我们接着用刀沿着刚才的截面继续平行地切下一片厚薄均匀的西瓜**，留下的截面就是夏至之后的太阳轨迹，这个截面和弧线就小了一些，继续一刀一刀地切下去，截面上的弧线越来越短，截面的顶部也越来越低，西瓜底部所占的面积也越来越小，变成了一个不到一半的圆弧和一个很短的直线组成的图形。这个弧线的起始点和终点就是日出和日落的时间。**继续切到一定程度，我们就要停下来了，因为冬至到了**。接下来，我们再把刚才切下来的西瓜依照相反的顺序摆回到原来的位置，这样西瓜的截面就越来越大，顶部越来越高，地下的占地面积也越来越多，全部摆回去，就又回到了夏至。”

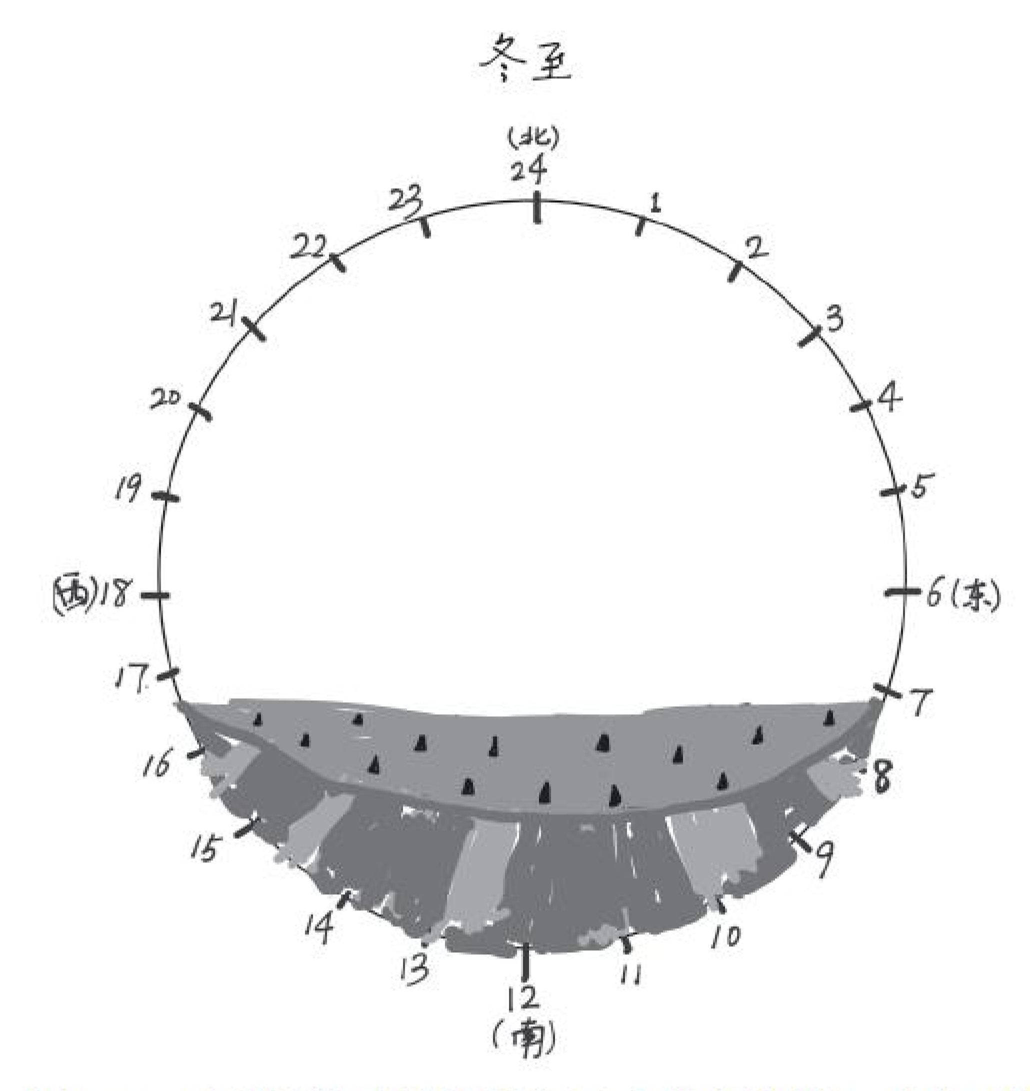


图 2-8　用半个西瓜解释冬至（俯视图）：用刀沿着刚才的截面继续平行地切下一片厚薄均匀的西瓜，截面越来越小，弧线越来越短，而且越来越倾斜，7 点以后才日出，而日落则提前到 17 点左右

“所以冬至和夏至是最早被观察到的节气？”

“我想应该是的。”

“那春分和秋分呢？”

“如果你在一片片切西瓜的时候，每次都切薄薄的一片，每切一片就表示过去了一天，你会发现随着西瓜在案板上留下的圆弧越来越短，**刚好有一天变成了恰好一半圆弧，也就是从 6 点到 18 点的位置，那天就是秋分了**，太阳从正东升起、在正西落下，这一天白昼和夜晚各 12 小时。类似的，春分也是刚好一半圆弧。”

⊙ 为什么叫“节气”？

“很形象！那其他节气是什么时候加上去的呢？”他问道。

“到了战国后期，古人进一步把一年作了八等分，于是有了立春、春分、立夏、夏至、立秋、秋分、立冬、冬至，一共8个节气。”我说道。

“嗯，进一步细化了。”

“你发现没有？你刚才背诵的节气歌：**春**雨惊**春**清谷天，**夏**满芒**夏**暑相连，**秋**处露**秋**寒霜降，**冬**雪雪**冬**小大寒。每一句的第一个字和第四个字是一样的，代表春、夏、秋、冬四个季节。第一个字就代表**‘立’**，比如立春、立夏、立秋、立冬；而第四个字代表**‘至’或者‘分’**，比如春分、夏至、秋分、冬至。于是每三个节气就有一个‘立’或者‘分/至’，所以刚好把一年做了8等分。这8个节气更清晰地勾勒出了一年四季的划分，记录在《吕氏春秋》的《十二月纪》中。”

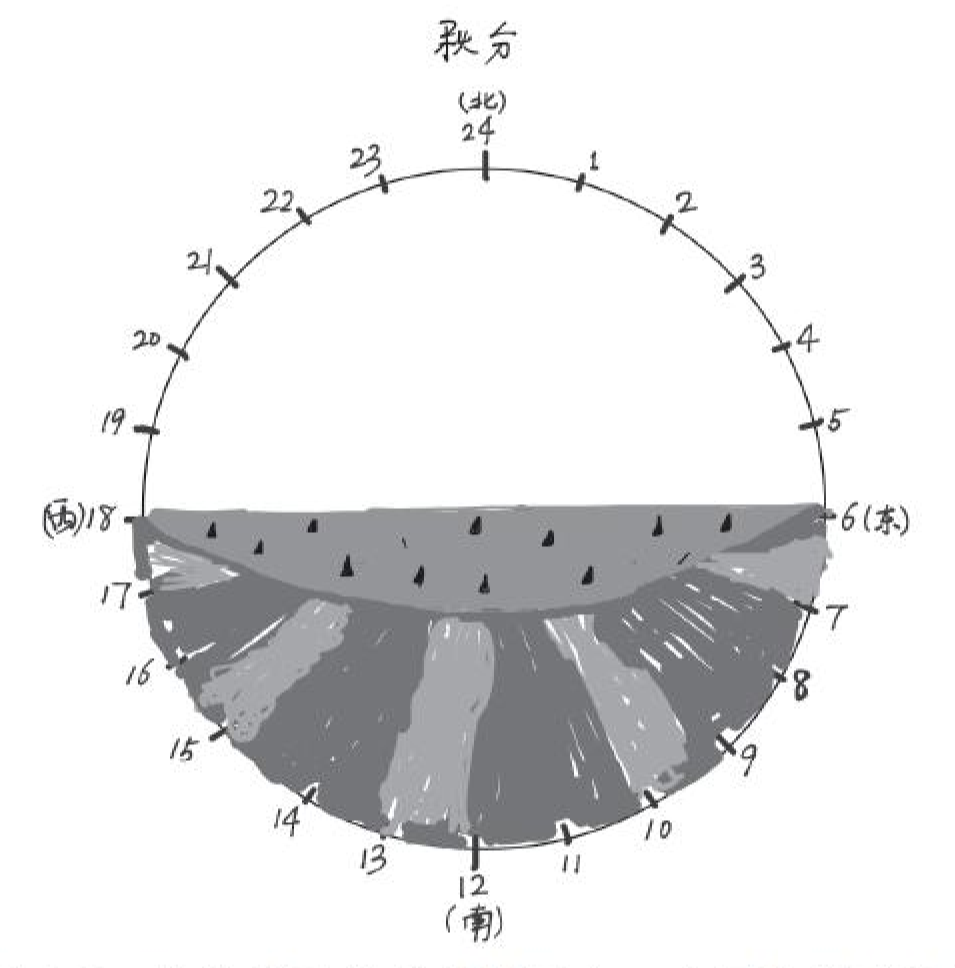


图 2-9　秋分和秋分（俯视图）：白昼和黑夜各占12个小时

“那24个完整的节气是什么时候出现的呢？”

“**《淮南子·天文训》**记载，把一年24等分，并加以命名，形成我们今天所熟知的24节气，这是二十四节气第一次被完整叙述。公元前104年，**《太初历》**正式把二十四节气明确加进历法中，成为农历的一部分。24个节气大致对应一年中的12个月，平均每个月对应两个节气。”

“我还有个问题，既然节气是为了循环时间安排出刻度，那**为什么叫‘节气’呢？**”

“这是个好问题。中国人并不是随随便便起名字的，而是根据一套富有哲理意味的观念。”

“根据什么观念呢？”

“**二十四节气的核心之一，是‘气’的观念**。司马迁《史记·律书》记载：**‘气始于冬至，周而复始**。’之所以有季节轮回，古人认为是在一岁之间有‘气’在运动，‘本一气之周流耳’。”

“听起来挺有道理的，那么**‘节’**这个字有什么说法呢？”

“**而‘节’就是为周流天地之间的‘一气’画出刻度，每年共画出十二个刻度：**

立春、惊蛰、清明、立夏、芒种、小暑、立秋、白露、寒露、立冬、大雪、小寒。

这十二个刻度就像是竹竿的分节点。”我解释道。

“嗯。除了‘节’之外的十二个节气呢？”

“在每节时间的正中画出刻度，这就是中气，中气也是十二个：

雨水、春分、谷雨、小满、夏至、大暑、处暑、秋分、霜降、小雪、冬至、大寒。”

“二十四节气就是十二节气与十二中气的合称？”

“对。立春、立夏、立秋、立冬都是**节气**，代表了一个新季节的开启，而春分、夏至、秋分、冬至代表一个季节的中间，则是**中气**。每两个节气之间、每两个中气之间大约相差一个月，如果以冬至为基点，月初为节气，月中为中气。**节气得气之始，中气得气之中**。”

“这样就形成了一套**关于时间的知识体系**？”

“对。”

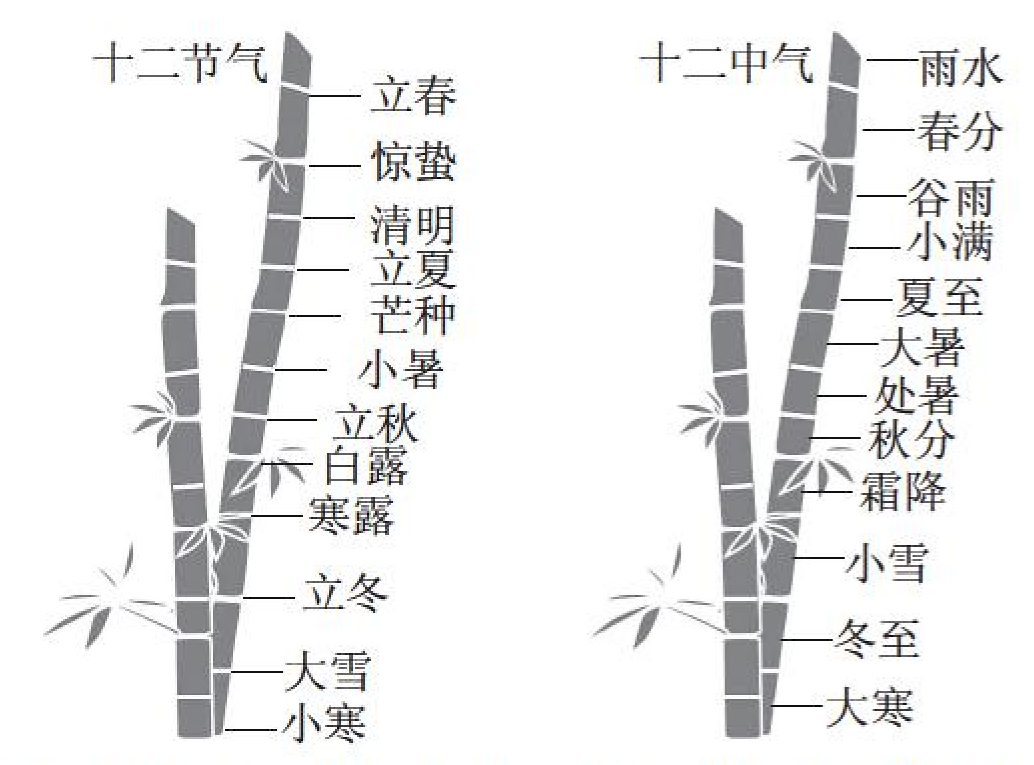


图 2-10　十二节气与十二中气：节气位于竹子的分节点；中气位于每一节竹子的中间点

⊙ 节气“有时”

他低头想了想，忽然想起了什么，说道：“我还有一个问题，刚才我们看到清明不是一天，而是某个时刻。为什么节气不仅仅是某一天，而且还是某个时刻呢？”

“对，我们刚刚提到了这个问题，但是还没有讨论，现在我们来看一下这个问题吧。节气如果仅仅是用来指导耕作，那没必要精确到‘分钟’和‘秒’，精确到‘天’就够了。”我说道。

“是的。”

“但是节气本身还涉及天文历法，是历法计算的重要部分，而历法必须准确。”

“为什么呢？”

“二十四节气把一年分成 24 份，我们看看这每一份是多少，好吧？”

“好的，首先一年不是刚好 365 天，而是多出 5 小时 48 分。对了，古人是怎么知道的呢？”

“的确，单单看一两年是无法知道一年的长度不是整数天。但是如果把时间长度拉长到百年以上，效果就很明显了。**一年差了将近 6 个小时，也就是 0.25 天，那么 100 年就会相差 25 天，就将近一个月了**。也就是说几乎差了两个节气那么久，一定对农业耕作产生了很大的影响。所以这种思考方法叫作‘以著见微’，通过放大区间从而发现问题。”

“好的。那现在把一年等分 24 份看看两个节气之间的平均间隔。”他拿出手机打开计算器程序，“一年是 365 天 5 小时 48 分 46 秒，也就是 365.2422 天，除以 24 就是 15.218425 天，也就是 15 天又 5 小时 14 分多。”

“对，你会发现它不是一个整数，而是小数。也就是说两个节气之间的时间不仅仅是多少个整天，还包括额外的小时、分钟和秒。比如，如果冬至是十一月初一的子夜零时整，那么下一个节气‘小雪’就不会是在十一月十六的零时，而是在十一月十六的早上 5 点 14 分。既然这个时刻不是子夜零点，所以必须计算出来。”

“可是有必要去计算节气的时刻吗，需要那么精确吗？”

“就比方冬至时刻吧，冬至意味着一个拐点，意味着‘阴’到达极限后，开始生出最初的一丝‘阳’气，也就意味着旧的结束和新的开始，那么**两个冬至时刻之间的差值就是一年的长度。所以必须精确计算出相邻两个冬至的时刻，相减之后才能精确计算出一年的长度。**”



图 2-11　冬日的影子拉得很长

“我还有一个疑问，**为什么是在冬至附近测量影长，而不是在夏至附近呢？**”

“因为冬至影子长，容易测量。而且影子越长，相对误差越小。不过要测量冬至时刻，就不是那么容易的了，以后我们有时间再聊吧。”

“好的，老师再见！”

“再见！”

2.3 二十四节气是科学还是文化?

一周以后，我和他在食堂又见面了。

“二十四节气的名字优美，充满了画面感，让我很感兴趣。”他开口说道，“不过，有个问题还是想不太清楚。”

“什么问题？”我说道。

“中国地域这么广阔，气候变化这么大，耕种的作物也很不同，**二十四节气能和农业生产对上吗**？比如雨水那天，中国就普降春雨吗？”

“没错，中国这么大，不可能都依照同样时间表去耕作，也不可能按照同样的时间入冬、霜降。节气最初是依据黄河流域的气候特征来命名的，和**黄河流域**的物候特征基本吻合。到了其他地区就不一定对得上了。”我说道。

“那节气对于指导农业耕作还有很大的意义吗？”

“我个人觉得重要的不是名字，而是背后的意义。别忘了节气是太阳年的一种时间刻度，把一年的轮回分成了 24 份。虽然刻度是固定死的，刻度的名字也是死的，但是别忘了人是活的，人们在每一个刻度上可以自由地**赋予其不同的意义**，并根据时间运行到某一节气来做相应的事情，这就达到目的了。”

“有点道理，还能举个例子吗？”

“你知道英语的九月叫 September，可实际上 sept 这个词根的意思是七。”

“哦，是吗？”

“sept 这个词在拉丁语系里的意思是 7。类似的，十月叫 October，实际上词根 oct 的意思是八，例如，音乐的八度叫 octave，章鱼叫 octopus；同理十二月 December，词根 dec 的意思是十，例如，decade（十年）。但这并不影响人们的理解，我想节气也是类似的，即使‘霜降’那天没有降下霜来，人们也不会嗔怪节气，节气本身的作用不是预报天气，而是它的天文历法意义。”

“嗯，我明白一些了！”

⊙ 融入民俗中的科学体系

“而且节气还有一种神奇的功能，我这里要说一下。你看节气这种关于时间的**科学**体系，居然深深融入我们的文化之中，成为我们生活中不可缺少的一部分。作为对比，牛顿三大定律和相对论也很厉害，可是你能想象出把它们融入日常生活中吗？”我问道。

“嗯，恐怕不会。”他说道。

“可是节气就做到了！它不仅仅用来

指导农业耕作，反映物候、天象变化，而且**二十四节气如此深入地融入了我们民族的血液之中，通过民间习俗一代一代流传下来。它渗透到我们的味蕾里，流淌在世代相传的诗篇中，幻化在我们民族的节日里，印刻到一代又一代人在特定时间共同做一件事的经历里，变成了我们集体回忆的最重要的一部分。**”

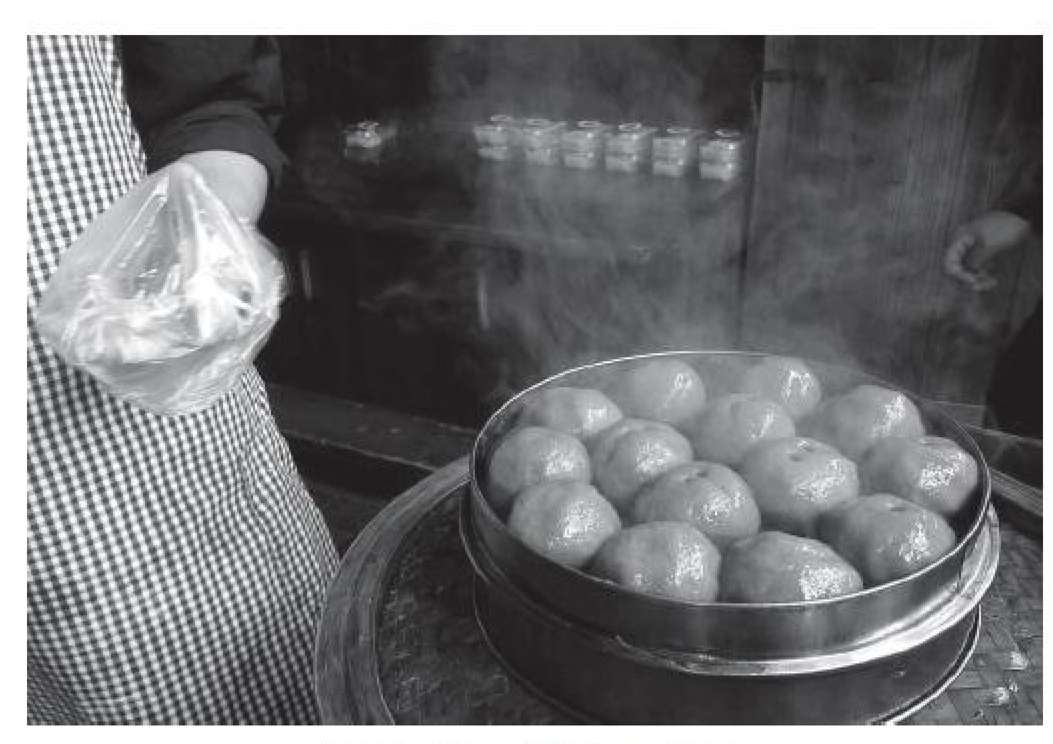


图 2-12　清明吃青团

“嗯，我深有体会，我和我的同学们来自天南地北，操着不同的方言，曾经居住地理环境大相径庭，但是通过冬至吃饺子、清明祭祖、背诵着同一首‘**清明时节雨纷纷**’‘**蒹葭苍苍，白露为霜**’却能够让我们拥有了共同的语言和聊天的话题。”

“对，正是节气和它背后的文化传统把你们联结在一起，节气变成了黏合剂。”

“有些时候我觉得有些迷惑，**这二十四节气究竟是文化呢，还是科学？**”他问道。

“这个问题不好回答。**如果说它是文化、民俗、诗歌，可是它却还具有历法和调节时令的功能；如果说它是科学，可是又有哪个科学规则和规范能如此深刻地融入一个民族的记忆之中，成为一个文化符号，通过文化基因一代代相传，并且还辐射到其他国家？**”我说道。

⊙ 东方智慧的结晶

“有人说二十四节气是东方智慧的结晶，为什么？”他问道。

“你看，**二十四节气完美结合了天文、物候、农事、民俗等内容**。一方面，它是中国人特有的知识时间体系，而另一方面二十四节气深刻影响着人们的思维方式和行为准则，成了我们的民族文化认同的重要载体。”我说道。

“能具体说说吗？”

“二十四节气从天文历法出发，总结出了地球和太阳运行具有周期性的特点，把它作为一种轮回。这种时间的轮回造就了季节的轮回，植物生长、开花结果和衰败的轮回，寒暑的轮回，降雨降雪的轮回，对应于这种天地的轮回，**中国人的反应是如何来适应它**。”

“这个我同意。”

“要适应这种轮回就首先要了解这种轮回，做精确的测量和推算。所以这又进一步推动了技术的发展。有了技术的进步，可以更好地指导农业的发展，从而更加顺应自然，与自然和谐相处。在这里，**二十四节气作为一种天文历法科学的进步带来的是人与自然更加和谐的相处，而不是对自然的征服。**”

“嗯，**这确实值得现代科学深思，一种科学技术如何能够融入人的生活，变成对自然的良好顺应，并与自然和谐相处。**

那中国人是如何与自然相处的呢？” 他又问道。

“在春天，万物开始萌动苏醒，春雨霏霏，天地一片勃勃生机，人们要抓住短暂的时机播种、插秧，不能有一点贻误，于是‘一年之计在于春’。同时人们也不忘享受这美好的时光，流连在春光明媚的天地之间，踏春、咏春、郊游、祭祖、沐于沂水、咏而归。”

“嗯，有些地方还有立春吃春饼、清明吃青团的习俗。”

“接下来，作物勃勃生长，枝干变得茁壮，谷粒渐渐饱满，麦叶变成了麦芒，天气炎热起来，人们早起午休，避开暑天的锋芒。同时利用三伏的酷暑来驱散身体里的寒虚。”

“就是三伏贴吧，我上次去医院看到过。”

“然后秋风一起，吹熟了稻谷，人们庆祝丰收，贴秋膘，随着暑气消散、降下白露，草木变得枯黄。”

“嗯，不仅人要贴秋膘，有些地方还要给羊贴秋膘。”

“霜降之后，大地飘雪冰封，树木凋零，人们也顺应自然，开始了蛰伏、猫冬，冬至吃些热腾腾的饺子，并准备用庆祝新年的方式驱散一年当中最寒冷的天气。”

“嗯。”他点点头。

“所有这些意味着要察天时，调节播种耕作的时间使作物顺利生长，调节自身的生活规律和饮食来适应季节的变迁，预计接下来的季节可能出现的变化，并提前做好准备。”我说道。

⊙ 节气的哲学思维

“这是否说明**宇宙的规律变化和人体的节律变化有内在的关联？”**

“你说得很对，意识到这一点是古人的一种智慧。不仅如此，中国人还在四季的轮回中找到了哲学的思维方式。”

“对了，怎么理解节气里的哲学思想呢？”

“你知道，中国人很早就发展出了阴阳和五行的观念，用阴、阳两种对立相反的气的运动来解释万物的变化和时间的流转。例如，**冬至时阴气最盛，但有那么一丝阳气开始萌动发生，于是冬至是阴、阳二气变化的关键期**。”

“是的。”

“虽然那时还是寒冬，我们的身体感受不到温暖的到来，眼睛也看不到草木的萌动，但是古人在最寒冷的时节，却说‘日北至’‘一阳生’，**在看不到一丝温暖的地方预计到了阳气必然上升、温暖必将来临，在近似绝望的寒冷中告诉我们最糟糕的时刻已经过去，希望就在前方**。这是何等乐观、何等自信。而且把这种对自然的观察上升到哲学和宇宙观的角度，从**阴阳的对立运动中来理解世界和时间的流转**。”

他点了点头说：“有道理！只有长年累月地观察和思考才能够得到如此有哲理的理解，这次申遗成功的二十四节气应该会让我有机会更加深入地理解传统文化和宇宙观。”

“对了，这次申遗成功的二十四节气，

除了包括24个具体节气，还包括**九华立春祭**、班春劝农、石阡说春、三门祭冬、壮族霜降节、苗族赶秋、安仁赶分社等扩展名录。所以二十四节气不仅仅是一种历法，还是一套文化习俗，**不仅仅是汉族人的习俗，还融入了其他少数民族的文化里，成了各民族的集体记忆。**”

“可是提到保护文化遗产，给人感觉二十四节气好像有些濒危，需要抢救和保护，不是吗？”他露出担忧的神情。

“是啊！随着现代化农业技术的发展，二十四节气对于农事的指导功能逐渐减弱。还有，随着中国城市化进程加快，人们夏天坐在房里吹着空调，冬天抱着暖气窝在被窝里玩着手机、平板计算机，不用太担心天气的冷暖变化。”

“是的，24节气作为天文历法的科学功能在减弱。”

⊙ 文化的根茎

“**现代科学讲求的是实用，要能解决问题**。先进的观测工具和理论计算方法，把天文历法的推算发展到了非常高的精度。人们远远已经超越了用杆子测量日影来计算时间的年代。如今人类能上天、入地、入海，全方位地监测地球上和太空里非常微小的变化。人们对时间精度的测量已经达到了飞秒以下，也就是一秒的百万亿分之一。”我说道。

他思考了一下，接着问道：“我觉得，科学总是通过否定过去的方式来前进，例如，人类一旦发明了新工具，那旧工具就被抛弃了，但是文化却不是这样的吧？”

“是的，**文化具有传承性**。**如果说科学就像支撑神庙的大圆柱子，只要有那么几十根就足以支撑整个神庙，那些柱子就是由伟大的科学家建造出来的各种定律公式**，只要有第一个人建立了这条定律，所有的人都只需要享用其成果即可，安然地站在柱子下面享用其提供的庇护，不需要自己再重新建立这些柱子。可是文化却不同，**文化是支撑神殿的大地，是神殿周围广阔的土地**。”



图2-13　科学像支撑神庙的大柱子，可文化是支撑神殿的大地

“怎么理解呢？”

“这是我自己的一个比喻。你看，地质运动的变化，让古老的地层逐渐被新的地层所覆盖，**越向下的地层越古老，新的地层是建立在古老的地层上面的**，虽然我们看不到古老的地层，但是如果没有古老的地层，地表和上面的建筑就成了空中楼阁。**如果没有那些古老的文化传统，我们的现代生活将如浮萍一般飘零，如失根的兰花一样在悬浮在空中。如果有一天神殿荒芜了，倒塌了，我们在它旁边可以建**

立一座更高、更现代的建筑，可是如果脚下的大地消失了、毁灭了，那就什么都没有了。”

他说道：“我想，传统文化的大地正在被埋入新文化的下面。”

“是的，所以我们离传统文化越来越远，我们视力所及都是新型的文化。**可是传统文化并没有消亡，只是从我们的视线里暂时消失而已。传统文化正变为坚实的大地的底层部分，默默地托举着我们**，托举着大地上面新的摩天大楼和广厦千万间。**每次过传统节日，就是和这些平时看不到的底层大地的一个约会，它定期提醒我们：我们来自哪里？我们的根延伸到了哪里？”**

我和他都陷入了沉思，桌上的筷子平静地躺在空空的盘子上。



图 2-14　没有传统的文化，犹如没有根基的浮萍

附录：

2017 年二十四节气的时刻表：（来源：中国香港天文台）

二十四节气	日期	时间
小寒	1 月 5 日	11:56
大寒	1 月 20 日	05:24
立春	2 月 3 日	23:34
雨水	2 月 18 日	19:31
惊蛰	3 月 5 日	17:33
春分	3 月 20 日	18:29
清明	4 月 4 日	22:17
谷雨	4 月 20 日	05:27
立夏	5 月 5 日	15:31
小满	5 月 21 日	04:31
芒种	6 月 5 日	19:37
夏至	6 月 21 日	12:24
小暑	7 月 7 日	05:51
大暑	7 月 22 日	23:15
立秋	8 月 7 日	15:40
处暑	8 月 23 日	06:20
白露	9 月 7 日	18:39
秋分	9 月 23 日	04:02
寒露	10 月 8 日	10:22
霜降	10 月 23 日	13:27
立冬	11 月 7 日	13:38
小雪	11 月 22 日	11:05
大雪	12 月 7 日	06:33
冬至	12 月 22 日	00:28

2.4 “清明”是风清景明，还是“雨纷纷”？

一周以后，我和他又碰面了。

他坐下看着我，眼睛里有一丝喜悦：“上次我们聊了二十四节气，我发现它真的是融入我们的文化里，别的不说，古诗里面讲到节气的就很多。”

“你有什么发现吗？”我好奇地问道。

“最有名的就是《清明》了。**‘清明时节雨纷纷，路上行人欲断魂。借问酒家何处有，牧童遥指杏花村’**，我感觉清明时节好像是经常下雨！”他说道。

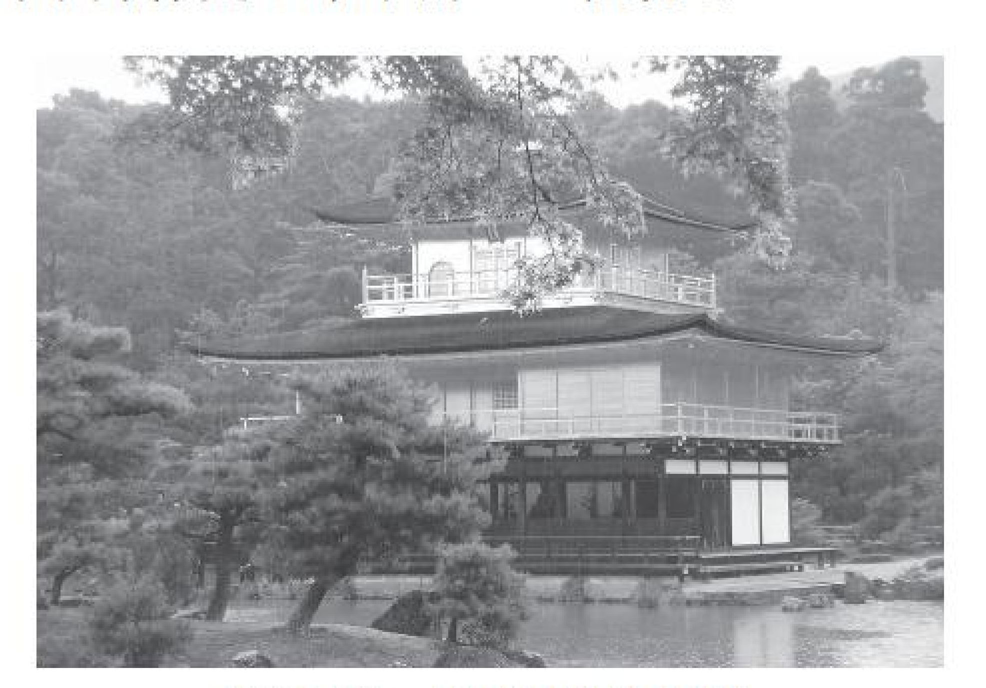


图 2-15　清明时节雨纷纷

“是的。”

“不过，再读完这首诗，我反而更疑惑了！”他说道。

⊙ 颠倒的节气

“哦，为什么呢？”

“我想这首诗如果写成‘**谷雨**时节雨纷纷’好像更合适。”

“为什么这么讲呢？”我追问道。

“从字面上来看，**‘清明’应该是天气清爽且明朗。可是杜牧的诗却说‘清明时节雨纷纷’，在这样一个本应天气清朗的时节却‘雨纷纷’**。我想制定节气的人是不是把清明和谷雨弄反了？”他把心中的疑问一下子倒了出来。

“哦，是吗？那谷雨是在哪一天？”

“谷雨是清明之后的那个节气，大约是4月19—20日。”

“真是奇怪。一般来说，节气的名称和对应的气候非常符合，比如大寒、小寒都是最冷的数九天，大暑、小暑都是最热的三伏天，寒露和霜降的时候也符合当时的气候。为什么谷雨时节的雨水要提前到半个月前的清明时候来下呢？”我也有点疑惑了。

“也许是古人弄错了？”他问到。

“也许吧，可是要知道二十四节气可是写在皇历里面，由皇家每年正式颁布，作为皇权统治的象征之一，其含义非比寻常，古人应该不会犯这么低级的错误吧？即使偶尔犯了错，也不会错这么久而不去纠正吧？我猜一定有什么特殊的原因才会

这样。我们现查一下。”

“好啊。我查一下，百科上说，**二十四节气中，原本谷雨在清明之前，后西汉末年刘歆皇帝把清明、谷雨对调**。还有，**惊蛰本来在雨水之前，皇帝把雨水、惊蛰也对调了**，也就变成了现在的‘春雨惊春清谷天’，而在这之前应该是‘春惊雨春谷清天’。汉初以前是‘立春→启蛰→雨水→春分→谷雨→清明’，而汉景帝以后变成：‘立春→雨水→惊蛰→春分→清明→谷雨。’”他说道。

“这皇帝也太任性了，一下子改变4个节气的顺序！”我说。

“还有更惊奇的！”他说道，“**原来惊蛰不叫惊蛰，而叫‘启蛰’**，《夏小正》里有‘正月启蛰’的句子。到了汉朝第六代皇帝汉景帝，为了避讳而将‘启’字改为了‘惊’字。”

我说：“避讳倒还可以理解。但是调换节气顺序就不清楚了，除非当时气候剧烈变化，否则没必要这样大动干戈！”

“有道理，我再查查，”他接着搜索起来，过了一会他找到了一篇论文。“哦，这更有意思了。这篇文章认为从秦汉一直到近代，谷雨和清明不仅仅对调了一次，而是对调了五次之多！”

“太有意思了！是什么原因呢？”我追问道。

“每次对调都是因为气候的原因。**如果出现先惊蛰后雨水，必代表气候较暖，因而伴随着先谷雨后清明，以保证春播的提前。反之，如果出现先雨水后惊蛰，也就是我们现在的节气顺序，必代表气候较冷，因而必伴随着先清明后谷雨，以推后春播，便于保证幼苗不受霜冻，而顺利生长。**”

“嗯，这个听起来有道理。继续说下去。”我说道。

“而唐朝中叶以后，我国气候一直较冷，所以这种先清明后谷雨的次序一直沿用到清代甚至到现代都没有太大变化。所以谷雨节气，最重要的是为了准确掌握春播（谷）的时节，而不是说天气是不是下雨，毕竟节气不是天气预报。”

“嗯，这个解释还算靠谱。那唐代最后一次对调节气是在什么时候？”我问道。

“公元728年。”

“杜牧又生活是在什么时候呢？”

“公元803—约852年间。”

“哦，也就是说杜牧那个时代也是先清明后谷雨，和我们现在是一样的顺序。”

“说到杜牧这首诗，我们从小就背诵，而且认为是杜牧所写，可是近年有人考证这首诗不是杜牧写的，而是宋朝人写的，冠上杜牧的名字。”我说道。

“不会吧？！这真要跌破眼镜了！有什么依据吗？”他问道。

“清朝《全唐诗》收录了唐朝几乎所有的诗，可是却没有把这首大名鼎鼎的清明诗收录进去，一定是有缘故而不是无意漏掉的，可见当时人们就已经怀疑这首诗不是唐诗了。当代学者（如施爱东博士）也陆续发现了更多的证据证明这首诗不是杜牧所写。”

“哦，是吗？”

“是的，杏花村是山西著名的酿酒之

乡，是到宋朝才开始出产好酒的！”

“看来历史的真面目总是似是而非！不过不管怎么说，这首诗现在已经是家喻户晓，提起清明节大家都会想起这首诗了。”

“那清明节到底是不是雨纷纷，还是要靠数据说话才准。”我说，“我们不妨查一下最近几十年有天气记录以来清明节的降雨情况。”

“好的，我找到一份**最近 55 年来清明节降雨分布情况统计，对于长江以南地区，基本符合‘清明时节雨纷纷’的情况，而对于长江以北地区似乎更符合‘清明’这两个字本来的含义。”**他说道。

⊙ 不断提前的春节

我接着说：“还记得吗？上次聊天的时候，我们弄清楚了二十四节气是阳历，所以每年清明的日子都是固定的。但是还有几个问题没有讨论清楚，比如，**阳历一年是 365 天多一点，而阴历一年按照 12 个朔望月计算是 354 天多一点，每年就相差了将近 11 天，**每三年就差了将近 33 天。”

“是啊，这就引起了很多麻烦。”

“其中一个麻烦我们上次提到就是阴历的新年不断提前，18 年以后我们要在夏天过新年了。”

“是的，夏天庄稼还没收割、猪羊也没有养肥，用什么庆祝新年呢？这的确是个问题。还有其他麻烦吗？”他问道。

“当然有。别忘了，中国是个农业国家，历法最重要的作用是要指导农业劳动的时机。由于正月初一不断提前，距离立春越来越远，也就是说月份和对应的节气也越来越远，如果说春天开始于一年的第一个月，那么立春应该位于正月才符合人们的预期，可是由于阴历的新年不断向前提，立春有可能变成二月、三月甚至四月，这就很不正常了，不是吗？”

“能打个比方吗？”他问道。

“比如我有两把尺子，其中一把比较长（代表一个回归年 365.25 天），而另一把比较短，代表 12 个朔望月 354.36 天。我们把两把尺子的头部对齐、放在一起，尾部就差了将近 11 天。”

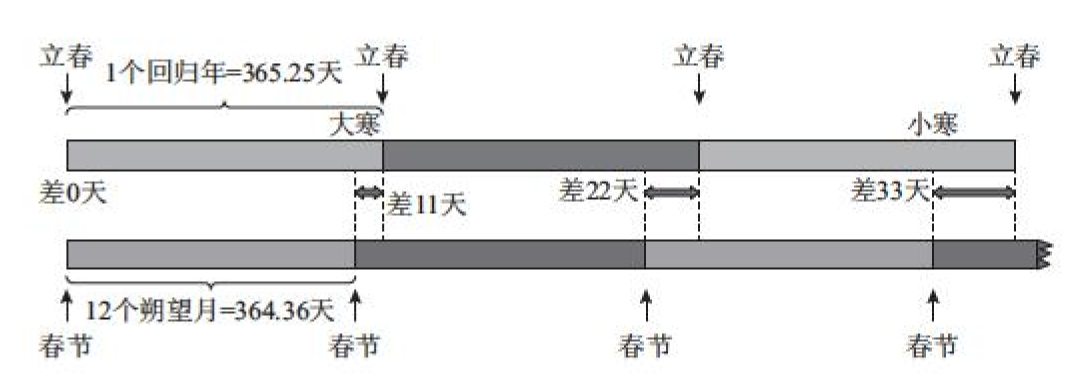


图 2-16　1 回归年与 12 个朔望月相差 11 天，因此春节不断提前

“嗯，我能想象出这两把不同长度的尺子。”

“好，现在每把尺子上面都分成 12 份，刻了 12 个刻度。长尺子的刻度表示的是 24 节气中的 12 个表示节点的节气，也就是立春、惊蛰、清明，一直到立冬、大雪和小寒（另外 12 个中气暂不用管），起始点是立春。而短尺子的刻度代表一年 12 个朔望月，起始点是正月初一。”我说道。

“假设第一年的正月初一刚好是立春？”他问道。

“对！现在我又复制了很多把同样的长尺子和短尺子，把所有的长尺子依次接

起来，把所有的短尺子依次接起来，并且把两列尺子并排放在一起。”

“好的。”

“这样，第二把尺子的起始端（春节），就要比第二把长尺子的起始端（立春）提前 11 天到来，也就是说对到了第二把尺子的‘大寒’附近。以此类推，第三把尺子的起始端（春节），就要比第三把长尺子的起始端（立春）提前 22 天到来。第四把尺子的起始端（春节），就要比第四把长尺子的起始端（立春）提前 33 天到来，也就是说第三年结束的时候节气才到‘小寒’。”

“所以**春节不断地向前移动**？”

“对。如果不纠正的话，继续下去，第六年结束时春节就提前到了节气‘大雪’附近。再过若干年，甚至会提前到立冬甚至立秋就过年。”

⊙ “寡妇年”？“两头春”？

“是的。您是从春节提前的角度来分析，我从另外一个角度来看一下这个问题，来解释一下，老师您看行不行。”他说道。

“好的，从哪个角度看呢？”我问道。

“从立春日的角度看，**立春不断推后**。第一年的立春日就是正月初一，因为长尺子比短尺子长 11 天，所以第二年的立春日就推迟到了正月十二，第三年的立春日继续推迟到正月二十三，第四年就推迟到了阴历二月了。如果不纠正，依次不断后移，基本上每三年就向后推迟一个月。”

“对，你分析得很好。”

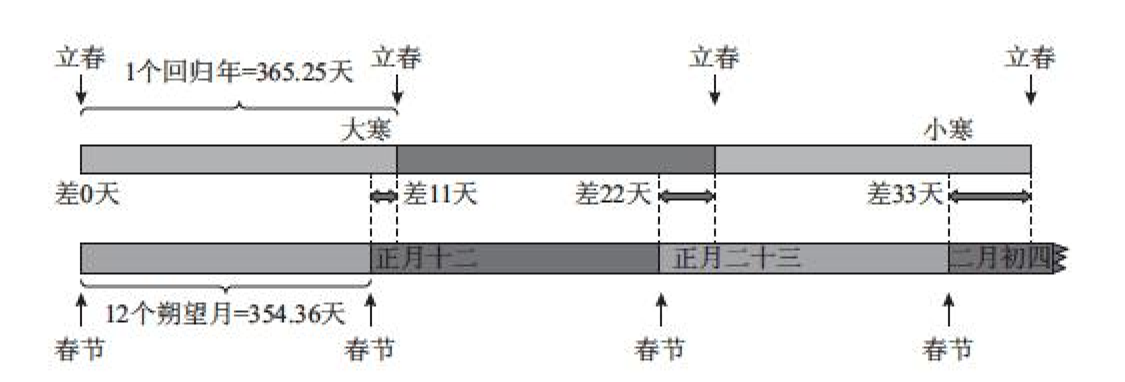


图 2-17　1 回归年与 12 个朔望月相差 11 天，立春不断推后

他继续说：“如果立春要等到三月甚至四月，那么这历法就没有意义了，农历四月都到夏天了。所以必须引入一种校正机制，让立春重新回归到正月。可是用什么机制来做修正呢？”

“其实，从这两个角度去分析都会得到同样的结论，就是必须找到一种机制去修正它。从第一个角度看，春节不断提前到秋天，这不合常理，所以可以额外增加一个闰月，把正月向后推，这样春节又回归到立春附近了。如果从第二个角度看，立春不断推后也不合理，同样可以在前一年增加闰月，因为多出来的一个月，正月向后推，所以又可以重新覆盖立春了。”

“嗯。”

“如果一个农历年增加了闰月，那么这一年很有可能是所谓的‘**两头春**’，而与它相邻的年份则有可能变成‘**寡妇年**’！”

“哦，这是怎么回事？”

“这个其实很简单，所谓两头春，就是一个农历年里有两个立春，而寡妇年则是一个农历年里没有立春。如果一个农历年有闰月，这一年就是 13 个月 384 天，远远超出一个回归年的 365.25 天，即两个立春之间的跨度，所以这个农历年很有可能

跨到了两个立春上，形成两头春。”

“哦，原来如此，我明白了。”

“同理，与‘两头春’的年份相邻的农历年，就有可能没有立春了。这就是所谓的‘寡妇年’。其实和寡妇没有任何关系，这只是历法做出的正常安排而已。”我说道。

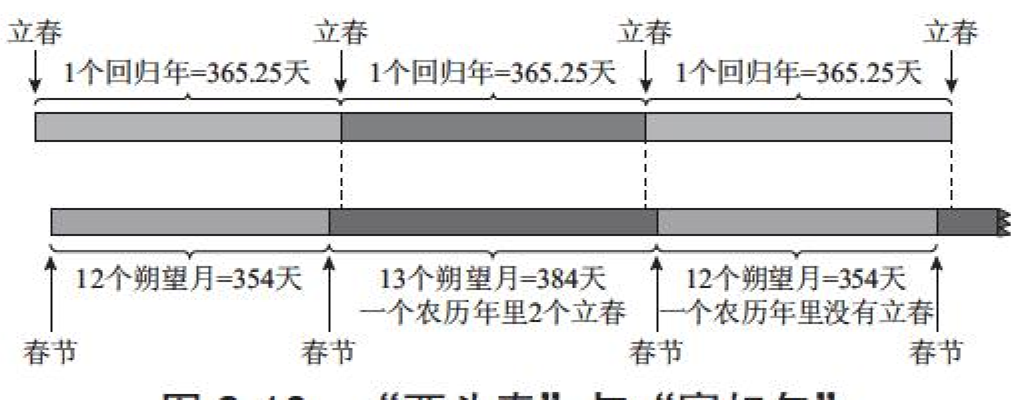


图 2-18 “两头春”与“寡妇年”

“既然闰月的设置这么重要，**怎么增加闰月呢？在哪一年加闰月呢？如果在某一年增加闰月，又是加到哪个月后呢？**”他问道。

“哦，这的确是个问题，比如增加了一个 30 天的闰月，可是还没有完全弥补 33 天的差距，还少 3 天。”

“这可怎么处理，古人也碰到了这个棘手的问题了吧？他们是怎么解决的呢？”

“今天时间不早了，我们下次再聊吧。”

“好的。”

2.5 闰月的数字秘密：19 年 7 闰

一周之后，我们又在食堂见面了。

“上次我们说到，农历需要增加闰月来协调阴历和阳历。”我说道。

“嗯，可是我们怎么去增加闰月呢？”他问道。

“首先要确定在哪一年加闰月，这的确是个问题，比如增加了一个 30 天的闰月，可是还没有完全弥补 33 天的差距，还少 3 天。”

⊙ 闰月：折磨东西方的问题

“这可怎么处理，古人也碰到了这个棘手的问题了吧？他们是怎么解决的呢？”

“**这个问题可不光是中国人遇到了，古希腊人、希伯来人都遇到过这个问题，这个问题折磨了古人几千年**。因为他们也采用了阴阳混合历，就是每个月根据月亮的圆缺来决定，但是一年的长度又根据太阳的回归年来确定，这就要通过增加闰月来调和。阴历和阳历需要**互相折中、互相协调**，才有可能融为有机的一体。”

“我印象里，每次加闰月好像很随机，没有什么规律。不像公历里面的闰年，总是在 2 月的最后加一天，农历的闰月不一定加在哪个月，而且不一定哪一年有闰月。这个挺复杂的。”他说道。

“我们不妨从简单的开始考虑。先做一些粗线条的估计，然后再不断细化和优化。我想古人应该也是这么考虑的。先删繁就简试试看。”



图 2-19　如果把阳历比作太阳、而阴历比作月亮，那么这幅画里既有太阳又有月亮，就像阴阳混合历里既有阳历又有阴历，需要互相折中、互相协调，才有可能融为有机的一体

“好的，那我们开始吧。”他说道。

“可是在开始之前，**先要确定两个最基本的数值，这两个数值分别是一个回归年的长度和一个朔望月的长度**。因为这是两个最基本的量，而且基本上不会随时间波动（至少在数百年间如此），只有确定了这两个数值的大小，才好进行闰月的计算。”

“那好。首先确定一年的长度。”

“一年的长度可以通过计算两个冬至时刻之间的时间来确定，也可以通过计算两个春分之间的长度来确定，总之是地球绕太阳一圈的时间。这个数值古人在春秋战国时期就已经估算到大约是365.25天，大约相当于每四年增加一天，当然这个数值后来经过了不断优化变得更加精确，目前的精确值是365.24219天。历代天文学家不断优化这个值，以后我们再讨论这个数值是怎么计算来的。”

“那一个朔望月的长度呢？”

“这个就比较容易了。古人也发现一个月并不是整数天。”

“他们是怎么发现的呢？” 他问道。

“古人发现月亮每29天或者30天就完成一次圆缺周期，每个月的十五或者十六刚好月圆，如果规定每个月都是29天整，那下一个满月之日就会比‘十五’提前半天到来，再下一个满月之日会提前到‘十四’，这样满月之日就会越来越提前到来。”

“每过两个月，满月的日期就会提前一天？”



图2-20　月相的圆缺变化周期称为一个朔望月：29.5306天

“对，12个月以后就提前了6天，也就是说初九、初十的时候月亮就圆了，这就严重偏离了历法。”

“只需一年就可以发现这个问题？”

“对。反过来也是，如果一个阴历月规定是30天整，那么满月之日就越来越推后到来，过了12个月，就要到这个月的‘二十一’日左右才会看到月圆。”

“一年之内就有这么大的误差！那一定有问题。那古人怎么解决这个问题呢？”他问道。

“古人解决这个问题的时候遇到了一个困难，那就是如果一个阴历月不是整数天，那么如果这个月月圆时刻是在半夜，那么下一次月圆可能是在正午，而这时是看不到月亮的。”

“所以不能像测量一年的长度那样，直接测量一个朔望月的长度了！”

“你说的没错。但是古人立刻就想到了一个间接的方法。这方法有点像称一粒米的重量。单独称一粒米的重量是不现实的，那么可以称一碗米的重量，然后数一数有多少粒米，二者相除就得到了一粒米的重量。”

“那就测量很多个满月，然后用总共的天数除以满月的次数？” 他猜道。

“对。连续测量，比如100个月圆之间的日期数，比如是2953天，那么月亮的圆缺周期大约是29.53天。”

“我算算，2953天，大约是8年多。时间也不算太长，只要持续记录月圆就可以了，这个方法比较简单。”

⊙ 闰月到底放在哪一年？

“那我们有了这两个基本数值，一年

大约是 365.25 天，一个月是 29.53 天。接下来我们就可以做下一步了，就是计算在哪一年当中插入闰月。”我说道。

“好的。”他点了点头。

“我们先看一下 12 个阴历月就是 29.53×12=354.36 天，而 1 年是 365.25 天，两者差了 10.89 天，三年就差了 32.67 天，比一个月还多，所以我们如果每 3 年就插入一个闰月（每个月平均是 29.53 天），可是这样还少 3.14 天。”

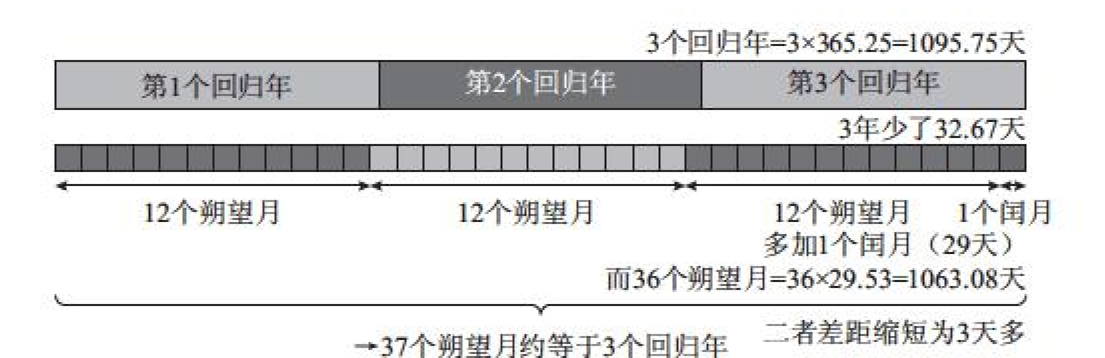


图 2-21　3 年 1 闰，增加一个闰月后，仍有误差

“那可怎么办呢？”

“我们想办法试试”，我说，“例如，**把 3 年拉长 3 倍变成 9 年**，阴历和阳历之间的时间差达到了 10.89×9=98.01 天，9 年中需插入 3 个闰月（平均需要 29.53×3=88.59 天），这样误差就是 98.01-88.59=9.42 天。”

“对，这很容易理解，相当于把 3 年 1 闰的误差 3.14 天放大了 3 倍。”

“是的，但是我们知道每年阴历比阳历少了 10.89 天，和这个 9.42 天非常相近，有可能刚好把两者抵消，从而大大减少了误差。”

“怎么抵消呢？”

“我们把 9 年变成 8 年，就少了 10.89 天，这样就很大程度上抵消了 9.42 天，也就是说不是 9 年 3 闰，而是 **8 年 3 闰**，误差就会大大减小。我们来验证一下：8 年内阴历和阳历差了 10.89×8=87.12 天，而 3 个闰月如果按 89 天计算，这样 8 年中插入 3 个闰月，误差只有 1 天多。这误差已经是比 9 年 3 闰的误差小了很多了。”

“嗯。”

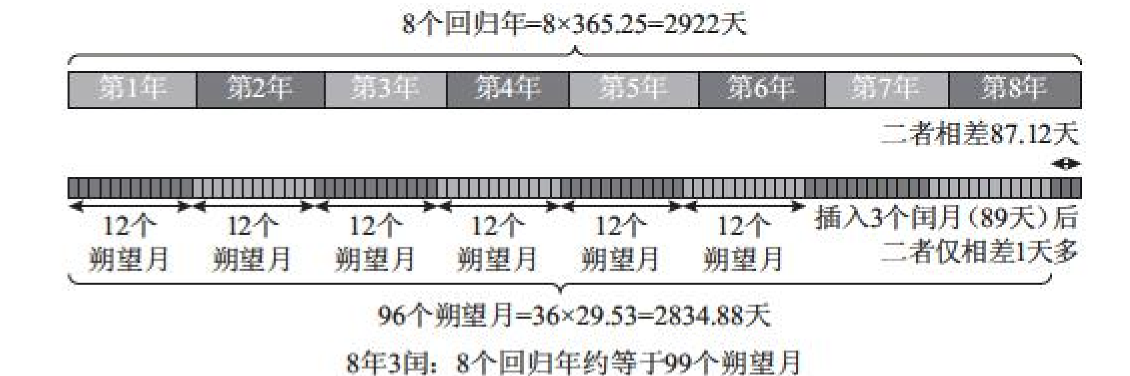


图 2-22　8 年 3 闰：8 个回归年 VS 99 个朔望月，误差比 3 年 1 闰大大减少

“看来这种把时间等比拉长，然后从分母里减去 1 年的方法可行，我们可以试一试把 3 年拉长为 12 年。”

“拉长 4 倍，那么闰月也变为了 4 个月了。”

“对，12 年里需插入 4 个闰月（大约是 29.53×4=118.12 天），而 12 年（每年 12 个月）里的天数比实际总共少了 10.89×12-118.12=12.56 天。在这个基础上，我们不要等到 12 年，而是到了 11 年就把 4 个闰月全部插完，**11 年 4 闰**，这样 11 年总共差了 10.89×11-118.12=1.67 天。这样每 11 年的误差只有 1.79 天！”

$$11\times365.25 = 4017.75$$

$$(11\times12+4)\times29.53 = 4016.08$$

“嗯。我似乎有点明白了，我们可以继续这样，把插入闰月的周期同比拉长，看能不能找到更好的近似值。”

“对，就是这个思路。现在我们在 11 年插入 4 个闰月的基础上，继续翻倍，也

就是 22 年增加 8 个闰月，同样误差加倍就是3.34天，也就是比正常日期少了3.34天。”

“让我看看，这个 3.34 天和最初的三年一闰少的那 3.14 天比较接近。”

“对，我们离春秋战国时期采用的历法只有一步之遥了。”我说道。

“啊哈！看出来了！我们把这 22 年 8 闰的误差 3.34 天全部归结到是其中的一个三年一闰的 3.67 天产生的，那么只要把 22 年 8 闰减去 3 年 1 闰，变成 **19 年 7 闰**，就可以用 3.34 去抵消 3.14，这样误差就很小了！”他的嘴角翘了起来。

“很好，我们来验算一下”，我说，“19 年总共是 6939.602 天，插入 7 个闰月后，总共有 19×12+7=235 个朔望月，也就是 6939.691 天。这样每 19 年的误差只有不到 0.1 天！”

$$19\times365.2422 = 6939.602$$

$$235\times29.5306 = 6939.691$$

“真的非常小了。”

“是的，这对没有精准测量仪器的古人来说已经非常不错了。”

⊙ 19 年里的圆形秘密

“19 和 235 这两个数有什么特殊之处吗？” 他问道。

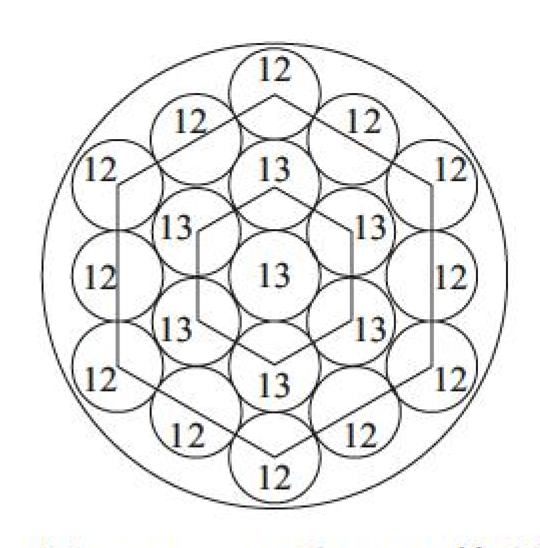
“19年里有12年是平年，每年12个月，另外 7 年是闰年，每年 13 个月，总共是 235 个月。我们可以构造出一幅漂亮的图形来代表这几个数字。首先最完美的图形是圆形，所以我们先画一个圆；其次六边形也是非常完美的形状，雪花和蜂巢都和六边形有关，所以在这个圆周围添加 6 个圆，总共就有了 7 个圆了。这 7 个圆代表 7 个闰年，每年有 13 个月，所以我们在圆里写上数字 13，这样我们就有了 91 个月。”我说道。

“那另外 12 个平年呢？”

“每个平年用一个写有数字 12 的圆表示，它们均匀地围绕着中心的 6 个圆，与之相切并两两相切，你会看到这 12 个圆和 6 个圆吻合，最后外围这 12 个圆又和一个更大的圆相切，吻合得非常好（左图）。因为这 12 个圆表示平年，所以总共有 144 个月。144 个月加上闰年的 91 个月，刚好是 235 个月！”

“真是完美！” 他说道。

“还可以变得更美。第一个圆和它周围的 6 个圆如果不是相切的关系，而是相交，中间的圆的圆周通过这 6 个圆的圆心；此外，中间的 6 个圆的圆周也刚好经过外围的 12 个圆的圆心，那么就可以画出一个更美丽的图案出来！（右图）”



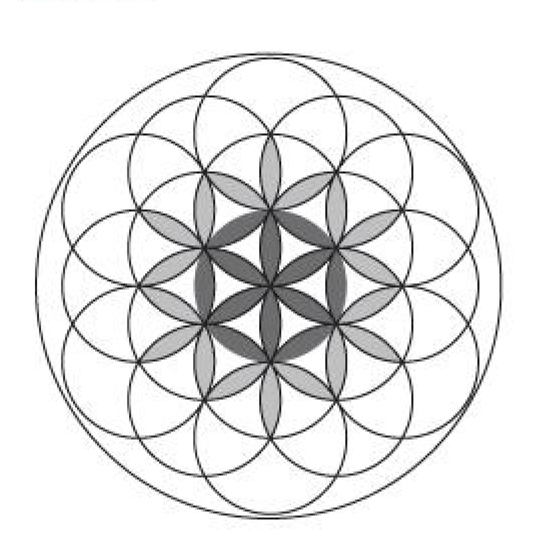


图 2-23　19 和 235 的秘密图形：左图：19 年中有 7 个闰年，表示为中心的一个圆和与之相切的 6 个圆，每个闰年 13 个月，所以有 13×7=91 个月；剩下 12 个平年表示为最外围的 12 个相切的圆，每个平年 12 个月，有 12x12=144 个月，加起来有 91+144=235 个月。右图：原理和布局与左图相同，都是中心一个圆，中间 6 个圆，外围 12 个圆，只是圆与圆之间不是相切，而是通过圆心相交

⊙ 闰月里的数字秘密

“没想到这么漂亮！对了，古人是怎么推导出 19 年 7 闰的呢？”他问道。

“一方面，古人通过大量数据的积累，可以进行一些猜测，从而逼近实际的观测结果。另外一方面也有一些数学方面的计算方法。”我说道。

“有哪些方法呢？”

“很遗憾，具体的方法已经无法确切知道了，古人只留下了结果，而没有给出推导过程。我们只能够根据结果去猜测过程了。”

“真是很遗憾！”

“是的，这有点像考古发掘。比如我们挖掘到一支骨头做的笛子，知道远古之人曾经发明和使用过这样的乐器，但是古人是用什么方法做出来这样的笛子，以及笛子吹出来什么样的音乐，我们就只能猜测了。”

“那我们猜测古人是怎么推导出来的呢？”他问道。

“一种猜测是古人是用了一种**分式不等式**的方法来逼近这个结果的。”

“什么是分式不等式？”他很好奇。

“先看一个分式不等式的例子，例如，1/2 小于 2/3，如果把 1/2 和 2/3 的分子部分相加，也就是 1+2=3，作为新的分子，把分母部分相加 2+3=5，作为新的分母，也就得到一个新的分式 3/5，也就是 0.6，而新的分式的大小刚好是处于 1/2 和 2/3 之间。”

$$\because \frac{1}{2}<\frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{2}<\frac{1+2}{2+3}<\frac{2}{3}$$

“哦，这很简单。写成代数表达式就是，如果 a/b 小于 c/d，那么（a+c）/（b+d）介于 a/b 和 c/d 之间。”

$$if\, a/b<c/d, then\ a/b<(a+c)/(b+a)<c/d$$

“对，比方我们刚才的例子，11/4 小于 3/8，那么 7/19 就介于这两者之间。”

$$4/11<7/19<3/8$$

“可**为什么刚好是 7/19 最接近实际呢**？”他还是有些疑惑。

“这是个很好的问题！实际上这已经是关于数学的问题了。”

“是的。”

⊙ 用整数近似小数

“正是。刚才我们说过地球绕太阳一周是 365.25 天，而月球绕地球一周是 29.53 天，那么也就意味着，当地球绕太阳一周的时候，月亮绕了地球 12 周多一些，但不到 13 周，确切说是绕了 365.2422/29.5306=12.36826 周，而**这个数不是整数**，也就是说用 12 个月来代表一年则少了 10 多天，而如果用 13 个月来表达一年又多出去将近 20 天。”我说道。

“所以只能折中一下，在有些年份用 12 个月，有些年份用 13 个月。”他说道。

“如果 3 年 1 闰，出现闰月的年份的

比率是 0.333，误差较大。如果 8 年 3 闰，出现闰月的年份的比率是 0.375，误差有所减少。 如果 11 年 4 闰，出现闰月的年份的比率是 0.3636，误差继续减小。如果 19 年 7 闰，出现闰月的年份的比率是 0.3684，误差已经很小。你有没有察觉出来一种趋势？”

“哦，我看到了，**越来越趋近于 12.36826 的小数部分 0.36826**，而且是从上、下两个方向逼近的。”

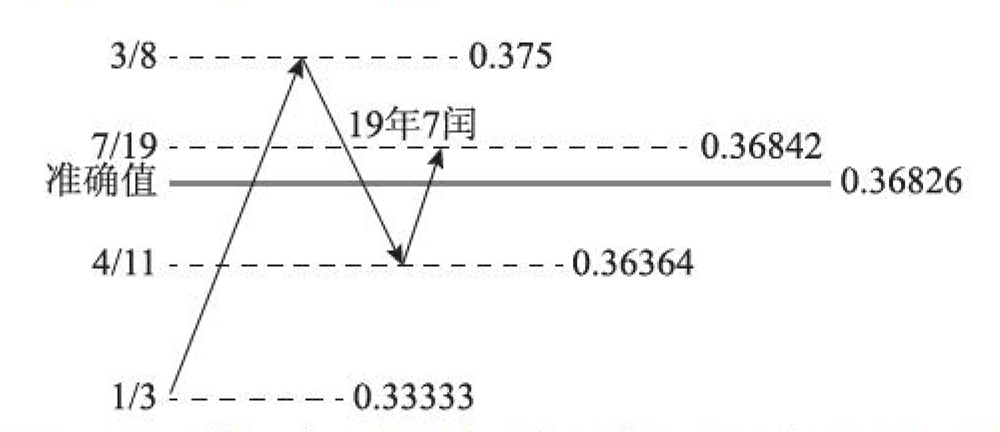


图 2-24　从 3 年 1 闰到 8 年 3 闰、11 年 4 闰、19 年 7 闰，数字从 0.33333 一直逐渐逼近到 0.36826：上下波动地趋近，而不是单边趋近

“对。我们无意中已经越来越趋近于一个固定的常数，而这个数字决定了我们在一段时间里要设置多少个闰月，而且知道了这个数值的大小，我们也就知道了每隔多少年，太阳、月亮和地球又会重新回到原来的相对位置，开始新的一轮循环。反过来，如果这个数值有所改变，那么我们的历法也要做调整了。”

⊙ 古希腊的默冬周期

“除了中国人，还有其他国家的人推导出这个数值吗？”他问道。

“有，**古巴比伦人**很早以前就推导出了 19 年 7 闰。后来**古希腊的天文学家默冬**（**Meton**）于公元前 431 年宣布推导出来，因此 19 年 7 闰这个周期在西方又称为**默冬章**。中国人在公元前 589 年开始即已掌握 19 年 7 闰法则。”我说道。

“既然已经确定了 19 年里加 7 个闰月，那接下来，这 7 个闰月加在哪些年份呢？”

“一般来说每隔 2 ～ 3 年就要设置一个闰月，古希腊人在这方面的设置没有统一的规定，每个城邦都有自己的方法。其中一个比较有规律的方法就是把闰年的设置固定到特定的年份。现在人们估计当时的默冬历法里，**在 19 年的第 3、第 6、第 8、第 11、第 14、第 17、第 19 年里增加闰月**。在有些希腊城邦里，闰月通常置于波塞德昂月之次月，即第二个波塞德昂月（闰 6 月），但在另外一些城邦闰月的设置是随意的。”

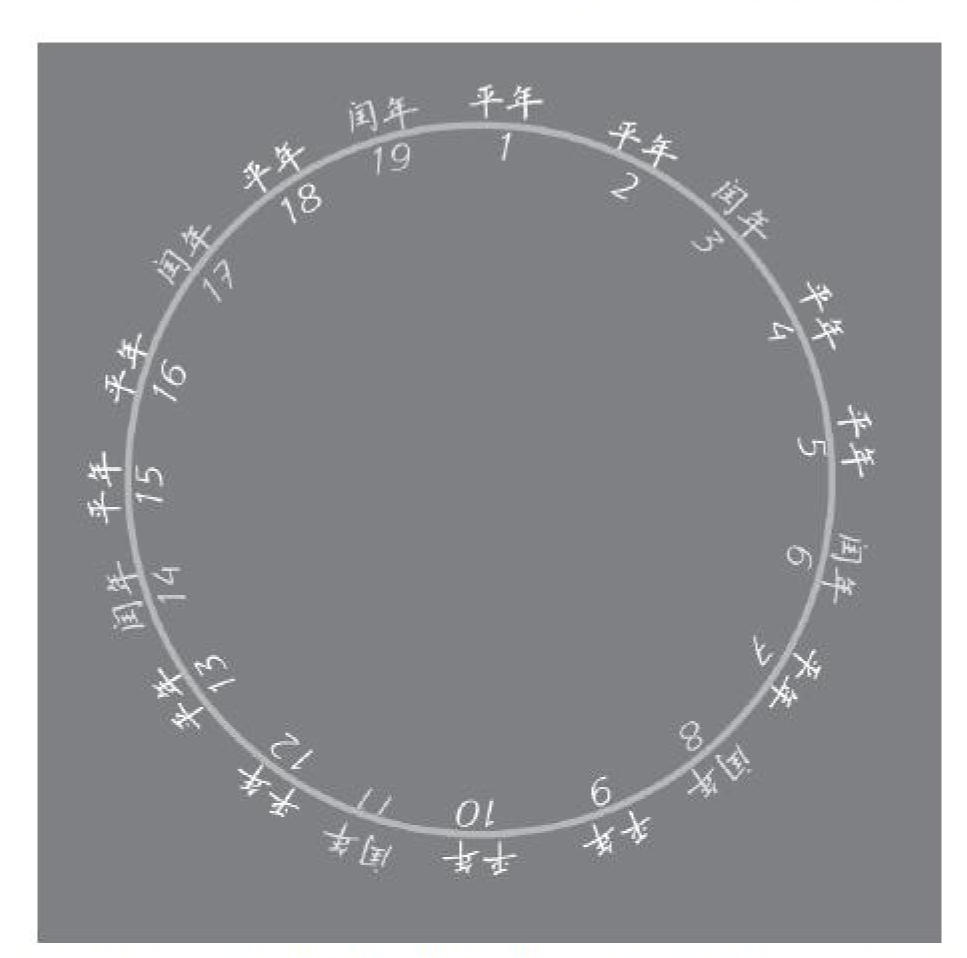


图 2-25　古希腊某些城邦的 19 年 7 闰：在固定的年份（第 3、第 6、第 8、第 11、第 14、第 17、第 19 年）增加闰月

“那古代中国人的闰月又插入到哪个月的后面呢？”他问道。

“说到这一点，中国人提出的方法

可以说独步于世界了。一开始中国人曾经采用过固定把闰月放在年底的方法，但是这种方法不能很好地调和月份和季节。后来到了**公元前104年的汉朝，中国人找到一种更加巧妙的方法，并应用在当时的《太初历》里面，这种置闰方法一方面使月份和季节非常符合，另一方面还非常简洁优雅！**”

“这是什么方法呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

2.6 闰月为什么大多在夏天？

一周之后，我和他又见面了。

⊙ 多出来的闰月放在年尾吗

“上次我们已经确定了在 19 年里增加 7 个闰月。接下来的问题就是：这 7 个闰月加在哪些年份的哪个月呢？也就是说，如何增加闰月才能够让节气尽量符合月份？”我说。

“嗯，是的。”他说道。

“我们不妨先看看之前讲的 19 年 7 闰是怎么来的。它是从 3 年 1 闰、8 年 3 闰等一步一步优化而来的。那我们先看看为什么 3 年就要加一个闰月。”

“那是因为每年阴历和阳历会累积 10.89 天的差距，3 年后就累积到了 30 多天，所以刚好可以插入一个闰月来抵消这种差距。”他说道。

“没错。那 8 年 3 闰，这 3 个闰月是添加到哪些年份呢？是等到 8 年结束时才把 3 个闰月添加到 8 年的结尾，还是每隔 2 ～ 3 年就添加一个闰月好呢？”

“我觉得是每隔 2 ～ 3 年添加一个闰月比较好，因为这样不至于到 8 年结束的时候阴历和阳历相差得太多。”他说。

“很好。那么刚刚我们画的 8 年 3 闰的图就要做一下修改。第 3 年结束的时候误差累积到了 30 多天，所以要加入一个闰月，到第 6 年结束的时候误差又累积到了 30 多天，需要再加入一个闰月，到第 8 年结束的时候，误差累积到了将近 30 天，再加一个闰月，总共 3 个闰月。”

“这个问题我明白了，可是在第 3 年、第 6 年和第 8 年里，闰月到底该加入到第几个月后面呢？”他问道。

“继续运用这个误差累积到一定长度就需要添加闰月的思路，我们就知道在哪个月添加闰月了，只不过这时我们不是以**年**为单位来计算累积的差距了，而是要以**月**为单位来看累积的差距了。”

“也就是说要细分得更加小？”

“对。我们要以**月**为单位来看到哪个月结束的时候，误差累积到一个月，那就在哪个月后面添加一个闰月。”

“嗯，明白。”



图 2-26　8 年 3 闰：并不是在 8 年结束时才一次性增加 3 个闰月，而是每过 2 ～ 3 年就增加 1 个闰月

“也就是说，之前我们是想办法调和一个太阳回归年和 12 个朔望月（365.25 天 vs. 354.36 天）。而现在我们要更加精细，把一个太阳回归年 365.25 等分成 12 份，每份就是 30.44 天。而 12 个朔望月分成 12 份，每份就是一个朔望月 29.53 天。这二者之间相差了 1 天左右，而且也不是整数倍关系，所以要想办法调和。”我说道。

⊙ 闰月的设置和节气有关！

“把一年等分成 12 份？”他好奇地问道，“二十四节气是把一年分成 24 份，怎么这么巧，刚好是 2 倍。”

“如果是把 24 节气看成是 12 个节气和 12 个中气的话，那么每两个节气或者每两个中气之间刚好是 30.44 天。”我提醒道。（注：按照“平气”的计算方法。）

听到“节气”这个词，他警惕地抬眼看了看我：“哦，是啊，**难道节气和设置闰月有什么关系吗？**”他惊讶地问道。

“你很聪明！”我说道，“不过我们还是先看看怎么用累积误差的方法添加闰月吧。到时候我们就知道节气和闰月是不是有关系了。”

“好的。”

“月亮每圆缺一次，也就是每过一个朔望月，节气和月份之间的误差就会累加变大 30.44−29.53=0.907 天。一直增加到两者的误差达到了一个朔望月的程度，这样也就意味着节气和月份不符合了，就需要增加一个朔望月来与之抵消，这就是闰月。”我说道。

“但是增加了一个闰月后，并不能刚刚好把误差完全抵消，还有一些剩余的偏差吧？”他追问道。

“对，你观察得很仔细。我们可以把这个新的偏差记录下来，并放到新一轮的误差累积里。比如经过了 32 个朔望月，误差累积到了 32×0.9075=29.04 天，那就增加了一个 29 天的闰月，这样误差就减少到 29.04−29=0.04 天了。接下来我们就继续从这个 0.04 而不是从 0 开始累积，直到下一次累积到 29 天或 30 天。”

“我来算算接下来”，他说道，“再经过 32 个朔望月，误差累积了 29.04+0.04 天，那么如果再增加一个闰月 29 天，还遗留 0.08 天的误差。这样以此类推。”

⊙ 中气不足用什么补？闰月！

“是的”，我说道，“这方法虽好，保证了节气和月份的相对固定，可是不太好记，也没有什么规律。不过古人找到了一种更便捷的方法，并且给新的方法起了一个很简洁的名字，叫作**无中置闰**法。”

“哦，只要这四个字就能说明问题吗？无中的‘**中**’是什么意思呢？”他问道。

“**‘中’指的是中气**。”我说道。

“啊！我果然猜得没错，闰月和节气有关！”他长舒了一口气，接着问道：“那‘无中置闰’是什么意思？”

“简单说，就是**如果某个朔望月里不包含任何一个‘中气’，那么这个月就应设置为闰月。**”

“就这么简单？为什么呢？”

“因为朔望月只有 29.53 天，比两个中

气之间的间隔 30.44 天要短一点，所以中气间隔天数总是比朔望月要慢一点。如果一开始中气位于朔望月的中间，但是过一段时间就会发现，中气越来越靠后，跑到了朔望月的后半部分，再过一段时间，中气跑出了这朔望月，而上一个中气还没有来到这个朔望月的开头，那么这个朔望月里就没有任何中气。”



图 2-27　一般来说，一个朔望月包含一个中气，而两个中气之间的间隔是 30.44 天。总是有一个朔望月 29.53 天刚好夹在两个中气的 30.44 天之间，这样一个朔望月里就没有任何中气

“有可能出现这种情况吗？”

“是有可能的。因为一个朔望月 29.53 天比两个中气之间的间隔 30.44 天稍短，所以经过若干时间后，随着中气在朔望月里不断后移，总是有一个朔望月 29.53 天刚好夹在两个中气的 30.44 天之间，这样一个朔望月里就没有任何中气，如果出现了这种情况，我们就要在这个朔望月后放置一个同名的闰月。”

“啊！这是多么精妙的设计！” 他感叹道。

“所以我们只要规定一个正常的月份必须有中气，就像人也要有一口气一样，或者围棋里的棋子也必须有一口气才能活下去一样，如果某个月没有了中气，就要被迫采取补救措施了。因为没有中气，这个月自己不能独立存在，而是要依附于前一个有中气的月份。它也没有自己独立的名字，也要依附于上一个有中气的月份，如果前一个月份是五月，那这个闰月就叫作闰五月。这个月没有中气的月份，不是一个正常的月份，就是闰月。”

“我喜欢这个围棋里棋子要有气才能活的比喻。今年有没有闰月呢？”他问道。

⊙ 2017 年闰几月?

“2017 年是鸡年，春节来得比较早，1 月 28 日，直觉上估计，这一年可能要设置闰月了，否则，下一年的春节继续提前 11 天就到了 1 月 17 日，而这是很少见的，所以有可能需要设置闰月。”

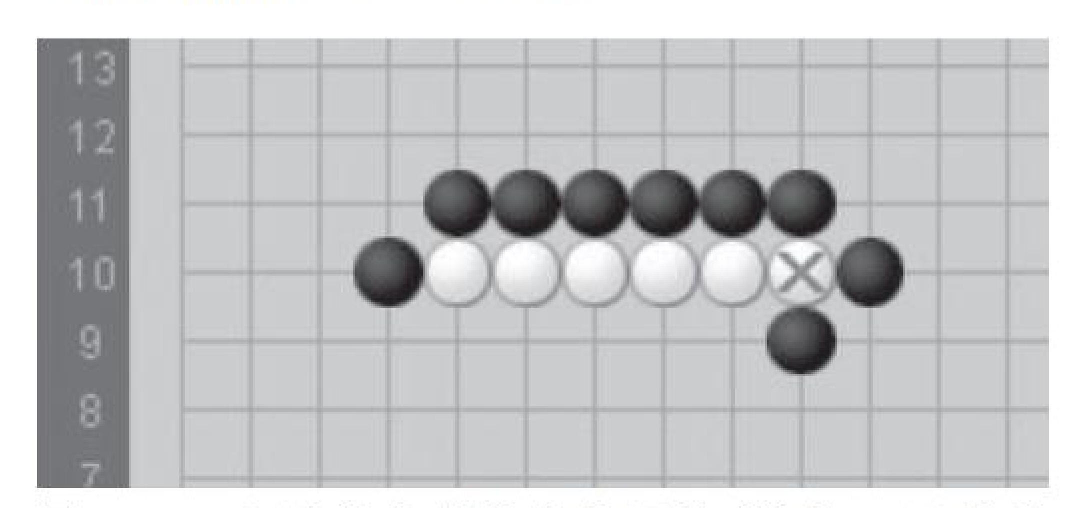


图 2-28　打叉的白棋没有自己的“气”，需借助于其他白棋的气才能活。就像闰月没有自己的中气，只有借助于其他月份的中气

“嗯。那么闰几月呢？也就是哪个月没有中气呢？”

“我们看一下这一年的日历就知道是闰几月”，我说，“**不过**，我们可以猜猜看哪个月有可能出现闰月。”

“好啊，我们一起猜一猜。”

“闰月意味着这个月没有中气，如果某个月（第 *N* 个月）的最后一天刚好是中气，那么下个月（第 *N*+1 个月）就刚好错过了一个中气，那么即使它是 30 天，也小于两

个中气之间的30.44天的长度，换句话说，第 N+1 月的月底还没有到达下一个中气，那么这第 N+1 月就没有中气，要被设置为闰月，闰月的名称是闰 N 月。”我说道。

“同意！让我看看日历。”他拿出手机，打开日历，一边查一边说：“2017丁酉年的中气分布：前六个月每个月都有一个中气，正月里有雨水，二月有春分，三月有谷雨……但中气在一个月中的位置不断后移，雨水在正月的廿二一，春分推移到了廿三，谷雨推移到了廿四，而大暑则后移到了六月的最后一天廿九。这样下一个月就没有中气了。”

“对，接下来的这个月就刚好错过了一个中气，而再下一个中气**处暑**要等到再下一个月的初二才到来，那么农历六月之后的这个月就完全没有中气，所以设置为闰六月！”

“啊！明白了。”

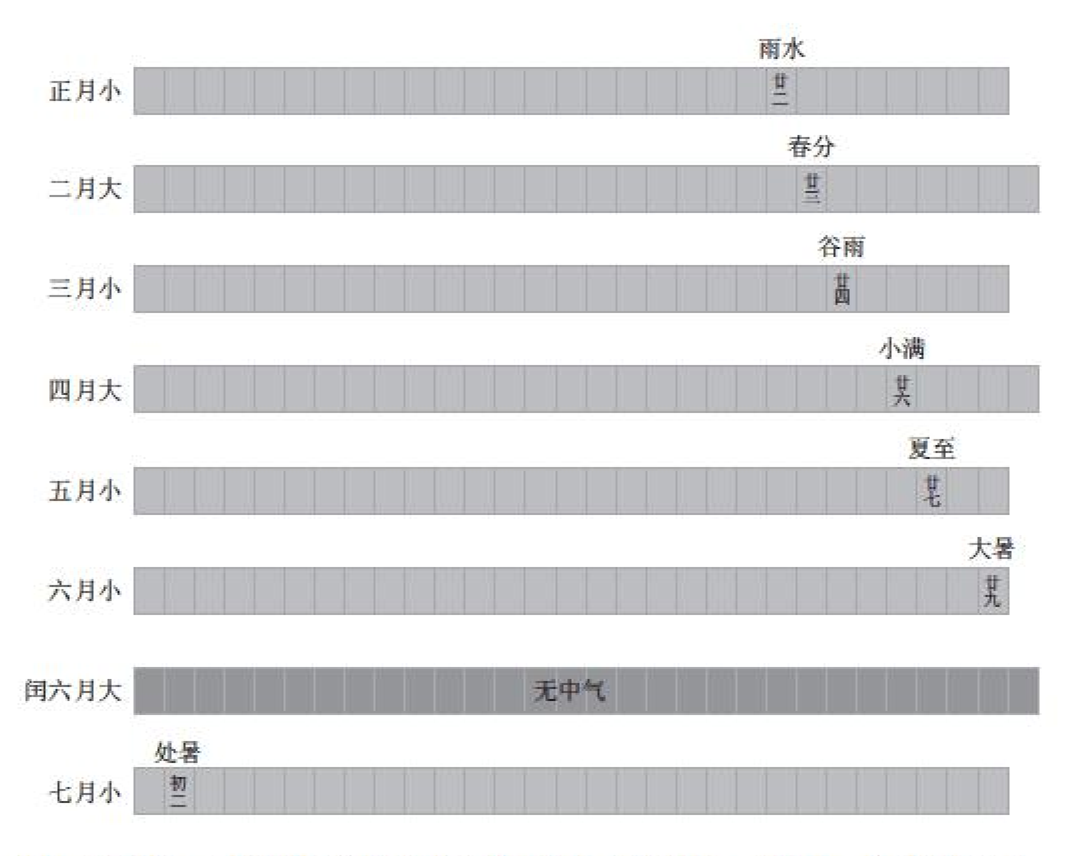


图2-29　2017丁酉年的中气分布：前六个月每个月都有一个中气，但中气在一个月中的位置不断后移，从正月的廿二一直后移到了六月的最后一天廿九，结果造成下一个月没有中气，需设置为闰月

“你看，这实际上和我们刚才计算经过多少个朔望月后误差累积到一个朔望月是一个道理。中气代表太阳历，而朔望月代表阴历，当二者的误差不断累积，达到了一个朔望月的时候，就恰好没有中气了，这时就需要额外增加一个闰月了。”

“嗯。”

“不过古人很简洁，只用四个字‘**无中置闰**’来描述整个算法。”我说道。

“嗯，真是绝妙！把闰月和节气有机结合起来，节气不仅能指导农业耕作，而且还能帮助制定历法、设置闰月。”

⊙ 闰月喜欢夏天？

“那闰月在哪几个月出现的概率比较大呢？直觉上我觉得闰月好像出现在天气比较热的时候。”他说道。

“你为什么有这种感觉呢？难道闰月也能感知寒冷？”我笑着问道。

“嗯……我想想，我想说的是，闰月出现在夏天的概率好像比冬天大。我很少听说过闰腊月和闰正月。可是按照我们刚才说的‘无中置闰’法确定闰月，并没有哪个月比其他月份更容易成为闰月的呀！”

“是的，并没有哪个月有优先权。不过从公元1810年到2409年的闰月分布情况看，闰月在一年中的分布并不均匀，出现在夏天的概率最大，冬天的概率最小。出现闰月概率最大的是阴历四月、五月和六月！”

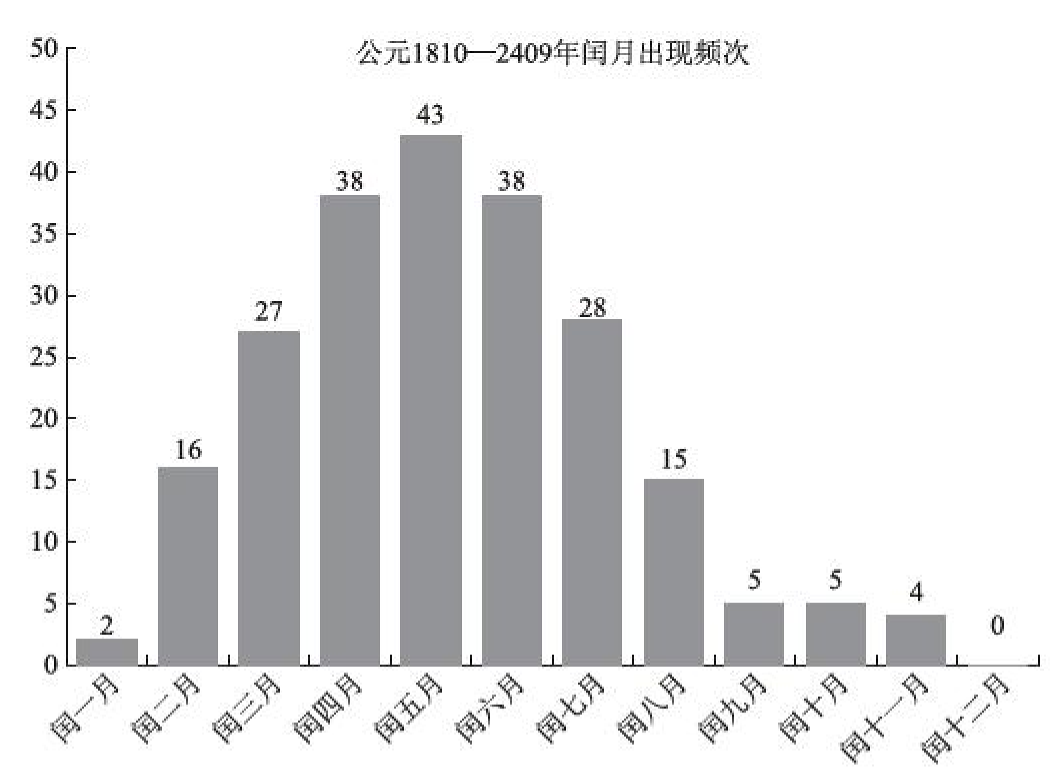


图 2-30　公元 1810 年到 2409 年的闰月频次：阴历的四月、五月和六月出现闰月的概率最大，而十一月、十二月和正月出现闰月的概率最小

“哦，是吗？这是什么原因呢？”

⊙ 开普勒告诉你闰月的秘密

“因为我们刚才一直假设两个中气之间的平均间隔是 30.44 天，也就是假设地球的轨道是圆形的，那么地球公转的速度是均匀的。但实际上，**地球公转的速度并不均匀，因此两个中气之间的时间也是变化的**。我们的祖先观察到了这一点。但是如何解释这一现象却要等到欧洲的开普勒，他发现**地球的公转轨道不是圆形而是椭圆形**，太阳位于椭圆形的一个焦点上。”

“哦，我想起来了。”

“接着他推算出了开普勒第二定律，行星在相同的时间内扫过的面积相等。换句话说，**行星的运行速度与距离太阳的位置有关，距离太阳越近，运行速度越快，这样两个中气之间的时间就越短**。而运行到远日点时，速度最慢，所以两个中气之间的时间最长 。”

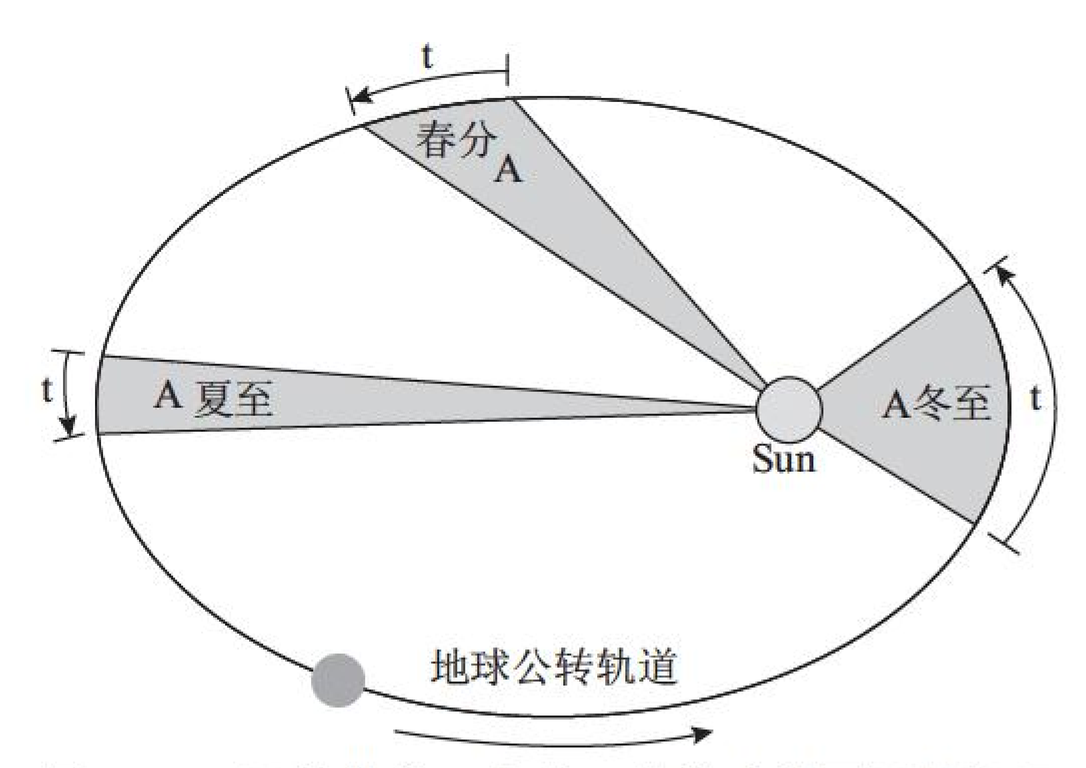


图 2-31　开普勒第二定律：北半球的夏至是远日点，地球公转速度最慢，相同时间内扫过的角度最小，所以要扫过两个中气之间的 30 度所花费的时间最长；反之冬至是近日点，地球公转速度最快，相同时间扫过的角度最大、或者说扫过两个中气之间的 30 度所花费的时间最短

“这么说，**近日点是夏至吗？**”

“不，正好相反，近日点是北半球的冬至附近。冬至、夏至是对于北半球而言，对于南半球季节刚好相反，同样是近日点，北半球是冬至，而南半球是夏至，所以**距离太阳远近不是产生季节的原因。**”

“好的。”

“近日点附近，也就是冬至时，地球公转速度最快，所以两个中气之间的时间最短；远日点附近，也就是北半球的夏至时，地球运行速度最慢，所以两个中气之间的时间最长。从 1810 年到 2409 年的中气平均间隔时间分布情况：冬至附近的中气的平均间隔只有 29.45 天，甚至比一个朔望月的平均时间 29.53 天都短，所以一个朔望月能够容纳下一个中气，几乎不会出现无中气的情况，所以那时出现闰月的概率极小。反之，在夏至附近，两个中气的平

均间隔是 31.5 天，远远超过了一个朔望月的长度，所以出现闰月的概率大大增加。”

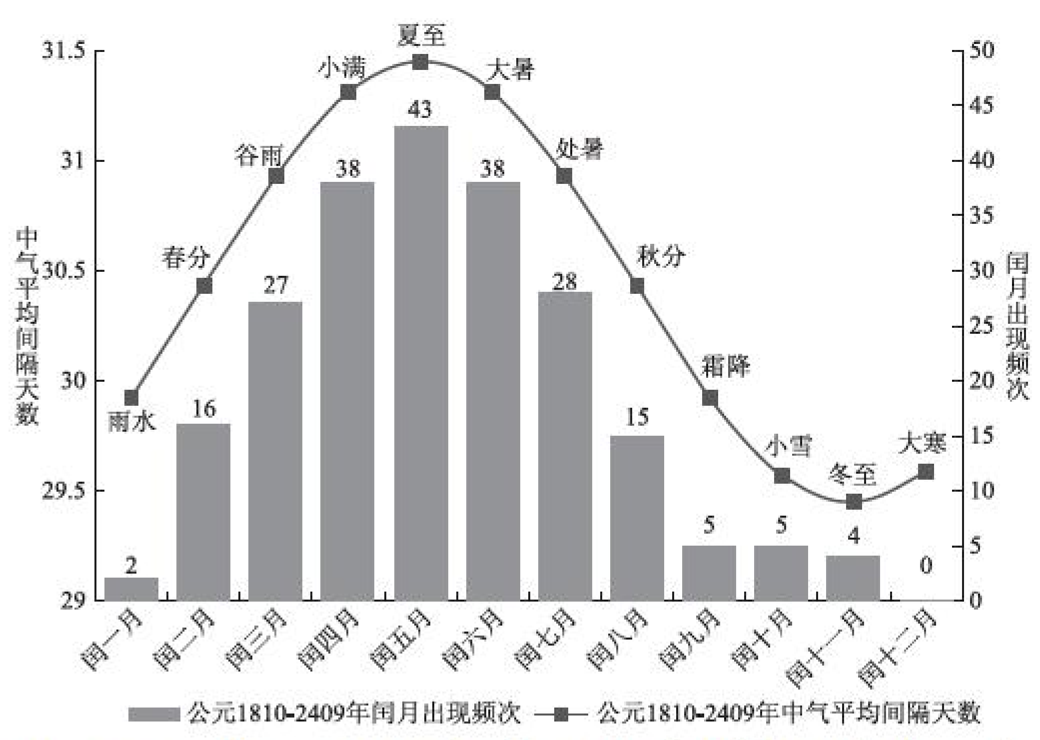


图 2-32　公元 1810 年到 2409 年的闰月频次、中气平均间隔时间

“看来中气的间隔时间真的和出现闰月有很大的关系，那这两者是一种正相关的关系吗？”

“如果我们把这闰月的分布情况和中气的平均间隔时间情况叠加到一幅图上，就看得更清楚了。你看，它们的趋势完全一致。”

“真漂亮！夏至时中气平均间隔最长，因此出现闰月的概率最大；冬至附近中气平均时间最短，所以出现闰月的概率很小。不过，我在想，我们这一通计算，**闰月的计算背后的实质到底是在解决一个什么问题**？”他似乎还不满足。

“当地球绕太阳一周的时候，月亮绕了地球 12 周多一些，但不到 13 周，确切地说是绕了 365.2422/29.53=12.3685 周，而这个数不是整数。但是每年只能是整数个月，要么 12 个月，要么 13 个月。这一类问题，如果真要归纳一下，可以把它抽象成一个数学问题：如果两个数之间不是整数倍而是小数倍的关系，但是要求用整数来近似小数，该如何做？也就是通过组合 12 和 13 来逼近 12.3685，在数学上这被称作实数的有理逼近。”我说。

“那解决了这种类型的问题，是不是可以解决很多类似的问题呢？”

“是的，这种用整数逼近小数的问题，是当今电路设计里一种普遍存在的问题，这个数学问题的解决，可以帮助我们设计精度更高的模拟数字转换电路以及高频时钟电路。”

“哦？是吗？有这么神奇？能详细讲讲吗？我对电路设计很感兴趣。”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

2.7 司马迁的太初历与 ADC 电路

一周之后，我和他又见面了。

“上次我们说到古人设置闰月的方法，称为无中置闰法。”我说道。

⊙ 司马迁的提议

“对，这种方法是什么时候提出来的？”他问道。

“公元前 104 年，在司马迁、公孙卿等官员的建议下，汉武帝颁布了汉朝新的历法《太初历》。其中第一次阐述了无中置闰的思想。这个历法实行了 188 年后，出现了《三统历》，也继承了这种置闰方法。最初的《太初历》文本已经失传了，但在《续汉书·律历志》里留下了这种置闰方法的记载。”

置十二中以定月位，有朔而无中者为闰月，中之始曰节，与中为二十四气。

“为什么司马迁等人建议汉武帝改用新历法？”

“此前，秦朝的《颛顼历》已经实行了 100 多年，到汉武帝时出现了很大的误差，初一本是新月，不应有月亮，但根据《颛顼历》却可以见到月亮。”

“为什么会这样？”

“《颛顼历》采用了四分历，即一个回归年长度为 365 天又四分之一，置闰周期是我们之前说的 19 年 7 闰，这两个数据仍显粗糙。由此推算出每个朔望月的长度为 29 天又 499/940。根据这些数字，可以推算出天象的循环周期——‘一元’4560 年。而公元前 104 年刚好处于这个‘一元’周期的起始点上，所以司马迁认为改历正当时。”

“这么巧？”

“还有更巧的：这一年十一月初一，天干地支刚好是甲子日，而夜半子时，刚好是冬至时刻。这意味着从这一时刻开始，天干地支从头开始、太阳从最北端开始向南运行、而地球、月亮和太阳刚好在一条线上，这正是历元的理想时刻。”

“那怎么改历呢？”

“汉武帝下诏令司马迁等人组织拟订新历。广泛筛选民间的改历方案，最后采用了邓平、落下闳提出的八十一分律历。这个历法有很多新创举，一举奠定了此后两千多年中国的历法原型。”

“有哪些创举？”

“秦朝以十月为岁首，新历法改变了这个规定，把岁首改为正月，这种岁首的设置方法一直延续到现在。今天的春节设置正是延续了邓平、落下闳制定的规则。”

“哦。那以前用什么置闰方法呢？”

“太初历以前采用年终置闰的方法，把这一年需要设置的闰月统一放到年尾。太初历改以无中气的月份为闰月。因为闰

月可以随时插入到年中任意一个月，可以更好地让月份跟随上季节的变化，这种方法也一直沿用到现在。”

“嗯，确实影响深远。对了，这个历法为什么叫八十一分历？有什么讲究吗？”

“嗯，八十一是一个很特殊的数字，它是两个九相乘的结果，而九通常代表帝王，同时又是十二音律中的黄钟的律管长度 9 寸。邓平、落下闳提出了新的朔望月周期：29 天又 43/81。分母是 81，所以称为八十一分历。除此之外，历法还记载了日食、月食的时刻，以及五大行星的运行周期。落下闳非常自信地指出：太初历在八百年后将有一天的误差，希望那时有圣人出来再重新定夺。”

“汉武帝很支持这次改历吗？”

“嗯，汉武帝非常支持改历。自汉武帝开始，中国开始尊崇儒家，而新的历法正是儒家所倡导的。于是这种新历法很快就推行到所有的诸侯国和新开拓的疆土上。新历法的施行意味着对大汉王朝统治权的承认。这次改历，以正月为岁首的正朔观念得以通行，以前用干支纪日的方法改为了以序数纪日的方法。”

“什么是干支纪日和序数纪日？”

“比如，端午节本来定在午月午日，这个午日就是地支，而新历法改为五月五日，就是用序数‘五’替代了地支‘午’。”

“这样更容易记住。”

“尽管如此，司马迁却对八十一分历有所保留，因为这与他当初的设想有很大不同，所以他在《史记》里并没有记载八十一分历，只是附上了一篇属于殷历历法的《历术甲子篇》。不过个中原因，司马迁也不足为外人道。”

⊙ 从闰月到电路设计

“哦，对了”，他好像想起了什么，说道，“我们上次说用整数逼近小数的无中置闰法，能解决当今电路设计里的疑难问题，是吗？”

“嗯，是的，这种无中置闰里采用的方法，可以帮助我们设计精度更高的**模拟数字转换电路**，简称 ADC。通俗地讲，这种电路把小数转换为与之最接近的整数，背后的思想正是无中置闰里所蕴含的思想。”我说道。

“为什么这么说呢？”

“通过置闰，把一年分为平年和闰年，即分别有 12 个月和 13 个月。然后用 12 个月和 13 个月交错分布，来近似真实的一年中有 12.36 个月，也就是用两个整数来近似小数。而 ADC 电路也正是完成这种功能的。”

“哦？到底什么是模拟数字转换电路？”他说道。

“首先这里的‘模拟’不是模仿的意思，而是指连续。我们周围的世界看起来是**连续变化**的，例如，一天温度的变化可以画成一条曲线，所以温度传感器检测到这种连续的变化，转换成连续变化的电压曲线。”

“这类电路应该还有很多吧？”

“对，像数码相机里面的图像传感器把光线的变化转换成光电流、麦克风把声音的变化转换成电流，等等。这些信号的数值都有一个特点，就是大小可以是**任意值**，比如某个节点的电压是 1.32 伏特，而

不是整数。”

“为什么这些电路叫作模拟电路呢？”

“因为它们代表的温度、光强、声音大小的数值是可以连续变化的，是可以介于整数之间的任何一个数值。这些信息要送入到计算机里处理。”

“可是计算机的处理器只能处理‘0’和‘1’二进制数吧？”他问道。

“对。处理器（CPU）并不能直接处理这些检测到的电压电流，所以先要把这些连续变化的数值转换成一个个的数字信号。也就是说要把模拟信号转换成数字信号，这就要用到一种叫作模拟数字转换器（Analog-Digital-Converter, ADC）的电路。”

“能举个例子吗？”

“例如，一个 0.25V 的电压可以转换为二进制的数值 010。转换成数字信号之后再进行处理，这也是为什么现在的电器都叫数码相机、数字电视、数字电话等，是因为它们都是先把信号转换成数字信号后再进行计算和处理。”

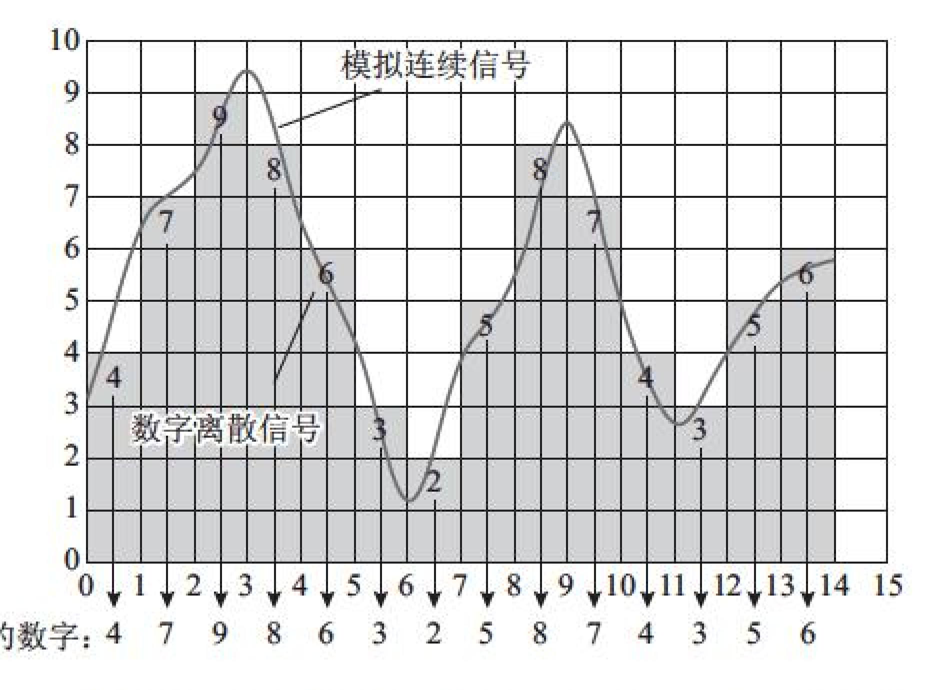


图 2-33　模拟数字转换器（Analog-Digital-Converter, ADC）把连续的数值变化曲线转换为离散的一个一个单独的数值。但是这种转换并不完美，总是会有一个无法消去的误差

⊙ 和成绩转换一个道理

“这么说，用作信号转换的 ADC 电路就是必不可少的了？”

“正是！**但是，这种转换并不完美，总是会有一个无法消去的误差，因为二进制数值的位数总是有限的，而模拟数值的数量是无限的。**打个比方，就好像是把考试成绩从百分制转换为 A/B/C/D 这几档，同学甲和同学乙的分数可能差了 2 分，但是转换成等级之后可能都是 A。”

“我明白了。”

“例如，一个 3 位的二进制数值表示 0V 到 1V 的电压，那么 3 位二进制数只有从 000/001/010/ 011/100/101/110/111 这 8 种数值，那么任何一个介于两个相邻二进制数值之间的模拟数值都只能去找最接近的二进制数值近似，所以一定会有误差。”

表 2-1　一个从模拟到数字转换产生误差的例子

转换前电压（V）	对应的分数	转换后的十进制数	对应的二进制数	误差 *
0.0	0/8	0	000	0
0.125	1/8	1	001	0
0.25	2/8	2	010	0
0.375	3/8	3	011	0
0.5	4/8	4	100	0
0.625	5/8	5	101	0
0.75	6/8	6	110	0
0.875	7/8	7	111	0
0.9	7/8	7	111	0.025

（注：二进制是 3 位，也就是从 000 到 111 总共 8 个数值，这 8 个数值对应于电压从 0 伏特到电源电压 1 伏特，例如，000 对应于 0 伏特，而 001 对应于 1 伏特的 1/8，也就是 0.125 伏特，010 对应于 1 伏特的 2/8，也就是 0.25 伏特，以此类推）

“有没有减小误差的方法呢？”他问道。

“在成绩转换的例子里，你可以把等级分得更细，例如，A 可以进一步分为 A+、A 和 A- 等三个等级。类似的，人们提高二进制的位数，例如，从 3 位提高为 4 位。例如，3 位二进制数的误差是 $0.5/2^3$，而 4 位二进制数的误差就只有 $0.5/2^4$。每增加一位，可能的误差就减少一半。”

“虽然更精准了，但这也让成绩的表示变得更复杂了。”

“对。在 ADC 电路里，位数的增加意味着要有更多的输出管脚，更大的电路规模、更高的成本以及功耗。所以人们还希望找到其他更经济的方法。”

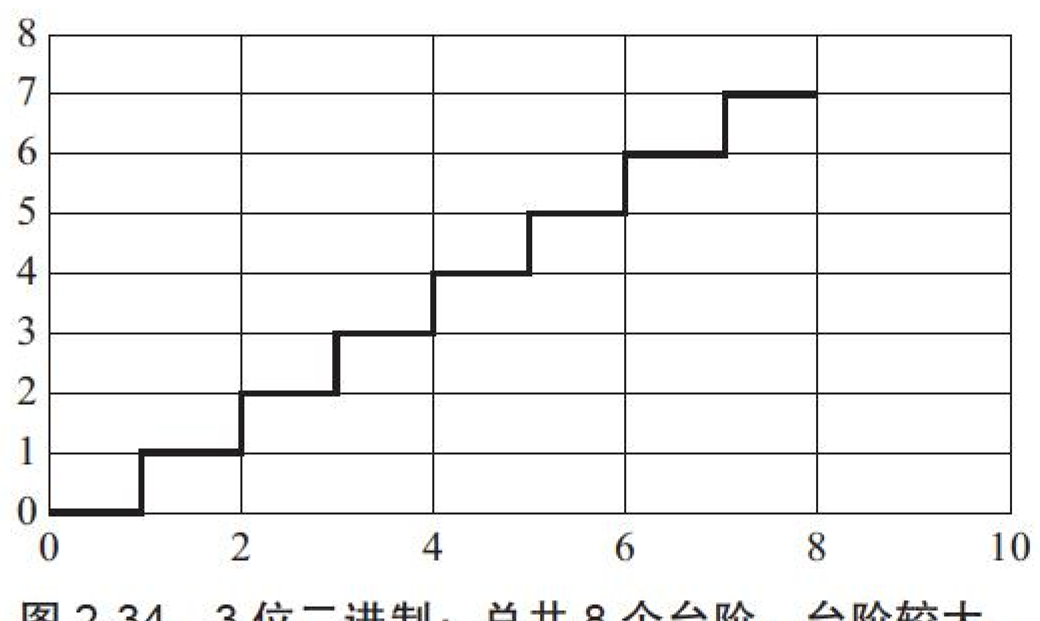


图 2-34　3 位二进制：总共 8 个台阶，台阶较大，精度较差

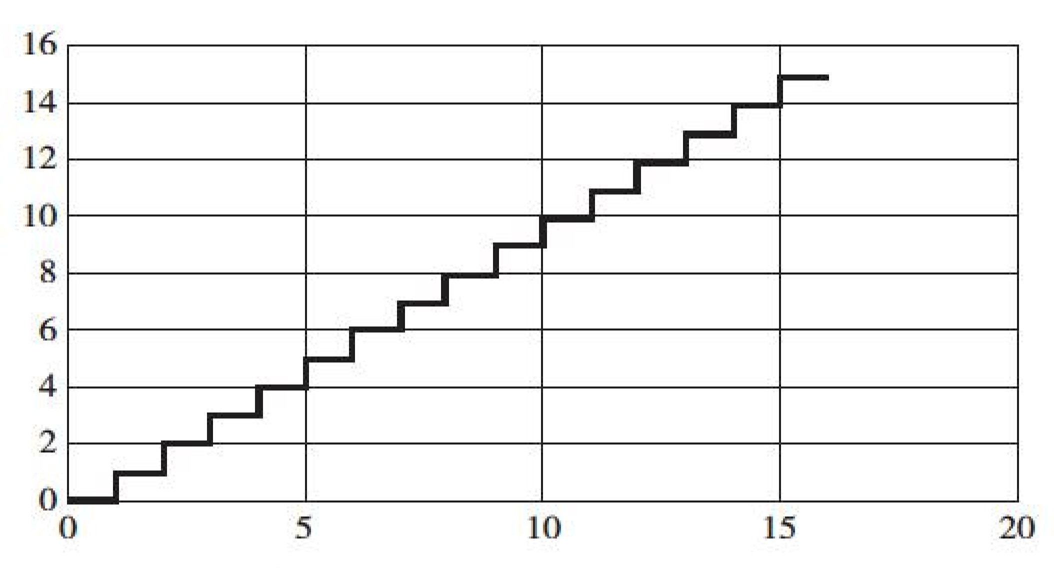


图 2-35　4 位二进制：总共 16 个台阶，台阶变小，精度有所改善

⊙ 用有限逼近无限

“有什么好办法呢？”他问道。

“人们想，既然输出的数字数值的种类是有限的，而要表达的输入信号的数值是无限多个的，那**如何用有限去近似无限种可能呢**？我们还是用成绩的例子来说明。虽然把学生的成绩换算成 A/B/C/D，造成了一些误差，但是从一个班学生的平均成绩来看，用百分制和等级得到的平均成绩相差并不大。”我说道。

“也就是说在大样本时，二者很相似？”

“对，于是人们想到了这种方法，一般来说，就是用整数近似小数或者用有理数近似无理数。”

“能举个例子吗？”

“比如数码相机的某个像素点采集到一个红色的光点，这个光点转换成电压值是 0.5 伏特，那么根据上表，对应的二进制数字是 100，那么就可以完美地把这个颜色转换为一个数字。可是，如果这个像素点采集的观点颜色再亮一些，比如对应到的电压是 0.5625V，这个电压值对应的数字是 0.5628×8=4.5。而没有一个二进制数字刚好对应这个电压，因为这个电压对应的二进制数字**介于 100 和 101 之间**，也就是介于十进制的 4 和 5 之间。”

“哦，无论用 4 还是 5 表示这个 4.5 都有很大误差。”

“对，但如果我们**用 100 和 101 两个整数的快速切换来近似 4.5** 这个小数，用长期平均的效果看，就是近似为 4.5 了。所以本质上这和设置闰月是一个问题：如何用

一些整数来近似一个小数？”我解释道。

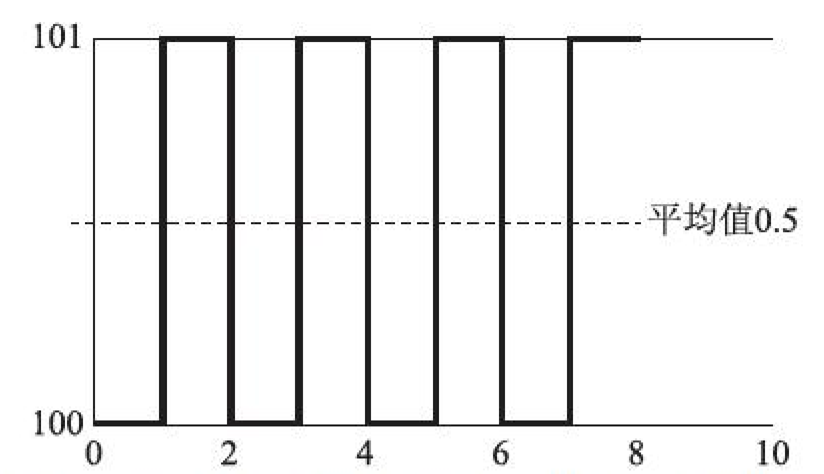


图 2-36 用 100 和 101 两个二进制整数的切换来近似 4.5

“原来如此！看来古今道理都是相通的，我明白了。本质上，这和天文历法里用 12 和 13 来近似 12.8682 是一种类型的问题！”

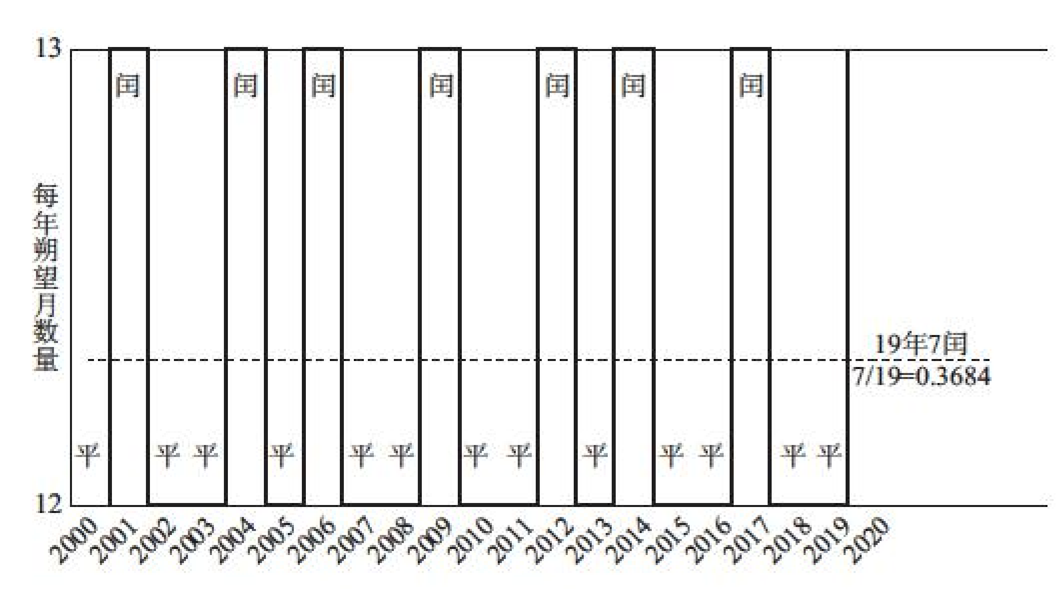


图 2-37 用 12 和 13 来近似 12.3684，在 19 年里，有 7 年含有 13 个月，剩下的 12 年有 12 个月

“对，所以现代电路设计遇到的问题，古人在几千年前就遇到了，虽然它们的表现形式很不一样。对于刚才数码相机的这个例子，因为我们找的数字比较简单，用 100（4）和 101（5）来近似 4.5，所以只要交替用 4 和 5 来表达就可以了！”我说道。

⊙ 重新回归闰月

“同意。可是对于其他的电压就不像等比例地出现 4 和 5 那么简单了吧？”他问道。

“对。可是我们照旧可以借鉴古人的无中置闰法来在合适的地方插入不同的二进制数字。为了回忆，也为了借鉴无中置闰法，我们把 **2012—2020 年间中气出现的年份、月份和日期**记录下来，然后以年份和月份作为横轴，日期作为纵轴，画出垂直柱状图，相当于把刚才的水平柱状图竖起来。看看有什么规律。每一根柱子的高度就代表中气在每个月中的日期。”我说道。

“这么多数据组成的图，像一个个的直角三角形，这是一种普遍规律吗？”

“对，这个三角形的斜边意味着中气日期的不断增加。随着时间推移，中气在每个月出现的日期不断推后，例如，在 2015 年正月，雨水是在初一，而到了二月，春分是在推移到了这个月的初二……平均每一个月中气日期向后推迟一天。三角形的边越来越高。到了 2017 年六月，终于推迟到了这个月的最后一天廿九，也就是三角形斜边达到了最高处，下个月就没有中气了，于是就要设置一个闰月。这样所累积的误差的绝大部分被清除，又开始下一轮累积。”

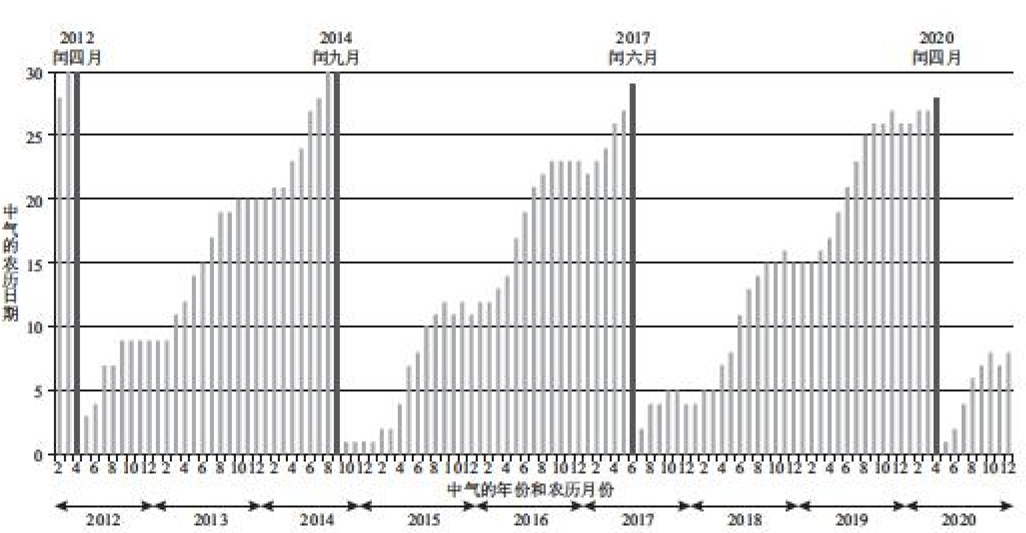


图 2-38 2012—2020 年闰月的分布：随着中气在每个月所在的日期不断变大，中气和朔望月初一之间的差别也越来越大，当差值（直线段的高度）达到 29 或 30 天时，下个月就没有中气，必须设置为闰月，这样所累积的误差的绝大部分被清除，又开始下一轮累积

“嗯，有点意思。误差体现在哪里呢？”他说道。

“假设中气和某一个月的初一重合时，阳历的节气和阴历没有误差。因为中气间隔比朔望月要长一点，所以每过一个月中气就向后推迟一点，中气日期和初一日之间的误差就增大一点，那么当中气移到阴历的最后一天时，误差累积到了一个月，就必须插入一个闰月了。插入闰月后，误差急剧降低，但可能还有一点没有消除，没关系，继续累积到下一个月中，又开始一轮新的误差增长。所以，**无中置闰的核心思想是误差的累积**，累积到一个月就插入闰月，然后误差近似归零，重新开始累积。”

“这种方法为什么可以调和一年 365 天和 12 个朔望月 354 天之间的矛盾呢？”

“两个中气之间刚好是 30.44 天，乘以 12 就是一年 365.2422 天。而每个朔望月是 29.53 天，二者的比值不是整数 12，而是 12.3682 这样的一个小数。这样每个月就有了 0.3682 这样一个误差。让一年的月数在 12 和 13 之间来回变动，来近似 12.3682 这个小数。”

“那怎么设计一种 ADC 电路也能实现类似的功能呢？”

“我们只要找到一种机制能够**累积误差，然后当误差累积超过一个整数时就重新开始累积，就可以来用整数近似小数。**”

“具体怎么做呢？”他问道。

“今天时间不早了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”

2.8 无中置闰法与 delta-sigma 电路

一周之后，我和他又在食堂见面了。

“上次我们说到，可以利用无中置闰方法里的误差累积机制来设计一种 ADC 电路，它可以大大提高数据转换的精度。用这种方法实现的 ADC 电路叫作 delta-sigma ADC。”我说道。

⊙ 一古一今，一中一洋

“最早是谁提出来的？”他问道。

“它最早出现在 Inose 发表于 1962 年的论文里。”我说道。

“嗯，这是最近几十年的事情。”

“对，作为对比，无中置闰记录在 2000 年前汉朝的《续汉书・律历志》：

置十二中以定月位，有朔而无中者为闰月，中之始曰节，与中为二十四气。

“这两者一个古、一个今，一个中、一个洋，到底有什么相似之处呢？为什么这个电路叫 delta-sigma ADC？”

“不急，我们慢慢来。首先，我们只要找到一种机制能够**累积误差，然后当误差累积超过一个整数时就重新开始累积，就可以来用整数近似小数。**”

“具体怎么做呢？”他问道。

“假设在误差累积阶段，误差还没有超过整数 1，那么输出为 0（相当于普通月），而当误差累积超过 1 时，输出变成 1（相对于闰月）。所以可以用 0 和 1 出现的频次来近似小数了。如果二者出现的频率相等，那么近似出来的小数就是 0.5；如果二者出现的频率是 3:7，那么近似出来的小数就是 0.3，因为 0.3=（3×1+7×0）/10，也就是说，顺序输出 10 个数，其中 3 个 1，7 个 0，那么平均下来就得到 0.3。如果二者出现的频率是 7/19，那么近似出来的小数就是 0.3682。”

“那如果是任意一个小数，该如何近似呢？

“对于任意一个小数 n，我们需要找到两个整数 P 和 Q，使得 n 近似等于 P/Q，那么我们只要输出 P 个 1，Q-P 个 0，那么：

$$n=\frac{P\times1+(Q-P)\times0}{Q}=\frac{P}{Q}”$$

⊙ 不妨一试

“原理我明白了，那怎么用电路实现呢？怎么用电路来构造一种电路结构来实现上面误差检测、误差累积以及误差判断呢？”他问道。

“首先，误差需要不断累积，所以用一个**加法器（Adder）**来实现累积误差，并且把这个加法的结果再反馈回来和下一次结果继续累加，这个部件又叫**累加器（Accumulator）**。接下来，要判断累加的误差是否超过了一个整数（比如一个朔望月），这个模块叫**比较器（comparator）**。如果超过了，那么就输出 1，否则输出 0，即可区别这两种情况。输出为 1，意味着有误差累积达到了一个整数，所以必须把它去掉，以便归零后重新计算，所以要把这个输出**反馈**到输入端，和输入**作差相减**。如果输出为 0，那也反馈回去，所以有一个反馈回路，把输入和输出相减，求出差值，然后继续累加这个差值到下一次计满为止。输入的数值是一个小数；或者代表小数的某个数。系统的初始状态都是 0。”

“能举例说一下吗？”他问道。

“好，我们先举一个最简单的例子，需要近似的小数是 0.4，写成两个数的比值就是 2/5。也就是说，在 5 个连续的输出里有 2 个 1 和 3 个 0 就可以近似 2/5 了。输入数值是 0.4，每次累加 0.4，如果累加后的结果大于等于 1，那么输出 1，否则输出 0。因为 0.4<1，所以输出为 0，这个数值反馈回来，这就完成了第一步。接下来，输入的数值 0.4 和反馈回来的 0 相减得到误差值 0.4，再送入加法器里和上一步留下的 0.4 相加得到 0.8，因为小于 1，所以输出等于 0，这就是第二步。”

“嗯。”

“接下来，反馈回来的 0 与输入 0.4 相减得到 0.4，继续累加得到 1.2，大于 1，所以输出为 1，这是第三步。反馈回来的 1 被输入的 0.4 减去，得到 −0.6，再继续与 1.2 相加得到 0.6 小于 1，所以输出 0，这是第四步。

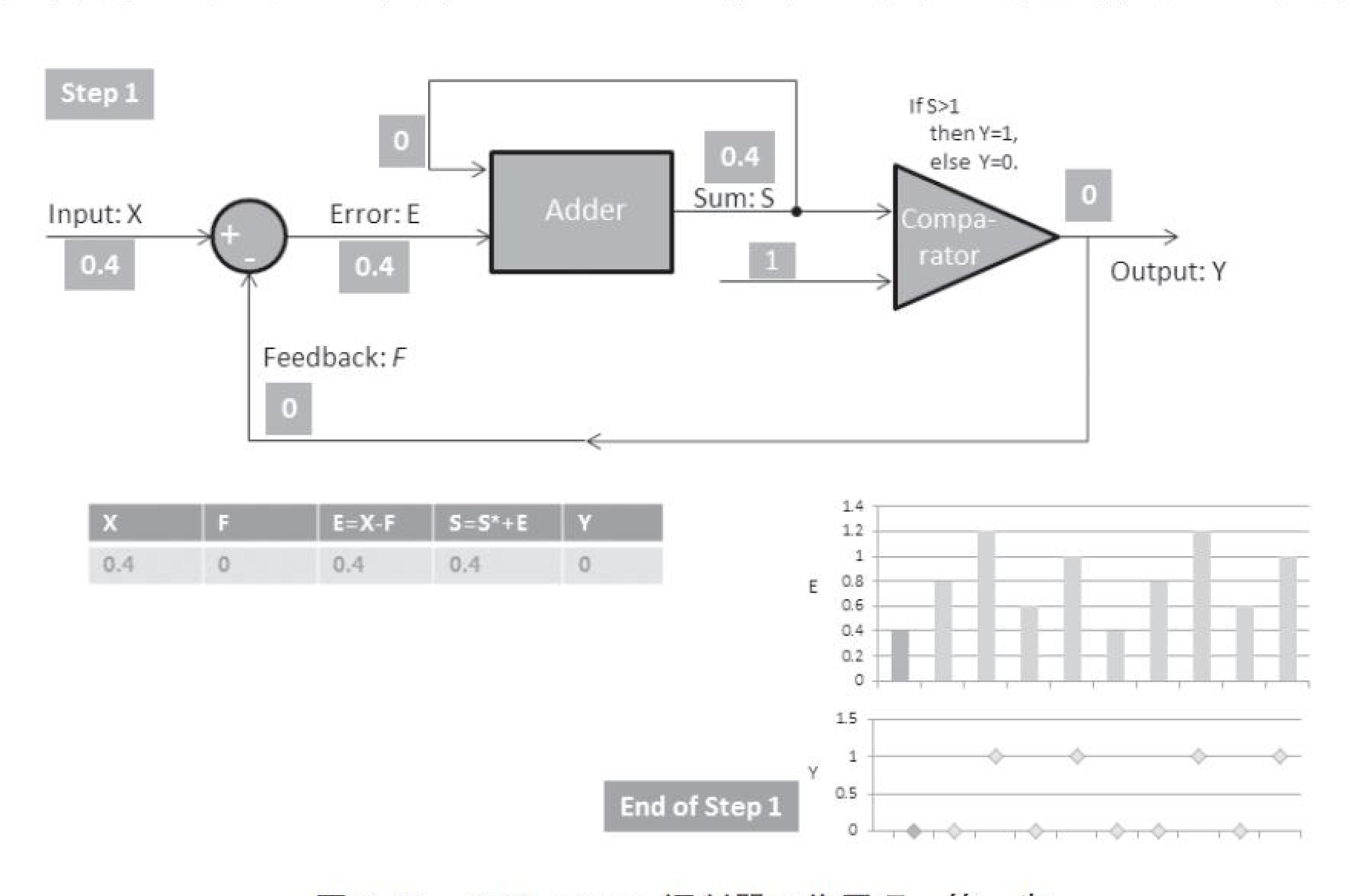


图 2-39　delta-sigma 调制器工作原理：第一步

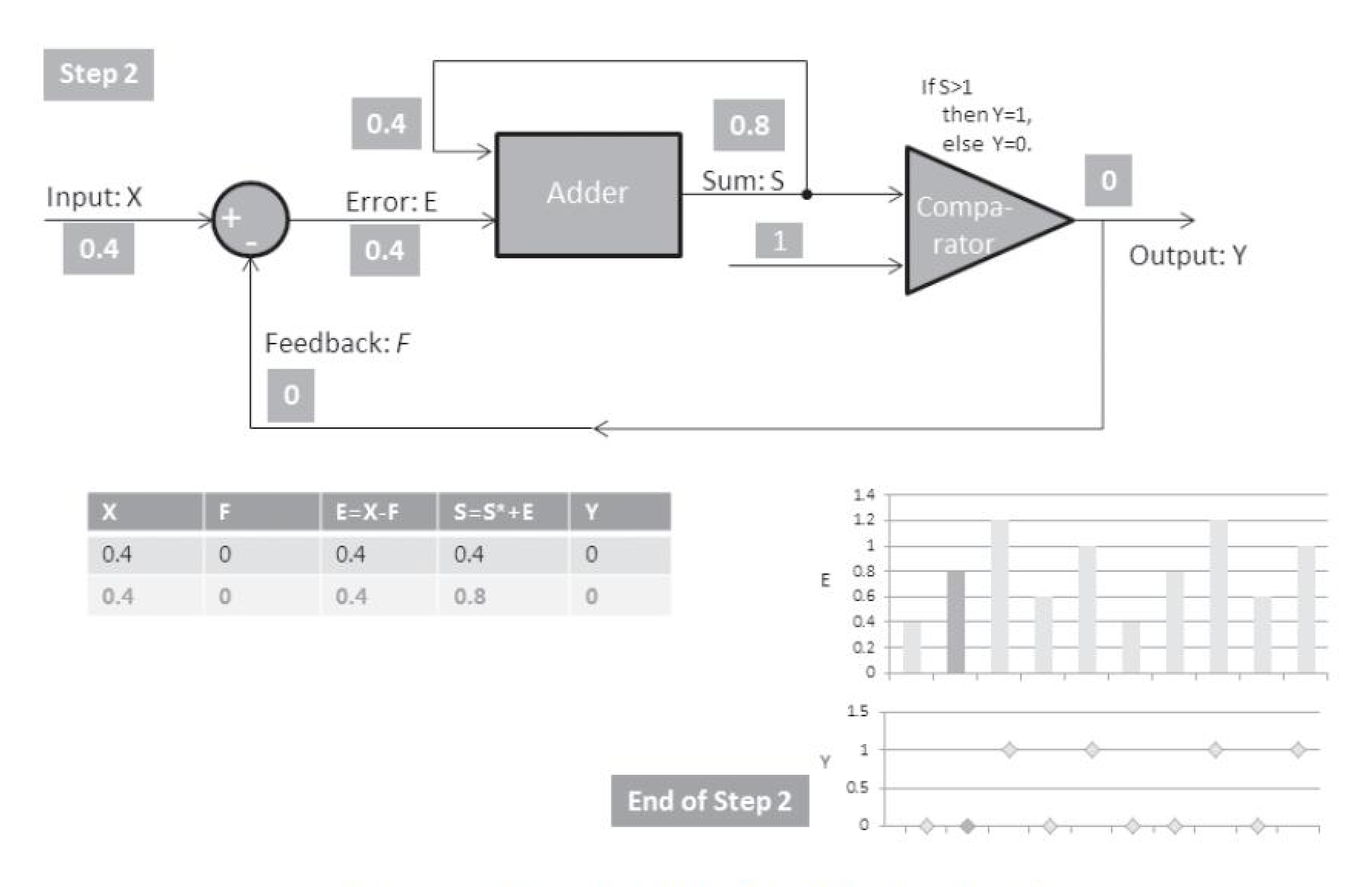


图 2-40　delta-sigma 调制器工作原理：第二步

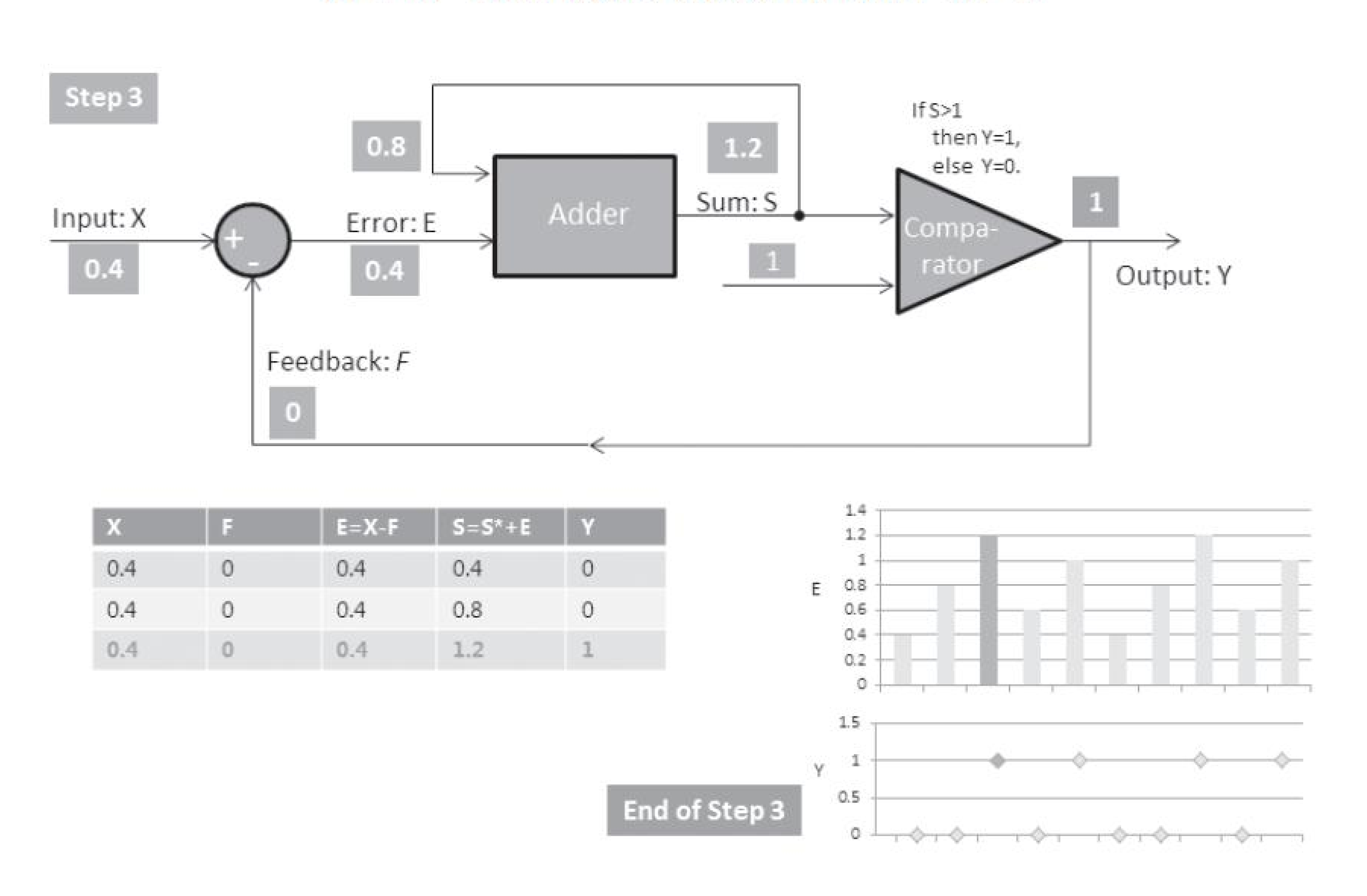
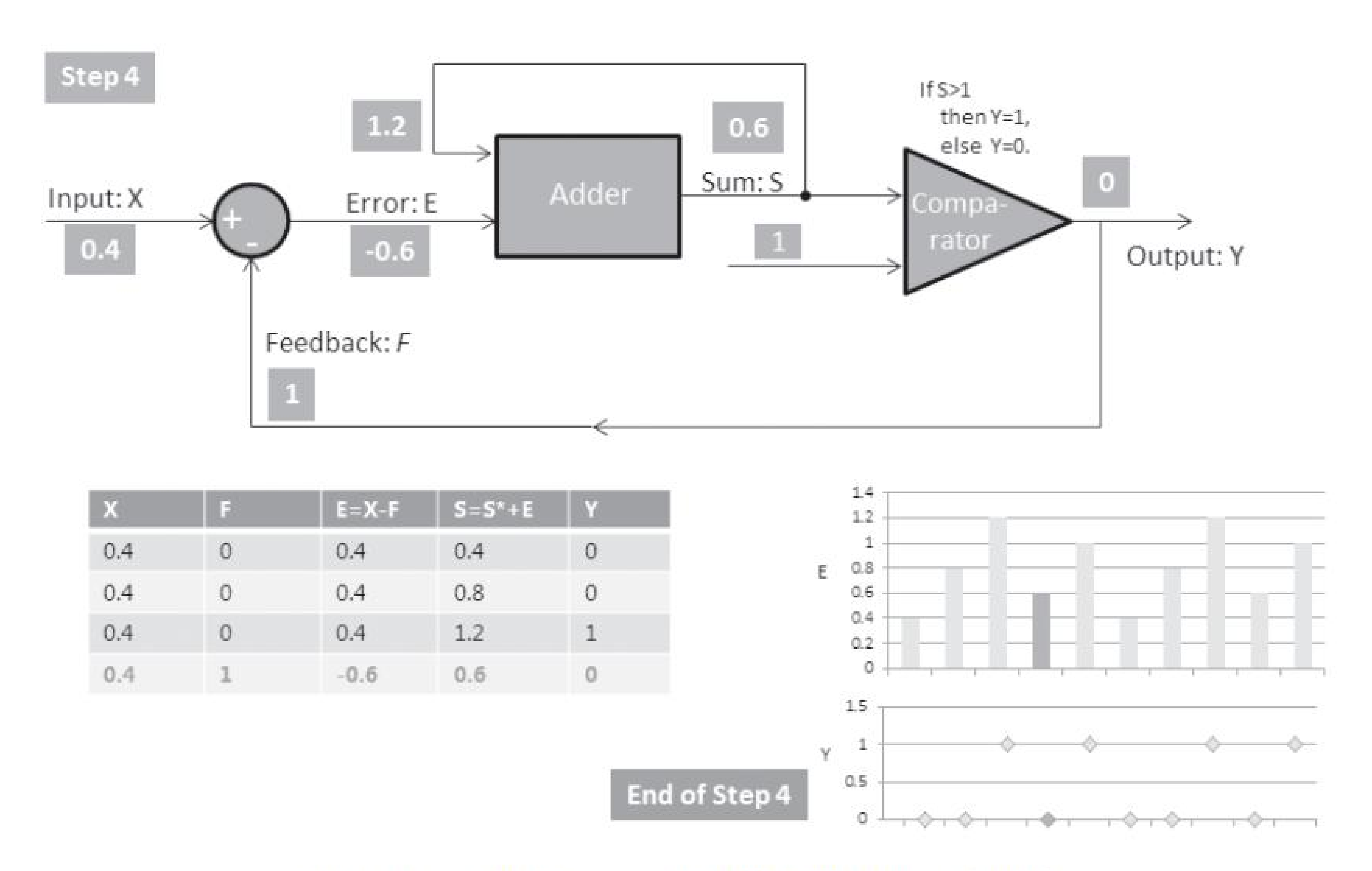


图 2-41　delta-sigma 调制器工作原理：第三步

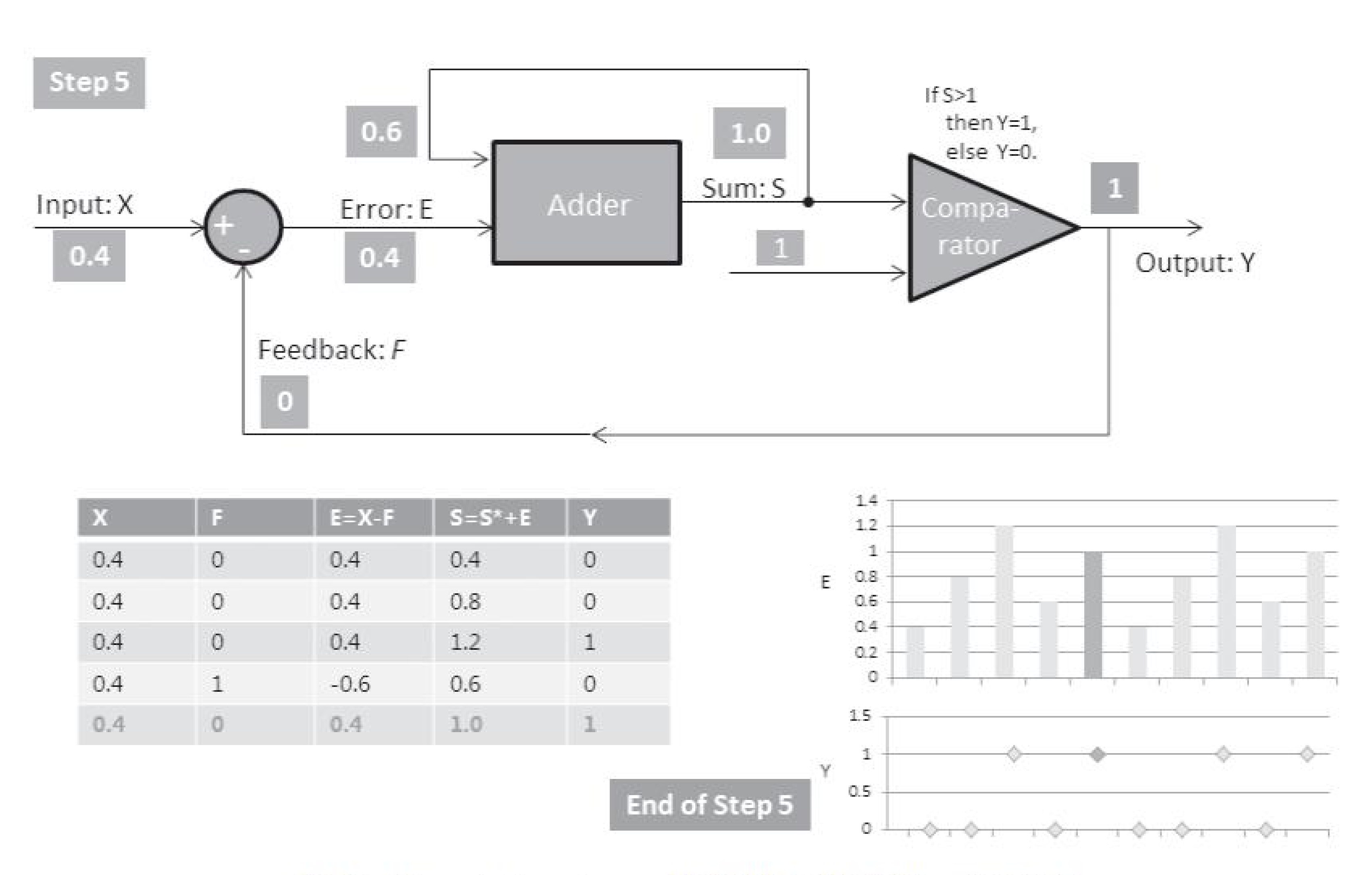
“然后，反馈回来的 0 与输入的 0.4 相减，得到 0.4 继续加入到上次遗留的 0.6 里，得到 1，比较后输出 1，这是第五步。此时我们发现误差的累加值的变化规律为‘0.4 −0.8 −1.2 −0.6 −1.0’。到了第六步以后，又会重复这样的规律‘0.4 - 0.8 - 1.2 -0.6

-1.0’。同样输出值 *Y* 也会按照‘0-0-1-0-1’的顺序重复。在输出的 5 个数字里，有两个 1、三个 0。这样就可以用来描述 0.4，因为（2×1+3×0）/5 = 0.4。”



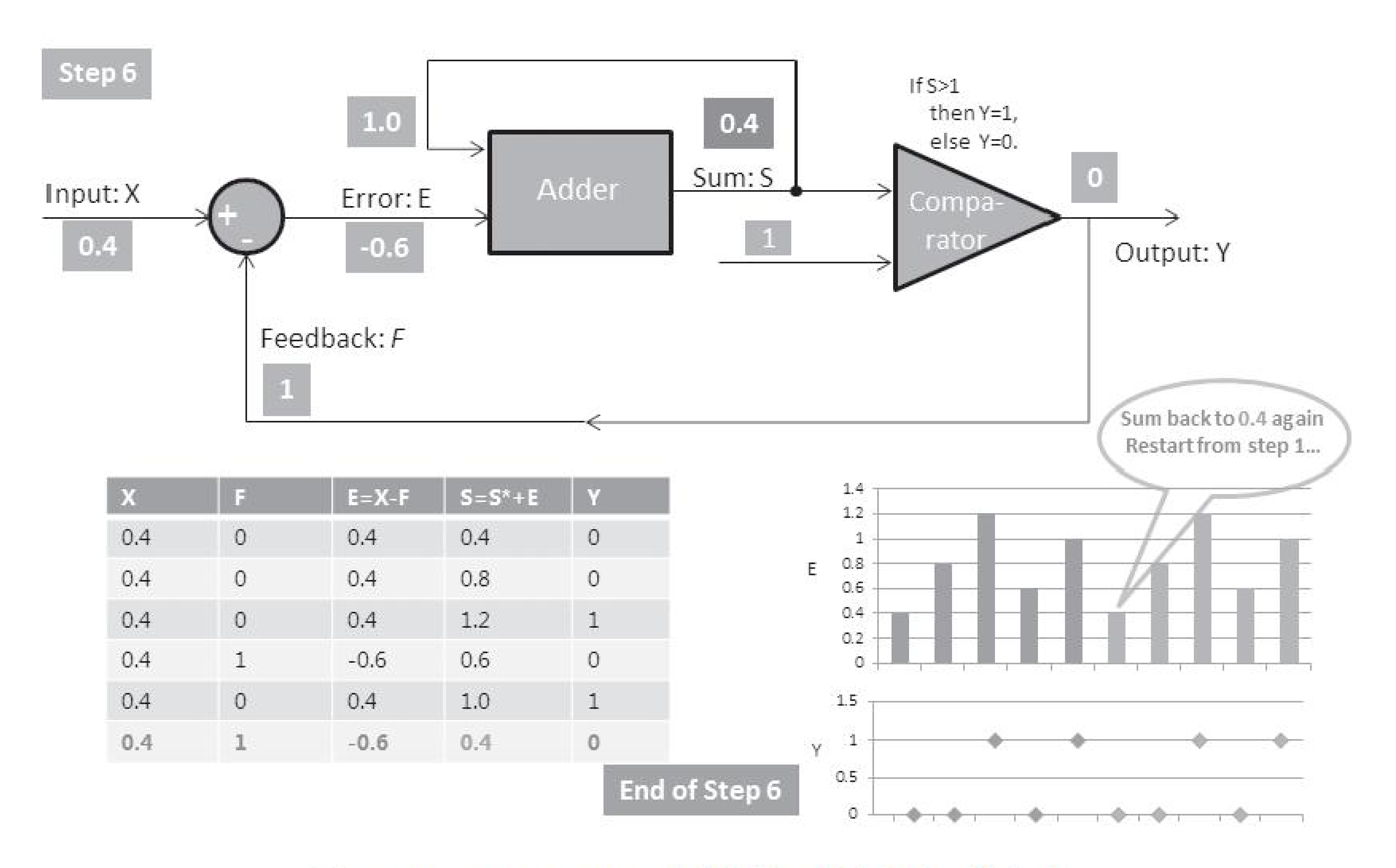
X	F	E=X-F	S=S*+E	Y
0.4	0	0.4	0.4	0
0.4	0	0.4	0.8	0
0.4	0	0.4	1.2	1
0.4	1	-0.6	0.6	0

图 2-42　delta-sigma 调制器工作原理：第四步



X	F	E=X-F	S=S*+E	Y
0.4	0	0.4	0.4	0
0.4	0	0.4	0.8	0
0.4	0	0.4	1.2	1
0.4	1	-0.6	0.6	0
0.4	0	0.4	1.0	1

图 2-43　delta-sigma 调制器工作原理：第五步



X	F	E=X-F	S=S*+E	Y
0.4	0	0.4	0.4	0
0.4	0	0.4	0.8	0
0.4	0	0.4	1.2	1
0.4	1	-0.6	0.6	0
0.4	0	0.4	1.0	1
0.4	1	-0.6	0.4	0

图 2-44　delta-sigma 调制器工作原理：第六步

“这种电路为什么叫 delta-sigma 呢？”

“delta 和 sigma 都是希腊字母。你知道，delta 通常表示两个数值的差值，而 sigma 通常表示多个数求和。这个电路里，输入值和反馈值之间相减，求得差值，对应于 delta；而加法器对应于 sigma，所以就有了这个名字。”

⊙ 摆几块积木就明白了

“可是为什么刚好用这样对差值累加的方法就能够从 5 个数里面有两个 1 呢？是不是巧合呢？”他问道。

“这看起来有点偶然，其实是必然的，如果非要用一句话来解释就是：*a* 乘以 *b* 等于 *b* 乘以 *a*！”我说道。

“为什么呢？” 他问道。

“这次我们把 0.4 表示为 2/5 就能看清楚了。我们把所有的数值都乘以 5，也就是说输入的数值等于 2，需要比较的数值变成了 5，反馈回来的数值要么是 0，要么是 5。这不会对电路的工作趋势产生影响。接下来我们看看会发生什么：每次增加 2，经过 5 次累加，这 5 次累积就得到 5×2=10，对吧？那么，在这 5 次累积里有多少次累加的结果超过了 5 或者 5 的倍数呢？两次，因为 10= 2×5，这样在 5 次累加里就有两次的输出达到了比较器的阈值，也就是输出为 1 的概率是 40%！”

“能画一个图直观地看一下吗？”

“好的，这次我们以 3/8 为例吧，也就是要找两个数值 3 和 8，对 3 进行累加，每次加到 8 就重新归零，然后从超出 8 的部分继续累加。按照我们前面说的 8×3=3×8。虽然左右两边的数值完全相等，但是画出来的图像却很不一样。”

“为什么呢？”

“**8×3，意味着有 8 个 3**，我们用短木

头来表示 3，那么总共有 8 个短木头。**而 3×8，意味着有 3 段长度为 8 的长木头**。二者并排在一起长度相等。长度为 3 的木头排列成一条线，第一段木头占据 0 ～ 3 的位置，第二段的木头占据 3 ～ 6 的位置，第 3 段木头占据 6 ～ 9 的位置，超过了第一个长木头的位置 8，我们在 8 的位置画一条红线，意味着这里累积的误差超过了 8，我们发现对 3 累加 8 次之后，到达 24，总共画了 3 条红线，**即有 3 次累加的输出为 1，而其余 5 次累积的输出为 0。所以最终输出的平均值等于（5×0+3×1）/8 = 3/8**。这样就得到了要近似的小数 3/8。以后，每经过 8 次累加，总会有 3 次输出为 1。”

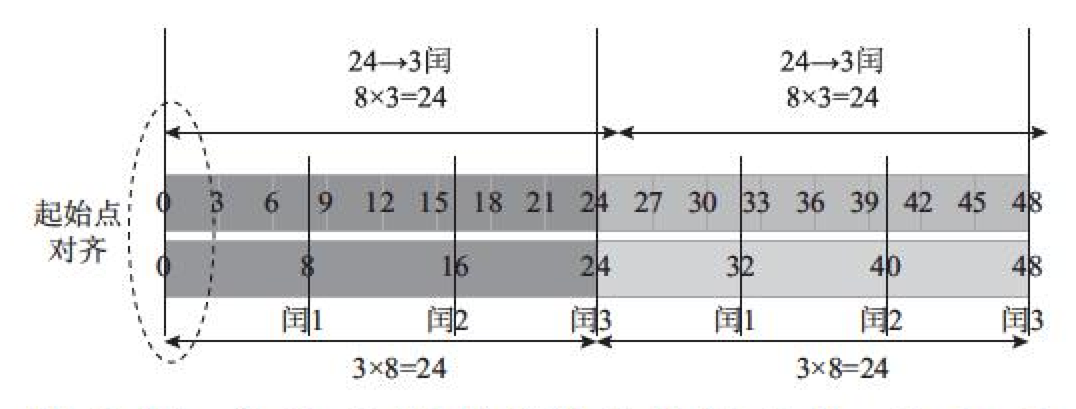


图 2-45　8×3：8 段长度为 3 的短木头；3×8：3 段长度为 8 的长木头

“可是这个图有点特殊，短木头和长木头都从相同的地方开始时，如果它们一开始没有对齐，还会出现累加 8 次短木头，有 3 次输出为 1 的情况吗？”他想到了更一般的情况。

“嗯，这是个好问题，看来你真是想打破砂锅问到底。那我们把长木头和短木头错开一点看看。**虽然二者错开了，但是 8 次累加里照旧有 3 次输出为 1**。所以这种 delta-sigma 机制不受初始值大小的影响。这也说明这种机制是一种可以稳定工作的机制。”

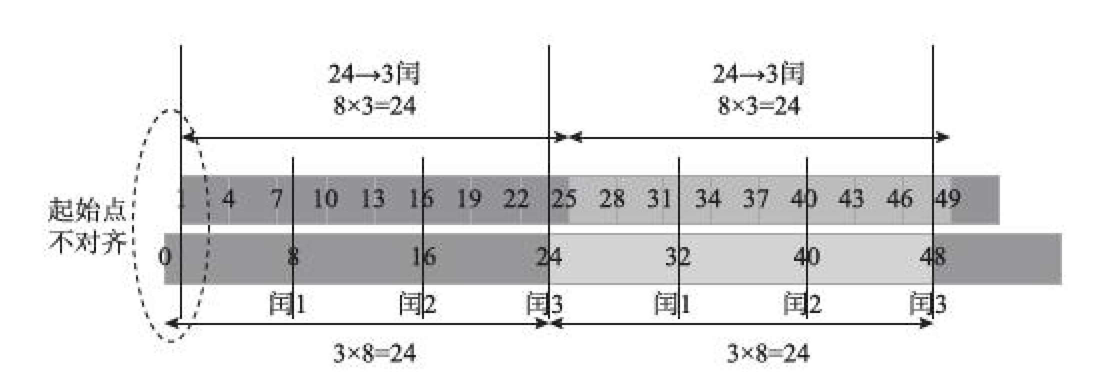


图 2-46　长木头和短木头错开一点，同样 8 次累加里照旧有 3 次输出为 1

⊙ 误差累积的形象展示

“我还有一个问题，刚才那个 2/5 的累加看起来逐步累加的效果不是很明显，**误差的累积不太像闰月那个图里面的直角三角形**。”他说道。

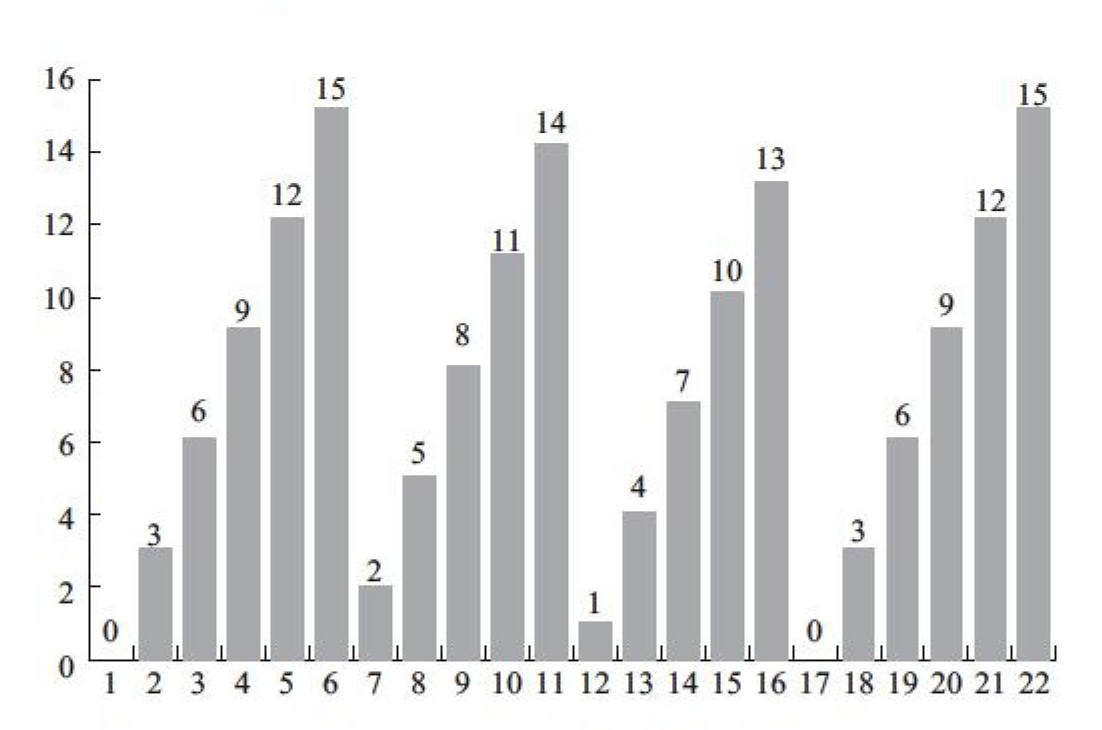


图 2-47　用 delta-sigma 电路来近似 3/16，在 16 个输出里有三个输出超过了 16 或者 16 的倍数

“你还是对那个三角形念念不忘？好，那我们找一个比较明显的例子。比如小数是 0.1875，可以表示为 3/16，那么每次加 3，经过 16 次累加，就是 16×3=48，而 48=3×16，所以在 48 里有 3 个数（第 6、第 11 和第 16）超出了 16 或者 16 的倍数，所以在 16 个输出里，有 3 个输出是非零的，比率刚好是 3/16。**这个 3/16 增加的曲线看起来很明显，就很像一个三角形**。同样，

即使初始值不等于 0，累加的数值的曲线可能稍有不同，但是 16 个输出里有 3 个非零值的结果不会改变。这也是这个电路神奇的地方所在！”

“真是巧妙，那如果用这样的电路去模拟闰月呢？”他问道。

“我们可以大概模拟一下，我们假设两个中气之间的间隔是 30.44 天，一个朔望月是 29.53 天，所以每个月累积 0.91 天的误差，一旦累积到 29.53 天，就减去一个月，继续累积，就得到了看起来非常接近标准的三角形的误差累积图形。”

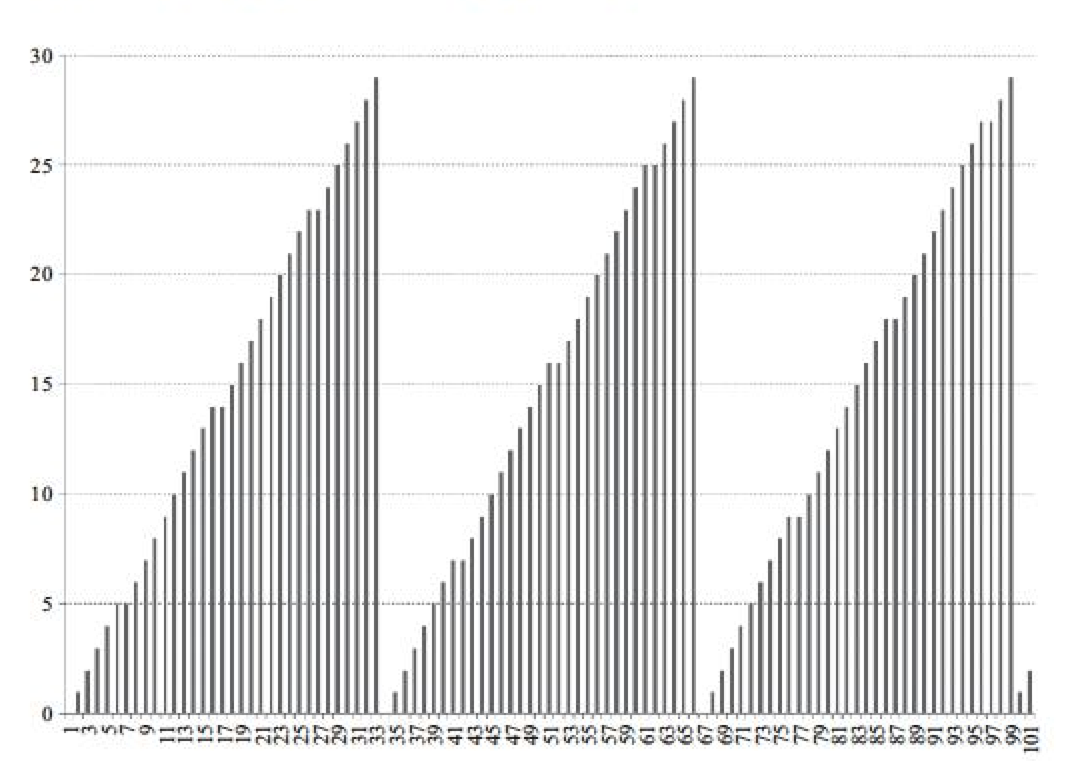


图 2-48　用 delta-sigma 电路近似闰月的产生，假设两个中气之间的间隔是固定的，朔望月的时间也是固定的，会得到非常接近标准直角三角形的误差累积图形

“比实际的闰月误差累积标准多了。这是因为我们没有考虑中气之间的时间间隔的变化，而是假设它们都是均匀的吗？”他问道。

“是的。虽然地球的轨道非常近似圆形，但是反映在闰月上的分布还是非常不均匀的。讨论了这么多，无中置闰和 delta-sigma 调制法真的有许多相似之处。”我说道。

表 2-2　无中置闰法与 Delta-sigma 调制法的比较

比较	无中置闰法	Delta-sigma 调制法
误差检测	检测朔望月长度与中气间隔的差值	检测输入小数与输出值（0/1）之间的差值
误差累积	把误差不断累积到中气日期里，中气日期不断推后	把误差不断送入累加器里，误差不断增加
误差判断	判断逐渐推后的中气日期是否超过了一个月	判断累积的误差是否达到了一个整数值

⊙ 转换后的数字信号还可以还原为连续波形

“最后，我还有另外一个问题，”他说道，“刚才这些例子里，输入的数值都是固定的，就像拍一张照片，把静态的颜色转换成二进制数值。**如果输入信号是连续变化的呢，例如，录像，输入的图像一直在变，这种情况下输出会是什么样子的呢？**”他问道。

“那我们举一个最简单的输入信号，正弦波，把它送入这个电路里，我们看到输出是一串宽窄不停变换的方波信号，脉宽较大的地方表示正弦波的波峰，电压较大所以对应的二进制数字较大，即有很多 1，而宽度较小的地方表示正弦信号比较小的波谷，电压较小，二进制数值较小，里面有很多 0。”我说道。

“那怎么验证得到的这个脉冲序列就代表正弦波呢？”他问道。

“只需把这个脉冲序列送入一个低通滤波器，滤除掉高频分量，就可以得到另

外一个正弦曲线，和输入的正弦信号形状一样，只是有点延迟而已。也就是说虽然输入和输出的信号形式非常不同，但是它们本质上是一样的，只是用一对不断切换的整数去近似一个连续变化的小数。”

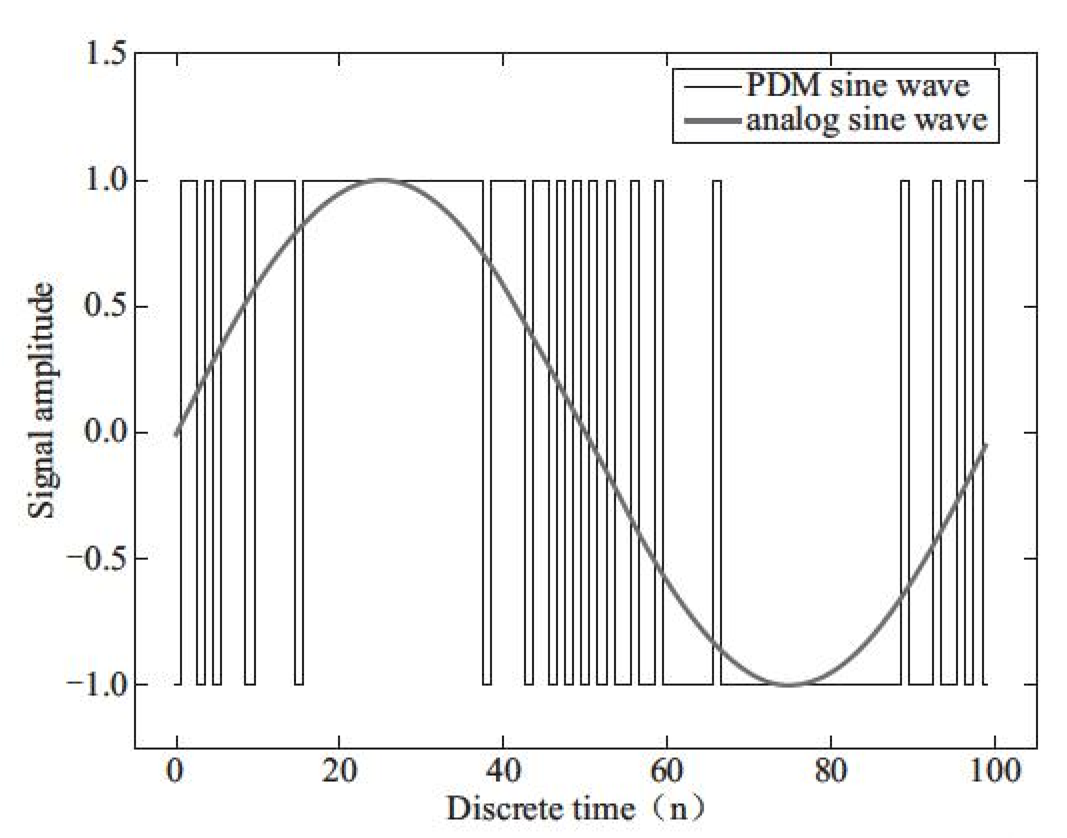


图 2-49　输入的正弦信号通过 delta-sigma 调制转换为数字脉宽序列输出

“所以**这种 delta-sigma ADC 电路本质上是一个信号跟随器**？”

“对，**它的输入是连续变化的数值，而输出则是只有整数的跳跃变化的数值，**也就是说输入和输出只是同一个数值的不同表达方式，一个是连续的、一个是跳跃的。而这个 delta-sigma ADC 电路就是让有限的输出数字尽可能准确和及时地反映无限多可能的输入数值。”

⊙ 无中置闰意味着追踪和锁定：月亮对太阳无止境的追赶

“《太初历》里的‘无中置闰’也是类似的原理吗？”他问道。

“对，地球绕太阳公转和月球绕地球公转是一个连续的运动，它们的运动轨迹是光滑连续的，它们公转周期的比值是一个精确的数值，但是人们制定的历法里一年的月份数量只有两种可能：只能在 12 和 13 之间跳跃，那如何用跳跃的数值来准确反映出日、月、地球的连续平滑运动，就是古代中国人要解决的问题。”我说道。

“2000 多年前的历法和今天最先进的集成电路，真是殊途同归！”他感叹道。

说到这儿，我又想起来一件事，说道：“对了，除了这个 delta-sigma ADC 电路，还有一种电路也应用了同样的原理来实现，这种电路实现的功能更加接近太阳和月亮的运行。”

“哦，是吗？这是一种什么电路？”

“它叫 delta-sigma 锁相环，或者 delta-sigma PLL。我先解释一下这个电路，你会发现它和闰月是一个道理。”

“好的，我同样感兴趣。”

“如果地球绕太阳的周期是 T_1，月球绕地球的周期是 T_2，那么 T_1 大约等于 T_2 乘以 12.36。如果有一个周期信号，它的周期是 T_1，要把它的周期缩小 12.36 倍（相当于频率增大 12.36 倍），变成 T_2，我们就可以用这种锁相环电路来实现。”

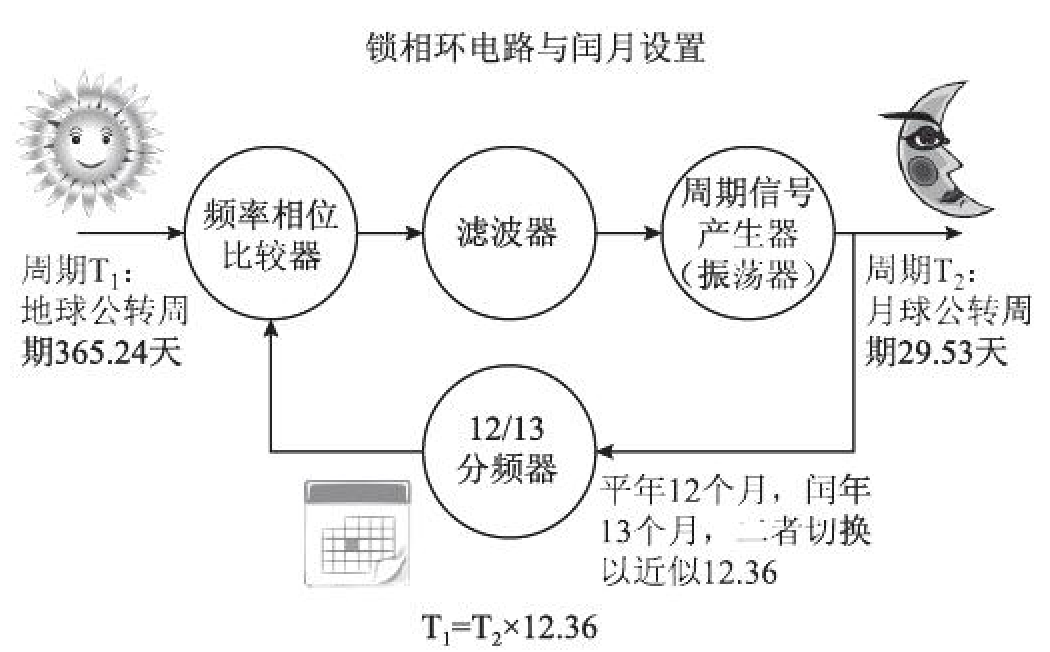


图 2-50　锁相环电路与闰月设置

“为什么这种电路叫锁相环呢？”

“因为它可以让输出信号始终锁定输入信号的周期以及相位，换句话说，让输入和输出信号的周期比值始终维持一个固定的数值。”

“就像地球的公转周期与月亮的公转周期的比值是固定的 12.36 那样？”

“对。锁相环电路本身会产生一个信号周期近似等于 T_2 的信号，只需把它等分 12.36 份，就会得到 T_1。但是由于 12.36 是分数，不存在通用的小数除法电路，而只能用整数除法电路近似。”

“除以 12 或者除以 13 的电路？”

“对。同样的，除以 12 得到的数有点大，超过 T_1 了，而除以 13 得到的数值有点小，小于 T_1 了。所以只能在除以 12 和除以 13 之间来回切换，使得长期看起来的效果像是除以了 12.36。你看，12 就相当于一年有 12 个月，而 13 就是多出一个闰月。和农历是不是很像？”

“果然如此！可是我还有个问题，电路不是人，它怎么知道该在何时切换呢？”

“很好的问题！实际上，人们完全不用管它。它采用了一种反馈的原理。就像空调的温度设定一样，当房间气温降到设定的温度时，空调就停一会儿。锁相环电路也是如此，它本身有一个产生周期信号的电路，周期大约是 T_1 的 12.36 分之一。当周期变大一些，就除以 13，否则就除以 12，以保证最后的效果始终接近 12.36。只要把分频的比值设定为 12.36，这个电路可以完美地重现农历闰月出现的时间。”

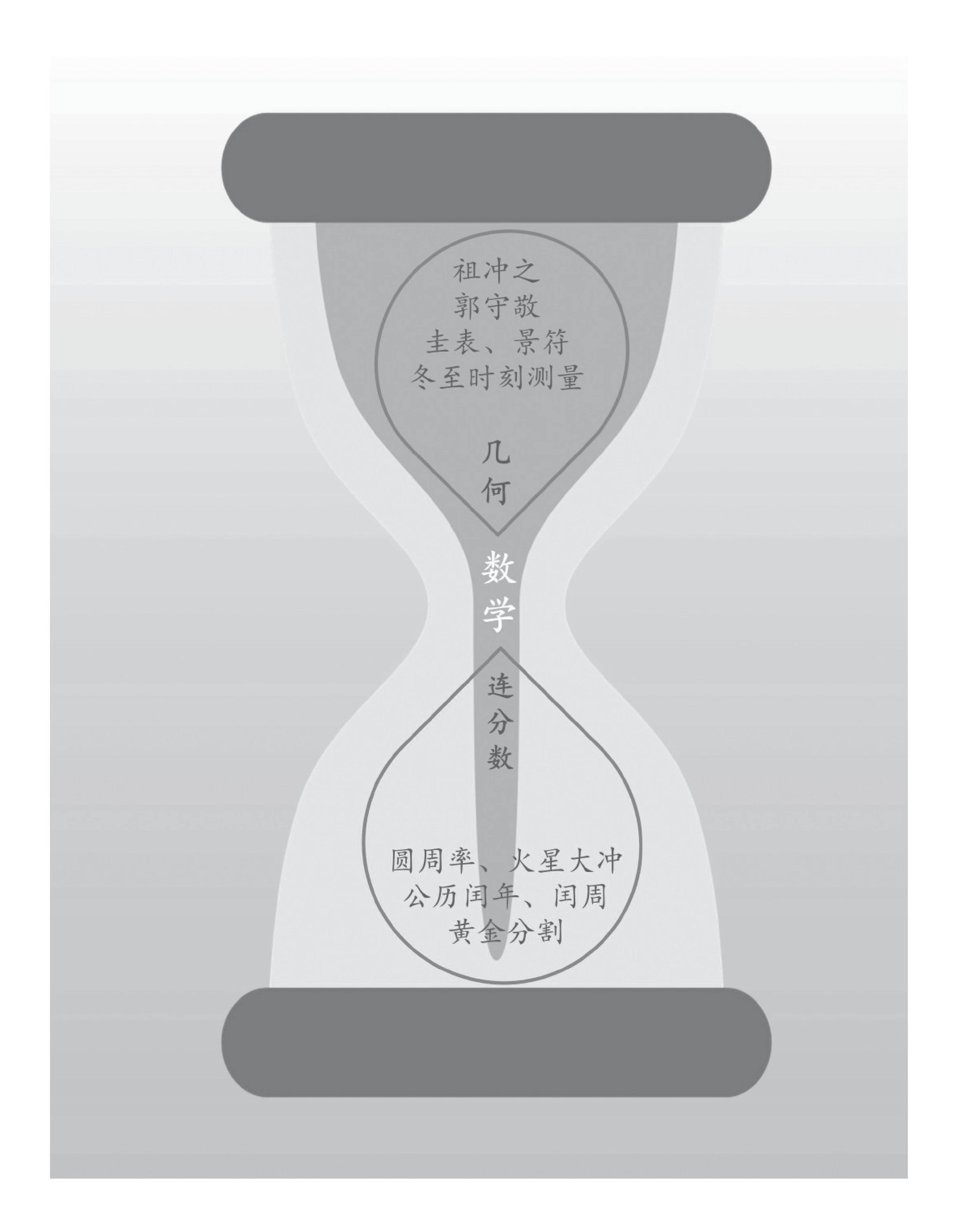
“有趣！”

“最后，我们还是回头看看今天提到了汉朝时使用的 19 年 7 闰的方法。实际上，这个历法在使用了几百年后也发现有一定的误差，后来有个科学家提出了更准确的置闰区间，使误差变得更小。除此之外，他还提出了用一组整数的比值来精确逼近圆周率的数值。”

“哦，那这位科学家一定很聪明吧？他是谁呢？”

“今天时间不早了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”


祖冲之
郭守敬
圭表、景符
冬至时刻测量
几何
数学
连分数
圆周率、火星大冲
公历闰年、闰周
黄金分割

3.1 祖冲之：不只是数学家

一周以后，我和他又在老地方碰面了。这天食堂里有些拥挤，我们好不容易找到了一个靠墙的座位。

刚一坐下我就问："上次我们提到的那位中国古代科学家，你猜到了吗？"

"是祖冲之吧？"他说道。

"对，正是他。"我说道。

"提到圆周率就想到了祖冲之，以前只知道他是数学家，祖冲之在天文历法上有什么贡献？"他问道。

"祖冲之提出了一种简单而可靠地测量冬至时刻的方法。那是在南北朝时期，也就是公元500年左右，那时既没有望远镜，也没有精确的秒表，更不用说其他先进的仪器和设备了。"

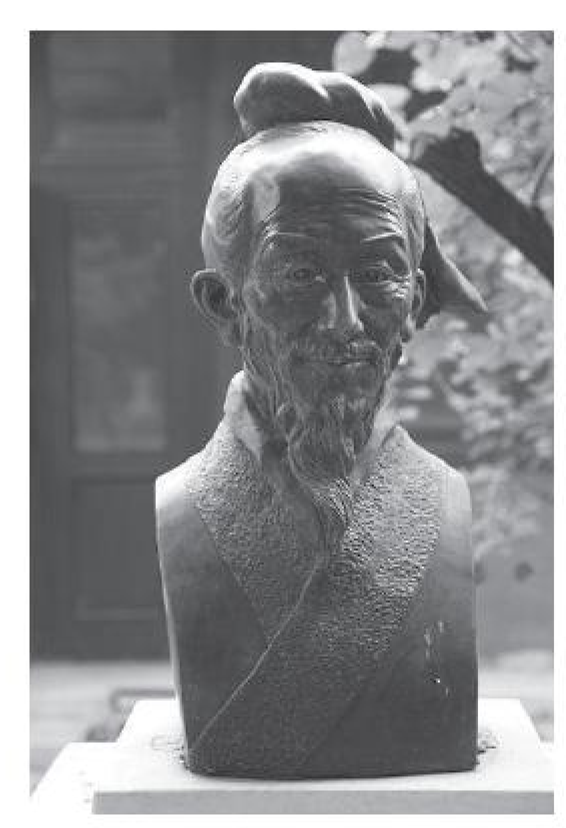


图 3-1　祖冲之（位于北京古观象台）

⊙ 祖冲之：不可能完成之任务

"那祖冲之是用什么工具来测量冬至时刻的呢？"他不解地问道。

"简单说，只是一根杆子而已，测定正午时分杆子投射在地面上的影长。当然准确的叫法应该是圭表。"



图 3-2　圭表包括两部分，竖立起来的叫作"表"，而水平放置的叫"圭"，圭上有刻度，用来指示影子的长度（位于北京古观象台内）

"就这么简单？"

"是的，如果仅仅是想知道冬至大概是在哪一天，那么只需要测量冬天正午影子最长的那一天即可。但是由于'**景之差行，当二至前后，进退在微芒之间**'，冬至附近影长变化经历了一个拐点，本来变化就不明显，再加上冬天日影变淡，很难精确测量，所以根据《左传》等资料推算，那

时连冬至日都测不准，通常会有 2 ～ 3 天的误差。”

“可是我有个疑问：冬至那几天要是阴天怎么办？就没法测量日影了吧？”

“是的，这是个棘手的事情，毕竟天气没法轻易改变。其实，祖冲之还有更大的挑战呢！”

“什么挑战？”他问道。

“冬至不是一个日子，而是一个时刻。而要精确地测量出冬至时刻，才能够帮助制定出准确的历法。但我们知道冬至时刻每年都在变，不一定正好是正午，如果冬至时刻在晚上，那又如何测量影长呢？古人总不会绕过大半个地球跑到美国去测量正午时分的影长吧！”

“那该怎么办呢？”

“这说明，**单单测量影长已无法准确得到冬至时刻，必须进行推算**。祖冲之之前的何承天，他连续测量十年，并且利用古人提出‘要取其中’的方法来推算冬至时刻。但是具体如何做，现在已经不可考了。祖冲之长袖善舞，提出了一种很巧妙的方法，化解了**阴天无日影问题、冬至时刻不在正午**的问题。他提出的方法不局限在一定要在冬至这一天测量影长，而是在冬至前后几十天的范围内挑选几个晴天的日子测影长，然后进行一些简单计算就可以了，这样一来，天气的原因对于祖冲之来说就不是问题了。”

“哦，是吗？真巧妙！那需要测量多少次呢？”

“需要三天正午的测量数据，因为不知道未来会不会阴天，为了保险可以多测几次，但做计算时只要有三次的有效影长的数据就够了。”

“只需三次的数据？”

“是的。”

⊙ 亲量圭尺，躬察仪漏

“我对祖冲之越来越好奇了”，他感叹道，“他究竟是个什么样的人呢？既精于数学，又通天文！”

“你说的没错，一个人的性格、经历和治学态度，决定了他采用的方法，而方法又决定了成就大小。”我说道。

“嗯。祖冲之的家庭是怎么样的呢？”

“祖冲之生于 429 年，在他出生前 9 年，东晋灭亡。接下来中国进入了南北朝时期，形成了南北对立的局面。 祖冲之生活在南朝的宋和齐两个朝代，都城是建康，也就是今天的南京。祖冲之家族属于低级士族，地位不高，但是有世代钻研学习的传统。祖冲之的祖父祖昌善于发明，在朝廷担任过大匠卿，父亲祖朔之是皇帝的侍从官员。根据《隋书》记载，祖家世代掌管历法。祖冲之自幼生活在这样的家庭里，对天文学和数学非常感兴趣，广泛搜罗阅读钻研前朝留下的著作，但是他发现古人留下的论述中又有一些不可靠的地方，所以他每每**‘亲量圭尺，躬察仪漏，目尽毫厘，心穷筹策’‘不虚推古人’。”**

“这让我想到了欧洲十六七世纪的开普勒。开普勒继承了他的老师第谷留下的大量观测数据，同时又不拘泥于古人的结论，终于推翻了行星轨道是圆形的观念。”

“是的，**既能够占有大量数据，又自己亲自测量和计算，不囿于古人的结论和成法，从而才能开创出一片新天地**。祖冲之自己是这样说他是如何利用古人的文献资料的：

‘搜炼古今，博采沈奥。

唐篇夏典，莫不揆量。

周正汉朔，咸加核验。

罄策筹之思，究疏密之辨。’

祖冲之对张衡的天文著作、东汉时期刘洪的《乾象历》和三国时期杨伟的《景初历》都进行了系统研究考察，对前人的观点批判地继承。”

“比如说呢？”

“例如，祖冲之看到东汉初年班固所写的《汉书》里提到了六种古代历法：《皇帝历》《颛顼历》《夏历》《殷历》《周历》和《鲁历》。后人曾以为是这几个朝代当时所采用的历法，而经过祖冲之的推断发现，这些只不过是后人的伪作而已，他说：‘古术之书，皆在汉初周末，理不得远。’”

“祖冲之在哪里进行研究呢？”

“祖冲之在青年时代就进入了南北朝时期宋朝设立的华林学省的机构，专门从事天文历法和数学研究。因为工作出色，被朝廷‘赐宅宇车服’。后来祖冲之虽然出任了地方官，但仍然没有中断天文测量和研究。”

“那祖冲之是如何利用手头的影长数据来推算冬至时刻的呢？”

“虽然说祖冲之的方法只需要进行三次测量，但是实际上祖冲之每天都坚持观测，积累了大量的一手数据，并且他还利用工作上的便利接触到大量的古代观测数据。他平时没事就去琢磨这些数据。”

⊙ 数字里的秘密

“那他从中琢磨到了什么吗？”他问道。

“就比如关于影长的观测数据吧，他经过长年累月的观察，发现冬至前后影长的数据都与下表类似。比方说有这么一组由于阴天导致观测记录不完整的杆子影长数据，你能看出有什么规律吗？”我问道。

表 3-1　冬至附近的影长

日期	影长
十月三十	12 尺
十一月初一	12.06 尺
十一月初二	12.12 尺
十一月初三	* 阴天没有影长数据
十一月初四	12.12 尺
十一月初五	12.06 尺
十二月初六	12 尺
十二月初七	* 阴天没有影长数据

“让我看看，影长一开始不断增加，突然来了一个阴天，后来又不断减少，又来了一个阴天。总体趋势是这样先增加后减少的。”

“对。”

“既然如此，那么从增加变得减少的拐点应就是冬至日。”

“对，如果假设冬至前后影长增加的速度和减少的速度都是均匀的，冬至前每天增加 0.06 尺，冬至后每天减少 0.06 尺。即使有两天是阴天，那么我们也可以估计出十一月初三那天应该是影子最长，是冬

至日。”

“嗯，同意！”

“祖冲之手头上积累了很多这样的数据，分析研究这些数据是他从事研究的基础。换句话说，现代科学研究也是如此：大量占有数据，并且深入思考、科学地进行分析才有可能取得突破。”

“嗯。”

“祖冲之经过仔细琢磨得到了两个基本判断：冬至前影长增加，冬至后影长减少，并且基本对称。影子的变化速度是近似均匀的。”

“那根据这两个假设就能够计算出冬至时刻吗？”

“还要加上一点点最基本的几何知识。”

“什么样的几何知识呢？”他问道。

“两个相似三角形的对应边长成比例。”

“就这么简单吗？”

“方法是简单，但是能想到这一方法本身并不简单。**它需要十年如一日的观测，翻阅几百年的观测数据，还要有恒心、细心和毅力才可以**。在祖冲之之前，就已经有了测量冬至时刻的粗糙方法。北朝的周琮指出：‘晋、汉历术，多以（至）前后所测晚晷，要取其中。’但是古人是如何‘要取其中’，却没有明确交代，因此具有很大的主观性和随意性，而**祖冲之是第一个从严格的数学意义上推导出冬至点的观测方法**。”

“那么他具体是怎么测量的呢？”

“祖冲之曾经简要介绍了自己的计算方法，记录在《宋史·历律志》里：

大明五年十月十日影一丈七寸七分半，十一月二十五日一丈八寸一分太，二十六日一丈七寸五分强，折取其中，则中天冬至应在十一月三日。求其蚤（早）晚，令后二日影相减，则一日差率也，倍之为法；前二日减，以百刻乘之为实。以法除实，得冬至加时在夜半后三十一刻，在元嘉历后一日，天数之正也。”

“是什么意思呢？”

“简单翻译一下就是：

- 大明五年十月十日影长为10.775尺。
- 十一月二十五日影长为10.8175尺（‘太’是古代的一个计数符号，是最小单位的3/4）。
- 十一月二十六日影长为10.7508尺（‘强’也是古代的一个计数符号，是最小单位的1/12）。
- 十月十日的影长落在十一月二十五日和二十六日影长之间，所以根据对称原理，冬至日应在十月十日和十一月二十五日中间，也就是十一月三日。
- 令十一月二十五日和二十六日测得的两个影长相减：10.8175−10.7508=0.0667。
- 然后乘以2倍，0.0667×2=0.1334，这个值称为‘法’。
- 再令十月十日和十月二十五的影长相减：10.8175−10.775=0.0425。
- 这个值乘以100（古代每天等分成100刻）得到4.25，称之为‘实’。
- 用‘实’除以‘法’：4.25/0.1334=31.86刻。
- 即大明五年的冬至点是在11月3日31刻多一些。”

“让我换算一下，一天是 100 刻，那么 31.86 刻就是在一天的三分之一附近，也就是早上 8 点前一点，大约是现在的早上 7 点 37 分。那具体是怎么计算的呢？”

“如果把三天的影长按照时间顺序分别是 a，b 和 c，那么计算的公式就是：

冬至在一天 100 刻中所处的相对时刻：$100(b-a)/2(b-c)$。”

⊙ 你也明白的相似三角形

“哦，这个计算真简单，加减乘除四则运算就够了。可是这只是具体的计算方法，那背后的原理是什么呢？”他问道。

“后人推测祖冲之应该是利用了**相似三角形**的原理。”

“相似三角形？果然有初中几何知识就够了。”

“嗯。首先，祖冲之在冬至前后选择了 $A/B/C$ 三天，正午的影长分别为 a,b,c。我们可以把这三个影长画在时间轴上（如图），横轴代表日期，而纵轴代表影长。a 的影长介于 b 和 c 之间，根据对称性，所以冬至日应该在 A 和 B 中间的那一天，我们标识为 D 日零时。也就是说 A 在冬至前 N 天，B 在冬至后 N 天，C 在冬至后 $N+1$ 天。有了这三天的数据就可以推算冬至时刻了，这样即使冬至日是阴天也没有关系，因为并不需要在冬至那一天进行测量。退一步讲，即使 $A/B/C$ 三个测量日期是阴天也没关系，只要把 A 提前一天，把 B 和 C 分别推后一天，我们就可以利用新的数据来计算了。”

“太妙了！”

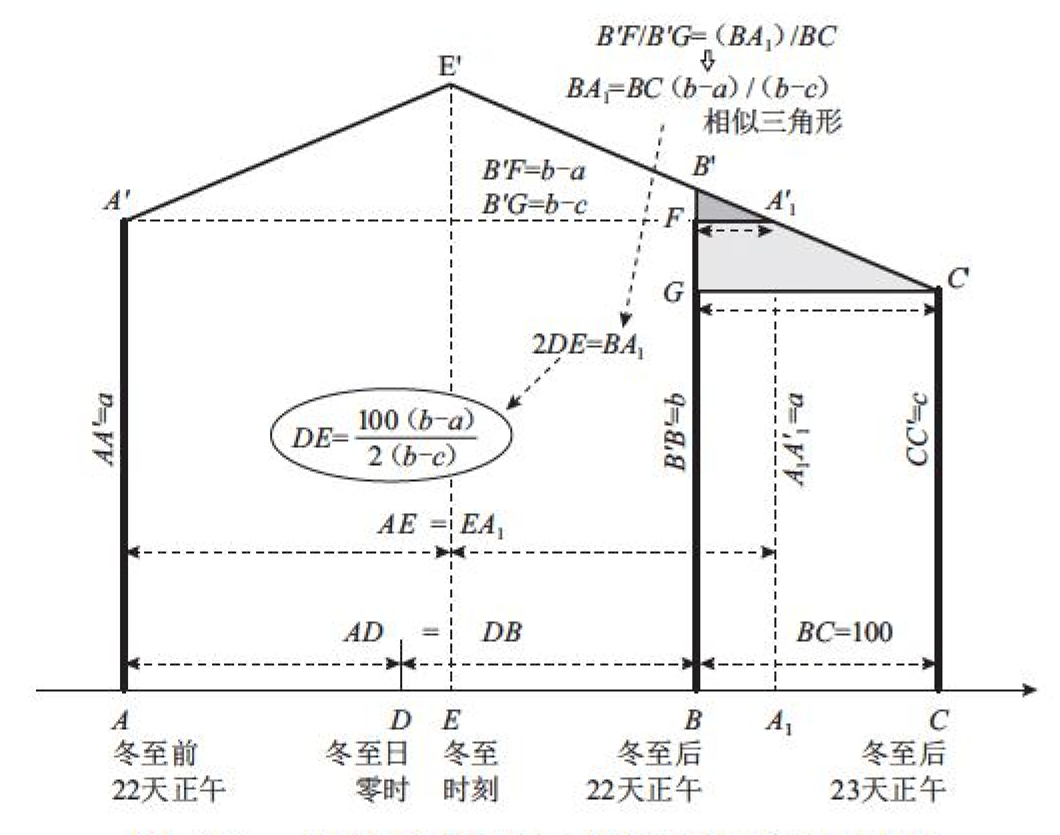


图 3-3　祖冲之相似三角形测量冬至时刻

“对。下面我们就开始沿着祖冲之的脚步开始推算了，你准备好了吗？”

“想想都激动，这可是祖冲之一千五百多年前使用的方法！”

“让我们开始吧。”我说道。

- 首先，既然冬至日 D 是 AB 的中点，所以 $AD=DB$。又因为 D 是冬至日子夜零时，所以冬至时刻在 D 右边的 E 点，且 $DB=DE+EB$。这个 E 点的位置就是我们要找的冬至时刻，换句话说只需求出 DE 的长度就能确定冬至时刻。
- 接下来，因为冬至前后影长是对称的，而且 a 介于 b 和 c 之间，$c<a<b$，所以在 BC 之间必有一个 A 的对称点 A_1，其影长 $a_1=a$。所以可以得到：$AE=EA_1$，即 $AD+DE=EB+BA_1$。
- 然后，我们很容易推导出 DE 刚好是 BA_1 的一半。（推导方法：把 $AD=DB=DE+EB$ 代入到上式，就得到了 $AD+DE=DE+EB+DE=EB+BA_1$，

约去左右的 EB，得到 $2DE=BA_1$）既然我们要求出 DE，那么可以先求出 BA_1，然后减半就可以求得 DE 了！

“那怎么求 BA_1 的长度呢？”

“关键之处就要找出两个相似三角形。”

“找哪两个相似三角形呢？”

“我们一起看一看。既然是要求 BA_1，那其中一个三角形肯定和 BA_1 有关，它刚好对应了一个小三角形 $B'FA'_1$ 的底边，而 GC' 刚好是另一个大三角形 $B'GC'$ 的底边，GC' 的长度是 B 的正午和 C 的正午的间隔，刚好是一天 100 刻（注：古代一天分为 100 刻，1 刻相当于现在 14.4 分钟）。那么就找到了这两个相似三角形。小三角形的竖直边长 $b-a$，大三角形的竖直边长 $b-c$。”

- 接下来，根据三角形相似的原理，我们就有：$(b-a)/(b-c)=BA_1/BC$。所以，$BA_1=(b-a_1)\cdot BC/(b-c)$。而 BC 为 25 日至 26 日 1 昼夜时长 100 刻，也就是祖冲之原话中的“百刻”，因此 $BA_1=100(b-a)/(b-c)$。而 DE 是 BA_1 的一半，所以 $BA_1=100(b-a)/2(b-c)$。

“那祖冲之测量到的冬至时刻与理论值有多大误差呢？”

“误差大约是 20 刻，这个值远远小于历代的误差。例如，东汉《四分历》测得的公元 173 年冬至的误差是 239 刻，晋朝杨伟的《景初历》测的 237 年冬至的误差是 221 刻，王朔之的《永和历》测的 351 年冬至时刻误差是 102 刻，与祖冲之同时代的何承天‘立八尺之表，连测十余年’，他的元嘉历在公元 442 年测的误差是 50 刻，这已经比前人的误差缩短了一半，而祖冲之的测量误差比何承天的又小了一多半。祖冲之的方法首次提出一种明确的数学表达式来计算冬至时刻。”

“那祖冲之为什么把冬至前后三个日子的距离拉得那么大呢？前后有四十多天。”

“道理也很简单。这样就克服了冬至前后影长变化不明显问题。把测量日期提前或推后到冬至前后二十多天，那时影长的日变化量比冬至大很多，超过了六分，更容易测量影长变化。”

“祖冲之的测量和计算方法对现代研究有什么意义呢？”他问道。

“它的意义在于，用简单的测量工具和简单的数学计算得到了非常高的测算精度，这是当前科学研究和工程实践追求的目标。”

“能举个例子吗？”

“如果用一句话来说，就是奥姆卡剃刀原理，又叫简单有效原理，即‘如无必要，勿增实体’。你看在祖冲之的测量方法里没有任何一步是多余的，你无法再精简了。”

“为什么精简的就好呢？”

“精简的东西人们更容易记住，也更容易流传下来。祖冲之测量冬至时刻所发明的这个方法也被后人所继续使用，元代的郭守敬后来继续改进了测量的圭表，让它的精度又进一步提高。”

“那郭守敬是如何改进圭表的测量的呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

3.2 翩翩才俊还是山羊胡老头？

一周以后，我们又见面了。

“上次我们说到了祖冲之不仅仅是一个数学家，他在天文历法等方面也颇有建树，提出了测量冬至时刻的新方法。让我们先看看祖冲之取得了哪些成就。”我说道。

“好啊，我很想知道祖冲之除了圆周率之外还有哪些贡献。” 他说道。

⊙ 年轻有为

“除了数学，祖冲之在天文历法上有很大贡献。公元 462 年，也就是大明六年，祖冲之最终编制完成了新历法。他革新了闰周，把 19 年 7 闰改为 391 年 144 闰（把精度从 200 年 1 日提高到 1400 年 1 日）。他首次在天文历法中引入了岁差，重新计算了交点月是 27.21223 日，与今天的测量值误差 1.3 秒。”

“哦，有这么多成就！”

“此外，他重新测算了回归年长度，结果是 365.2428 日，与今天的 365.2422 天误差只有万分之六日，即 45 秒。祖冲之把《大明历》献给了宋孝武帝，请求颁行。你知道当时祖冲之是多大年纪吗？”

“取得这么多的成就，至少四五十岁了吧？”

“当时**祖冲之只有 33 岁**。”

“哇，真是年轻有为！可是在我的印象里，祖冲之的形象非常单调：一个精瘦的老头挽着一束发髻，目光炯炯有神，一缕山羊胡，身着一件长袍。我很难把这个花甲老者的形象和那个 33 岁时向宋孝武帝进献《大明历》的那个才华横溢的青年联系起来。” 他说道。

“是的，这是我们一直以来的刻板印象。但是年轻时的祖冲之是什么模样，恐怕没有人说得上来了，但是我想他一定是意气风发的。” 我说道。

“为什么这么说呢？”



图 3-4　祖冲之邮票

“因为祖冲之父辈在朝中从事天文历法方面的研究，他自幼聪明，受过良好而系统的教育和训练。年纪轻轻时就被当时的宋孝武帝看重，推荐进入了当时官方的研究机构华林学省从事学术研究，并且赏赐了豪宅豪车和华美的衣服，让他无忧无虑地从事研究。”

“冲之稽古，有机思，宋孝武使直华林学省，赐宅宇车服。”——《南史·祖冲之传》

“祖冲之都做了哪方面的研究呢？”

“一方面他要经常做天文观测，记录月亮、太阳和各种星星的运行轨迹，测量影长，确定漏壶的时间。另一方面他还要把自己关在屋子里、埋头在一堆古籍里查找数据、写写算算。”

“可是我脑子里很难把这两种形象统一在一个人身上。”他困惑地说道，“一方面，天文学家要动手亲自观测、调试仪器，甚至去设计一种先进的观测仪器，需要非常强的动手能力，而且经常要在室外进行观测，就好像开普勒或者哈勃那样的人。而另一方面，数学家足不出户，只要有一支笔、一张纸就可以进行推导和证明了。可是把理论和实验特点集于一身，并且同时做出伟大成就来，我想一定是很不寻常的一件事。”他感叹道。

⊙ 多才多艺

“嗯，是的。除了设计《大明历》，祖冲之对《九章算术》进行了注解，写出了数学著作《缀术》，这本书曾经是唐朝官学指定教材，而且流传到了日本和朝鲜。说明他的学术功底深厚。”我说道。

“集天文历法与数学研究于一身。”他说道。

“除此之外，他还非常善于动手，对各种机械都有研究。他设计了铜质机件传动的指南车，让它‘圆转不穷’。他制作了利用水力推动的石磨，皇帝亲自视察观看：‘于乐游苑造水碓磨，武帝亲自临视。’”

“有发明家的特质。”

“不仅如此，祖冲之还非常多才多艺。他的音乐才华出众，非常精通钟律之道，当时无人能与之媲美。

“冲之解钟律博塞，当时独绝，莫能对者”。——《南史·祖冲之传》

“这么多才多艺，我都开始嫉妒了。”

“祖冲之还是一个文艺青年，写了志怪类小说《述异记》，这要是放在现在，说不定是拥有众多粉丝的文艺明星。”我说道。

“可是我没有听说过祖冲之的《述异记》和《缀术》。”

“很遗憾，这些著作都失传了。祖冲之去世之时，西罗马帝国也刚刚覆灭，很多经典古籍失传了，从此欧洲就渐渐进入了中世纪。但是到了中世纪后期，那些古希腊古罗马的古籍又渐渐被发掘出来，形成了文艺复兴的燎原之势，可以说没有这些古籍，就不可能产生文艺复兴，人类不知还要在黑暗中多摸索多少年。如果中国的许多古籍没有失传或者后来失而复得，那对后世的影响也是无法估量的。”我说道。

“可是，这些过去的历史已经无法再改变了。”

“是的，我们还是回到祖冲之测量冬至时刻来吧。祖冲之发明的这个方法一直被后人使用，当时他使用的测量影长的工具是所谓的**圭表**。”



图 3-5　“表”是垂直立于地面上的一根杆子，而“圭”则是一条在杆子脚下向北延伸的石板，上面标注有刻度。当太阳从正南照射到杆子时，影子刚好落到正北方向的石板的刻度上，直接可以读取影子的长度。改进后的圭表，顶端有横梁

“嗯。”

⊙ 冬日影子模糊带来的困扰

“到了元代，郭守敬继续改进了测量的圭表，让它的精度又进一步提高。”我说道。

“那郭守敬是如何改进圭表的测量的呢？”他问道。

“郭守敬建造了一座很高的观测台，高度是杆子的 5 倍，这样影子更长，在绝对误差不变的情况下，相对误差理论上可以减少 5 倍。”

“可是”，他说道，“我觉得冬天测量影长有一个很严重的问题：影子的边缘比较模糊，测量影长时不容易读数，容易产生误差。”

“你怎么想起问这个问题呢？”

“我拍摄过一些冬天的照片，阳光照在树上投下斑驳的影子，而影子的边缘很模糊。”

“你观察得很仔细，分析得也在理。”



图 3-6　冬日影子边缘变得模糊，给测量影长带来误差

“那要怎样提高表影的清晰度呢？”

“郭守敬也发明了一种新的辅助观测装置——景符。”

“哦？景符是什么东西？”

“简单说就是一块中间有小孔的铜板，倾斜地放置在圭的石板上，可以沿着圭移动。”

“就这么一个简单的装置？为什么要用到它？”

“既然影子变得模糊，郭守敬就要用其他方式来让光线汇聚从而减小影子变淡所产生的误差。如何让光线汇聚呢？郭守敬想到了墨子时代就有的**小孔成像**原理。”

“嗯，有创意！具体怎么做呢？”他问道。

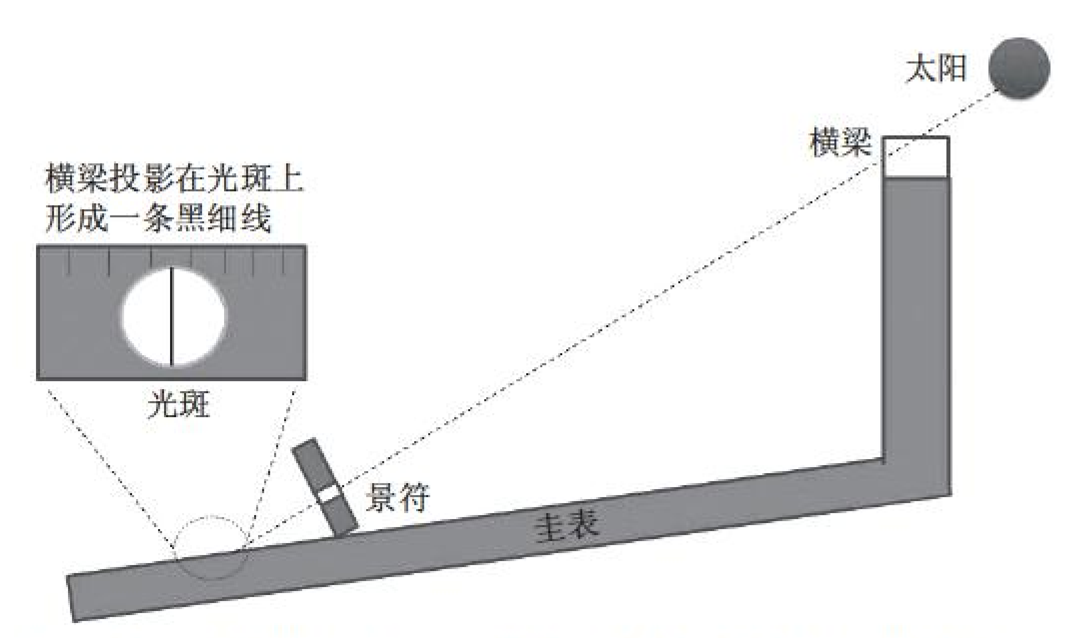


图 3-7 改进圭表：用景符的小孔成像生成的光斑来改善影子边缘模糊的问题

⊙ 细如发丝的影子

“如果让阳光垂直照射一个有小孔的铜板，那么阳光穿过小孔在地上形成一个非常明亮的**米粒大小的光斑**。”我说道。

“嗯，是这样的。”他说道。

“接着，郭守敬又**在观测台的顶端水平支起一根很细的横梁**。当太阳、横梁和小孔呈一条直线，横梁的影子刚好投射到圭表水平面上的光斑上。”

“光斑中心就多了一条黑色的细线影子？”

“对，这条黑色印记细如发丝、非常清晰！”

“原来如此，这样他就解决了影子边缘模糊的问题。”

“对，只要记录下这条印记在圭表上的位置，就是精确的影长。”

附《元史・天文志》：“景符之制，以铜叶，博二寸，加长博之二，中穿一窍，若针芥然，以润方为趺，一端设为机轴，可令开阖，稽其一端，使其势斜倚，北高南下，往来迁就于虚梁之中。窍达日光，仅如米许，隐然见横梁于其中。旧法一表端测晷，所得者日体上边之景。今以横梁取之，实得中景，不容有毫末之差。至元十六年己卯夏至晷景，四月十九日乙未景一丈二尺三寸六分九厘五毫。至元十六年己卯冬至晷景，十月二十四日戊戌景七丈六尺七寸四分。”

“这可真是一种精巧的装置。”

“你知道吗？高处的横梁还有一个特别的作用。”

“什么作用？”

“能够解决重影的问题。”

“重影？是什么意思？”

“你走到客厅的吊灯下面，就会发现灯下的影子有好几个重叠在一起，原因是吊灯上有好几个灯泡。”

“哦，我明白了，这会导致影子模糊，测量影长不准。”

“对，郭守敬设计的横梁就能解决这一问题。”

“是吗？怎么解决的？”

“我们知道太阳在天空中并不是一个圆点，而是一个圆盘，它是有一定面积的。你可以把这个发光的大圆盘想象成是由成百上千个小灯泡密密麻麻地排列在一起组成的。”

“就像有很多个灯泡的吊灯？”

“对。如果用普通杆子测量，杆子的顶端是一个很窄的横断面，圭表上的影子其实是太阳的发光面的上边缘留下的影子，而不是太阳的中心点留下的影子。”

“哦，是呀，如果我藏在餐桌下面，偷偷抬头看吊灯，首先看到的是吊灯的边缘。”

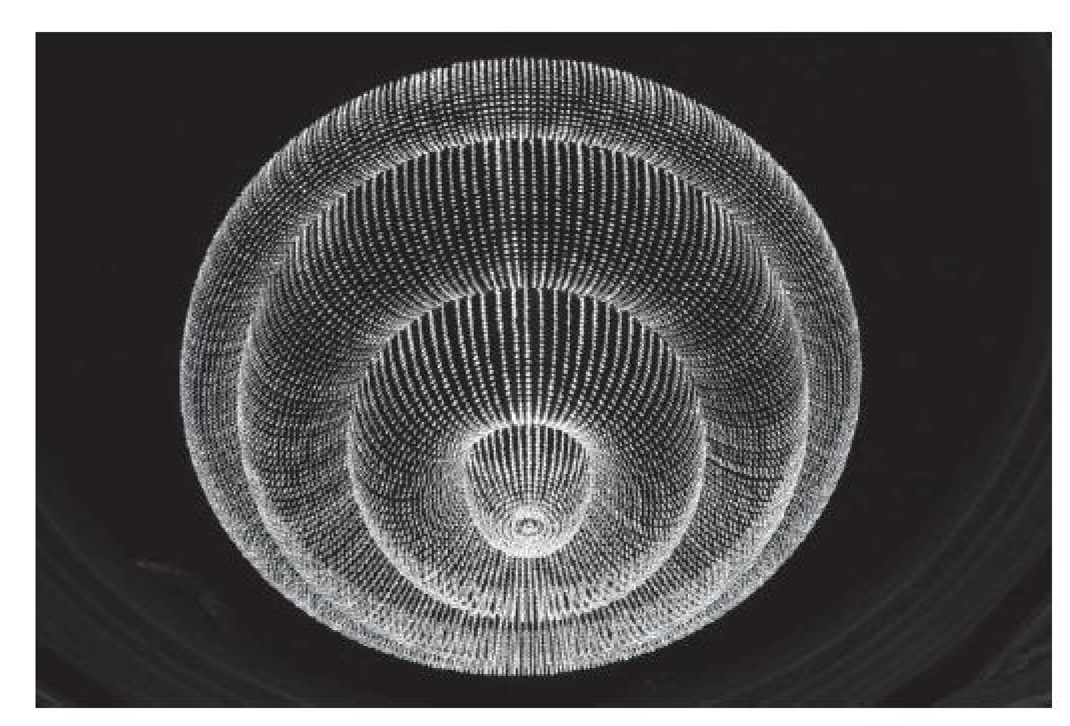


图 3-8　把太阳比作一台大吊灯，由很多发光点组成

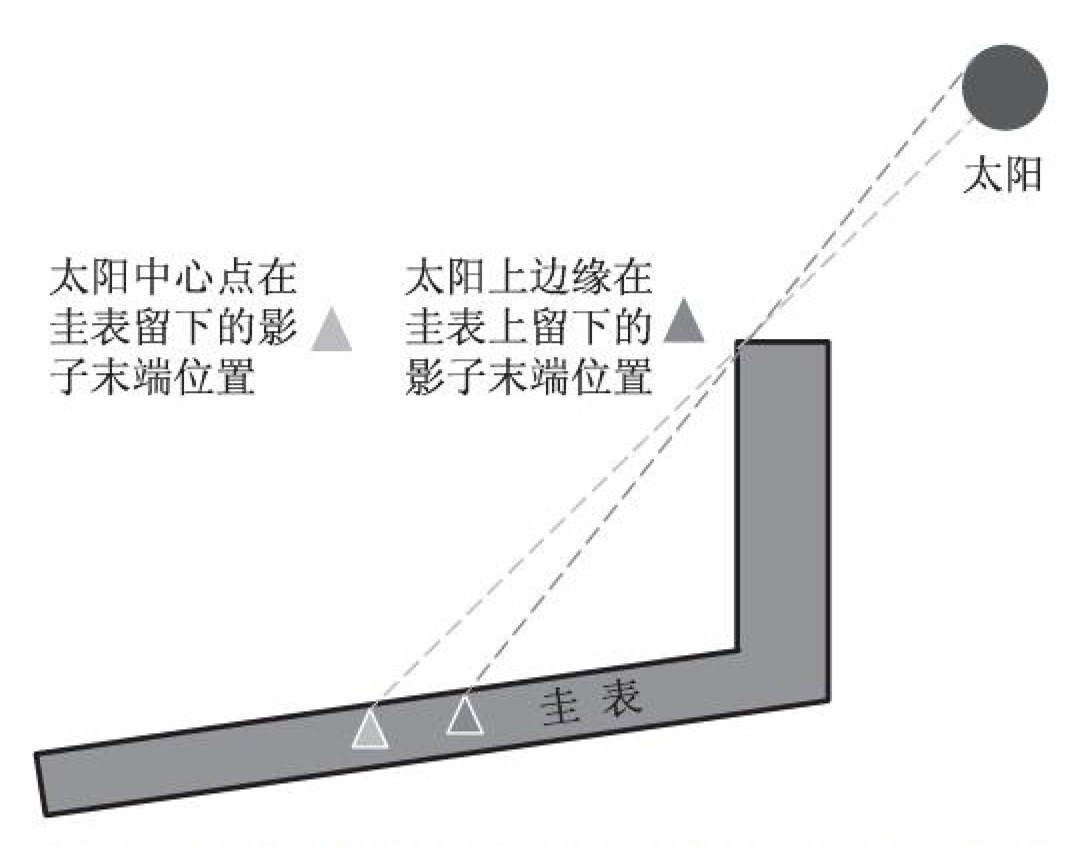


图 3-9　太阳在天空中并不是一个圆点，而是一个圆盘。圭表上的影子其实是太阳的发光面的上边缘留下的影子，而不是太阳的中心点留下的影子，这会产生误差。采用横梁加上景符可以大大减小这个误差

“对，这会产生误差。而横梁可以很好地解决这个问题。”

“愿闻其详。”他说道。

“太阳照在观测台上的横梁，它的影子穿过景符的小孔投射到圭表表面的光斑中央。这个影子刚好是太阳的中心点的光线在横梁上留下的，而不是太阳的边缘的光线留下的样子。”

“哦，这想法真妙！”

“所以，郭守敬的方法不仅减小了影子变淡带来的误差，而且还使测量结果变得不受日光重影的影响。”

“明白了。”

“让我们回到祖冲之。他通过测量相邻两年的冬至时刻，相减就可以得到一整年的长度。为了提高精度，他测量前后几十年间的冬至时刻，然后用二者相减并除以间隔的年数，来得到更加准确的一年的长度。”

“嗯，这样有助于降低一年测量的误差。”

⊙ 地球的震颤

“除此之外，祖冲之走得更远。他还考虑了一种不寻常的天文现象对冬至日时刻的影响。这种现象不是祖冲之第一个发现的，但却是由祖冲之第一个应用到历法上的。”

“什么现象呢？”他问道

“**岁差**。”我说道

“岁差是怎么回事？”

“你知道，地球本来是绕着自身南北极的轴做自转运动的。如果自转轴永远恒定不动，那么北极的方向就永远指向北极星不变。”

“嗯，是的。”

“你一定见过天文爱好者拍摄的星轨图，他们需要固定相机拍摄几个小时，通常都是群星绕着一个中心点旋转。”

“嗯，现在有的手机也有拍摄星轨的功能了。”他说道。

“你还记得《论语·为政》里有一句话吗？孔夫子用北极星来比喻当政者。”

“子曰：为政以德，譬如北辰，居其所而众星共之。”

“什么意思呢？”

“就是说当政者应以德为纲，因为德是亘古不变的真理，就好像北极星一样，永远指向正北，而群星则以北极星为中心绕着它旋转，‘德’就是那颗北极星。”

“明白了。可这跟岁差有什么关系呢？”



图 3-10　星轨图：由于地球自转，看起来所有恒星都绕着北极轴旋转

“请先回答一个问题：北极星是永远固定地指向正北方吗？”

“当然，自古以来就是如此。”

“这只是个大概情况，真实情况却不是这样。”

“不会吧？！难道北极星的位置也在变动中？”

“随着观察数据的积累，人们调研了几百年乃至上千年前的观测记录后发现，北极星指示的方向在慢慢移动，虽然非常缓慢，但并非固定不变。”

“这是怎么回事？”

“从现代人的角度解释，这是因为地球的自转轴本身并不是固定不变的，而是在轻微地摆动，像一个陀螺并不是固定角度旋转，而是一边旋转一边轻微地小角度摆动。”

“啊，是吗？！不可思议！连孔夫子认为永恒不动的北极星都在变动之中。”

“对，从现代人的角度看，地球的北极轴并不是总是指向同一个天空中的恒星位置，而是绕着一个地方画圈。”

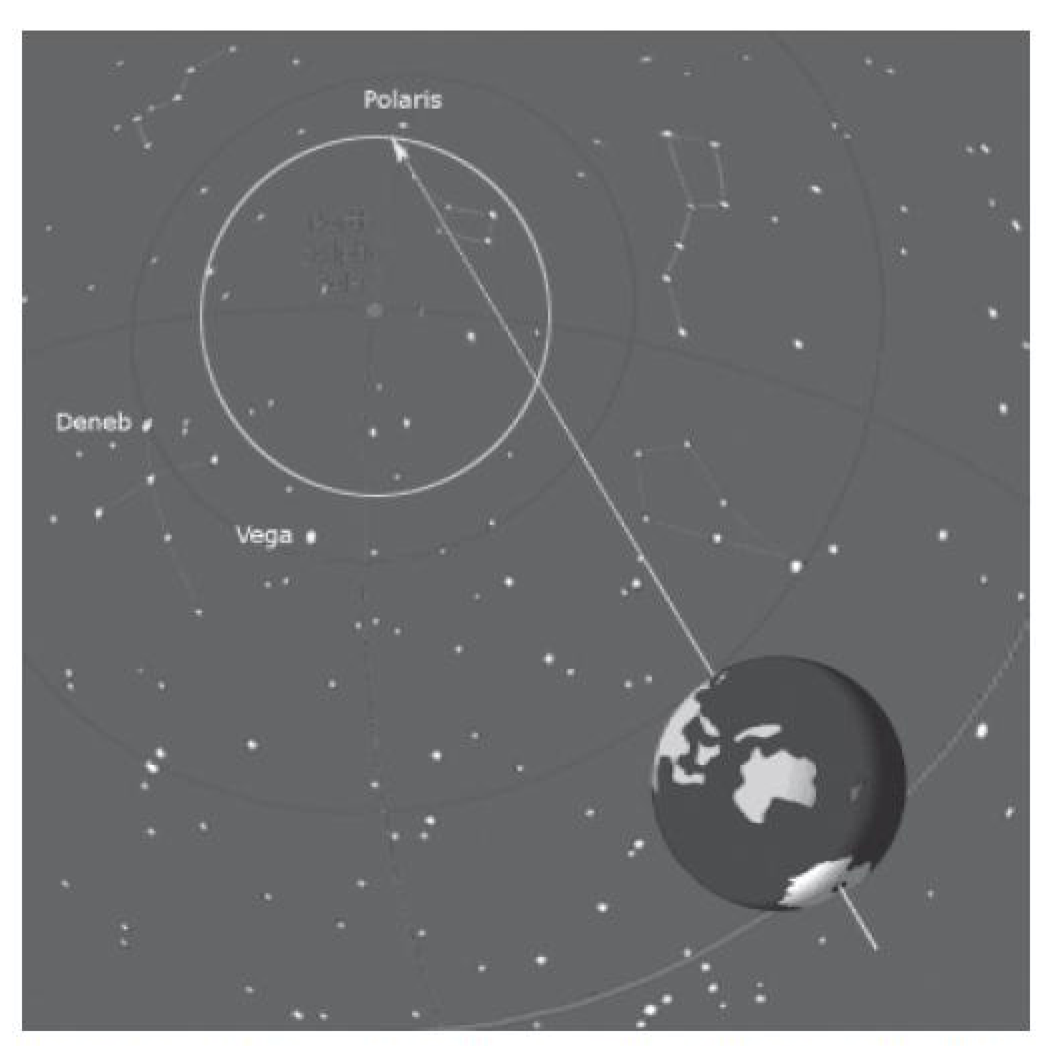


图 3-11　岁差，又称进动，地球极像陀螺仪那样缓慢摆动，回归一次需要约 26000 年

“画一个圈要多久呢？”他问道。

“要 26000 年！”

“是什么力量拖曳着地球晃来晃去呢？”

“原因很复杂，现代科学争论了几百年，哥白尼和牛顿都提出了自己的解释，

仍然没有定论。有人认为是由于地球受到其他行星和月亮引力的摄动作用。”

“这会给天文历法带来什么麻烦呢？”

“这样，地球每次到冬至时刻时，并不是刚好回到上次冬至日时刻的位置，而是有个小小的偏差。这个偏差引起了每年冬至日时刻测量的偏差，日积月累就变得明显了，这就是**岁差**。”

“这个岁差是谁发现的？”

“世界上第一个发现岁差的是古希腊的天文学家喜恰帕斯。4 世纪时东晋天文学家虞喜也独立发现了岁差，他发现冬至点每五十年后退一度。”

《宋史·律历志》记载：虞喜云：“尧时冬至日短星昴，今二千七百余年，乃东壁中，则知**每岁渐差**之所至。”

“后来有没有人把岁差应用到历法上？”

“没有。虽然虞喜和后来的何承天测算到了岁差，但是并没有把岁差应用到历法推算里。祖冲之测得的岁差值是每 45 年 11 个月后退一度，虽然这个数值与现今的观测值有较大的误差，但祖冲之注意到‘**今令冬至所在岁岁微差**’，并且第一个把它应用到了历法上。”

⊙ 精益求精：质疑 19 年 7 闰

“这是祖冲之对历法的最大贡献吗？”他问道

“祖冲之对历法最大的改革是他重新计算了闰周，**把 19 年 7 闰改为 391 年 144 闰**。”我说道。

“以旧法一章，十九岁有七闰，闰数为多，经二百年辄差一日。节闰既移，则应改法，历纪屡迁，实由此条。今改章法三百九十一年有一百四十四闰，令却合周、汉，则将来永用，无复差动。”(《全齐文·卷十六》)

“为什么祖冲之要改变 19 年 7 闰？我们以前计算得到的 19 年 7 闰还有很大的误差吗？”

“嗯，如果考虑几百年的长度，还是有一定误差的。祖冲之发现：如果 19 年 7 闰，闰数有些多，每过 200 多年，就比实际多出一天来。”

“误差从哪里来呢？”

“首先，7/19=0.368421，但这只是近似值，你同意吧？”

“同意。”

“现在，人们测量到的一个太阳年的准确长度是 365.2422 天，而一个月亮月是 29.5306 天，那么每年月球绕地球的圈数是 365.2422/29.5306=12.368262，它的小数部分是 0.368262。”

“哦，这和 0.368421 差了一点。”

“对，它们大约相差 0.000161，这样每年就相差就是 0.000161×29.5306=0.0047544 天。”

“不到 0.005 天，还不到 7 分钟！”

“可是我们换一个角度看一下，0.005 天就是 1/200。这样经过 200 年就多出来一天了！”我说道。

“哦，果然！这么微小的差别累积起来，误差也不容小觑呀！”他惊讶地说道。

“是啊，所以祖冲之说：**十九岁有七闰，闰数为多，经二百年辄差一日**。祖冲之改为 391 年 144 闰后，我们可以再算算误差

降低了多少。”

“好啊，我算算：144/391=0.368286，和实际值 0.368262 之间只相差 0.000024。”

“对，这样要 1400 多年后误差才会达到一天。”

“哇！一个朝代也没有 1400 年这么久！祖冲之真是一个追求完美的人！”他感叹道。

“还真让你说着了，祖冲之确实有很强的完美主义倾向。”

“为什么这么说呢？”

“比如祖冲之设定新历法所采用的一种完美假设，这种理想化的假设是如此诱人，以至于后世很多代学者都以此为历法的依据。”

“那该是什么样的完美假设才能令这位大科学家为之折服呢？”

“祖冲之在进行历法推算时，设定历法有一个**绝对完美的开始时刻**，比以前黄道吉日还要吉利的日子。”我说道。

“哇，不会是五星连珠吧！”

“还不止这些呢！祖冲之假设有一个甲子年的甲子日的子时，刚好是冬至。”

“哇，这么凑巧。”

“别急，还没结束，在这样一个极其特殊的初始时刻，日、月、地和五大行星交汇在一起，而且月亮近地点、黄白道交汇点也全部汇集到一处，形成了日月合璧、五星连珠的天文奇观。这就是所谓的‘上元’时刻。”

“这一时刻有什么特点呢？”

“从这个时刻开始，所有日月星辰都位于一条整齐的起跑线上。”

“祖冲之为什么要构造一个实际并不存在的特殊时刻呢？”

“我猜应该是便于历法推算。”

“这么特殊的时刻，可是万年不遇吧？”

“对，而且要把所有的这些特殊时刻考虑进去，祖冲之不得不采用异常大的上元积年数，使得历法的推算变得异常艰巨。”

“恐怕只有祖冲之这么聪明的脑袋才会去进行这么大规模的计算。”

“这种理想化、甚至神圣化的思想牢牢地占据了祖冲之的头脑，使他义无反顾地采用了这一历法计算方法，以至于后世仍有许多人效仿。”

⊙ 雏凤发新声

“祖冲之设计的新历法都有哪些亮点？”他问道。

“祖冲之在他写的《上大明历表》里说明了编写新历法的目的、依据。他说新的《大明历》既研究了古代的天象记录，又对当前的天象做了精心观察。”我说道。

“书契以降，二千余年，日月离会之征，星度疏密之验。加以亲量圭尺，躬察仪漏，目尽毫厘，心穷筹策，考课推移，又曲备其详矣。”

“嗯，实事求是。”



图 3-12　昆山亭林公园祖冲之像

“更重要的是，根据他的测算，发现了前面历法《元嘉历》已经很不准确。祖冲之发现冬至点有三度的误差，冬至时刻的误差甚至快到一天了，五星见伏时间有时差四十天！”

“日月所在，差觉三度，二至晷景，几失一日，五星见伏，至差四旬，留逆进退，或移两宿。分至失实，则节闰非正，宿度违天，则伺察无准。”

“哇，这么大的误差，所以改历势在必行？”

“对，非改不可了。”

“那皇帝同意改历了吗？”他问道。

“宋孝武帝让官员对这部历法进行讨论，但朝中官员大多不懂历法，只有皇上十分倚重的权臣戴法兴略通历法，但是他激烈反对新历法。”我说道。

“下之有司，使内外博议，时人少解历数，竟五异同之辩。唯太子旅中郎将戴法兴激烈反之。”

“哦，这对初出茅庐、年纪轻、资历浅的祖冲之可不是好消息！”

“是的，祖冲之的官阶要比戴法兴低很多，而朝中大臣多惧怕戴法兴。由于戴法兴的激烈反对，新历法的推行困难重重。”我说。

“可是，戴法兴为什么极力反对祖冲之的《大明历》呢？”

“戴法兴提出了六条原因，主要涉及岁差、闰周、冬至点、交点月等。”

“一下子就六条意见，不好对付啊！”

“祖冲之针对这六条一一反驳，并与戴法兴展开了长达两年的辩论。”

“马拉松式的辩论。”

“这场辩论非常精彩，双方你来我往，互有攻守，辩论过程详尽记录在《全齐书•第十六卷》的《辩戴法兴难新历》以及《宋书•历志》里。”

“辩论很激烈吗？”

“嗯，辩论并不是我们想象的一边倒向祖冲之。”

“为什么呢？”

“因为戴法兴也不是等闲之辈。试想，他敢于在群臣无人懂历法的情况下站出来反对新历法，那他也是对历法有所了解才能这样做。”

“那倒也是！”

“戴法兴也抓住了祖冲之新历法中不尽合理的地方予以批判，而祖冲之则对戴法兴的批判进行了有力的反驳，双方你来我往、互有攻守得失。”

“那这六个回合胜负如何呢？”

“今天时间不多了，我们先聊到这里吧。”

“好的，老师再见！”

“再见！”

3.3 不仅会算还会辩

一周以后，我和他又在食堂碰面了。

“上次我们说到，祖冲之提交了自己的历法给皇帝，希望能够颁布施行。”我说道。

“嗯。”

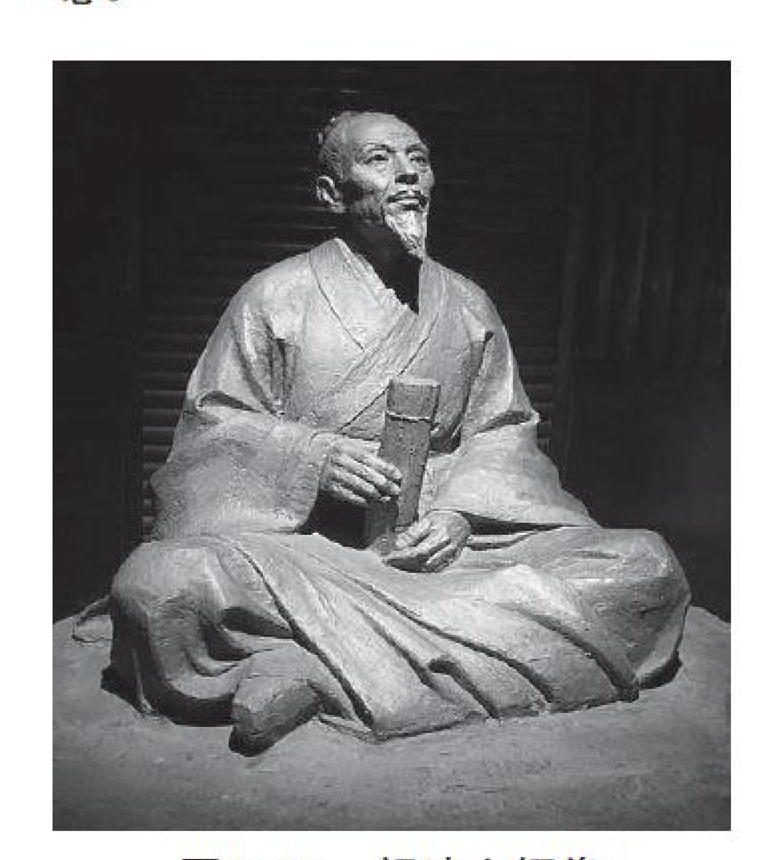


图 3-13　祖冲之铜像

⊙ 理念辩愈明

“宋孝武帝让官员对这部《大明历》进行讨论，但朝中重臣戴法兴强烈反对推行新历法”我说。

“戴法兴反对《大明历》的依据是什么呢？”他问道。

“主要有六条原因，涉及岁差、闰周、冬至点、交点月等。两人辩论了六个回合”。

“那这六个回合胜负如何呢？”他问道。

⊙ 岁差存在吗？

“**第一回合**：戴法兴抛出一个观点：冬至所在，万世不易，不承认存在岁差。他认为祖冲之不能背离古代的历法（古六历），刊古革今。”

“来者不善，一下子就提出两个尖锐的问题：冬至万世不易，和古六历不可背离修改。那祖冲之是如何反驳的呢？”

“针对冬至点万世不易，祖冲之反驳说，冬至点移动是不可否认的事实，历史上已经有记载，从春秋到汉朝，从晋朝到南北朝，冬至点一直在移动。

冬至点大约 100 年移动 2 度：‘百载差二度’，因此并不是万世不易。”

“它的变化有一定的规律可循？”他问道。

“是的。其次，祖冲之反驳了古代的六个历法不可改变的说法，因为古六历存在许多可疑之处，彼此矛盾，因为很多是托帝王的名称或者假借圣贤名称来神话它们的说法，并不可信，因此古六历并非神圣不可改变！而要真正验证历法的准确性，需要用日食月食来校验（月盈则食，必在日冲，以检日则宿度可辨，请据效以课疏密）”，祖冲之历数了元嘉十三年（436）、

十四年（437）、二十八年（451） 和大明三年（ 459） 四次太史注记的月食宿度值，并以月食冲法计之。这样精准的事实依据，让戴法兴的观点无立足之处。” 我说道。

“嗯，祖冲之没有被戴法兴吓到，反而提出了有力的反驳证据，第一回合祖冲之胜！第二回合呢？”

⊙ 十九年七闰合理吗？

“**第二回合**，戴法兴气势汹汹地指出，祖冲之改变十九年七闰的做法是‘削闰坏章’，尖锐地对祖冲之发难并且嘲讽祖冲之没有深思熟虑，妄自穿凿。”

“这一条很可怕，给祖冲之扣了一个‘削闰坏章’的大帽子！” 他说道。

“是的，这一条要是应对不好，祖冲之就背上了难以抹去的骂名。祖冲之谨慎地用数据一一反驳：‘以旧法一章，十九岁有七闰，闰数为多，经二百年辄差一日。’因此有必要重新改变闰周。祖冲之精确测定了一个回归年的长度 365.2428148 天，与今天的数值 365.2422 天只差万分之六天，因此提高闰周精度有理有据。祖冲之历数了之前的《四分历》和《元嘉历》的误差，指出十九年七闰已经有很大误差。”

“嗯，摆出了数据。”

“祖冲之进而论证自己为何如此坚定该闰周的原因是因为自己多年的亲自测量，如果测量结果符合预期，那么哪怕一千年以后的日子也可以精确地预测出来。而戴法兴虽然位高权重，给我戴一顶大帽子，但这只不过是‘浮辞虚贬’‘非我所惧’，请别枉费心机了。这时祖冲之看准机会，改防守为反击，质问戴法兴如果古历法那么好，永远符合规律，那您为什么不重新启用汉朝的《四分历》呢？这一反驳，让戴法兴陷入了‘以己之矛，攻己之盾’的尴尬境地，铩羽而归。”

“从严密的防守到绝地反击，祖冲之的反驳真是步步为营，滴水不漏，并且很擅长心理战术。第二回合祖冲之完胜！”

⊙ 浑水摸鱼

“**第三回合**，戴法兴继续抓住冬至岁差问题不放，虚晃一枪，想在混乱中搅乱祖冲之的思路。他批评祖冲之追求虚幻之影，故意责问祖冲之。祖冲之岿然不动，思路缜密，从容地指出，您这条观点我刚才已经详细说过，可是您还不明白，您这是故意装糊涂，弄一些纷纷扰扰的困惑来迷惑人而已。”

“嗯，戴法兴这次偷袭也没能得逞。六回输了三回，再输一回，戴法兴就处于绝对下风了吧？” 他说道。

“可是戴法兴也不是等闲之辈。戴法兴提出一条观点，击中了祖冲之的软肋！”

“哪一条软肋呢？”

⊙ 完美中的繁杂

“**第四回合**，戴法兴使出了一个大招。还记得吧，我们刚刚说过，祖冲之有一种完美主义倾向，他把上元定为甲子年甲子日的冬至日子时，且此时日月合璧，五星连

珠。这让戴法兴嗅到了战机，于是向祖冲之发难。他认为祖冲之这样设置有故意之嫌。”

“这一条戴法兴说得有道理吗？”

“其实戴法兴的这种说法也有一定的可取之处，因为祖冲之的做法让计算变得异常复杂，而且并不必要。但是戴法兴求胜过于心切，反而漏洞频出，被祖冲之抓住把柄。例如，他说上元的选择方法可以根据图谶来定。而图谶则是巫师、方士编造的预示吉凶的预言、预兆，根本不足为信。所以戴法兴被祖冲之抓住机会反击。”

“祖冲之是如何反击的？”

“祖冲之驳斥图谶之说非常荒谬。这一回合，双方各有攻守，但戴法兴在上元问题上略胜一筹。”

“现在祖冲之三胜一负。”

⊙ 迟疾之率，非出神怪，有形可检，有数可推

“**第五回合**，戴法兴认为行星的运转迟缓非凡人可以预测。又认为岁星就是木星，木星的运行周期刚好是 12 年。同时他还抓着上一个上元计算问题不放，认为前人用多历元法。而祖冲之改历违天，是为了满足一己之私愿。这时候戴法兴紧紧抓着祖冲之上元计算的小辫子，并且拿出了前人的例子反驳祖冲之，认为前人的方法更简易，祖冲之输了一筹。但是戴法兴刚刚有点胜利，就开始说大话，这次又被祖冲之抓住，打了一个措手不及。”

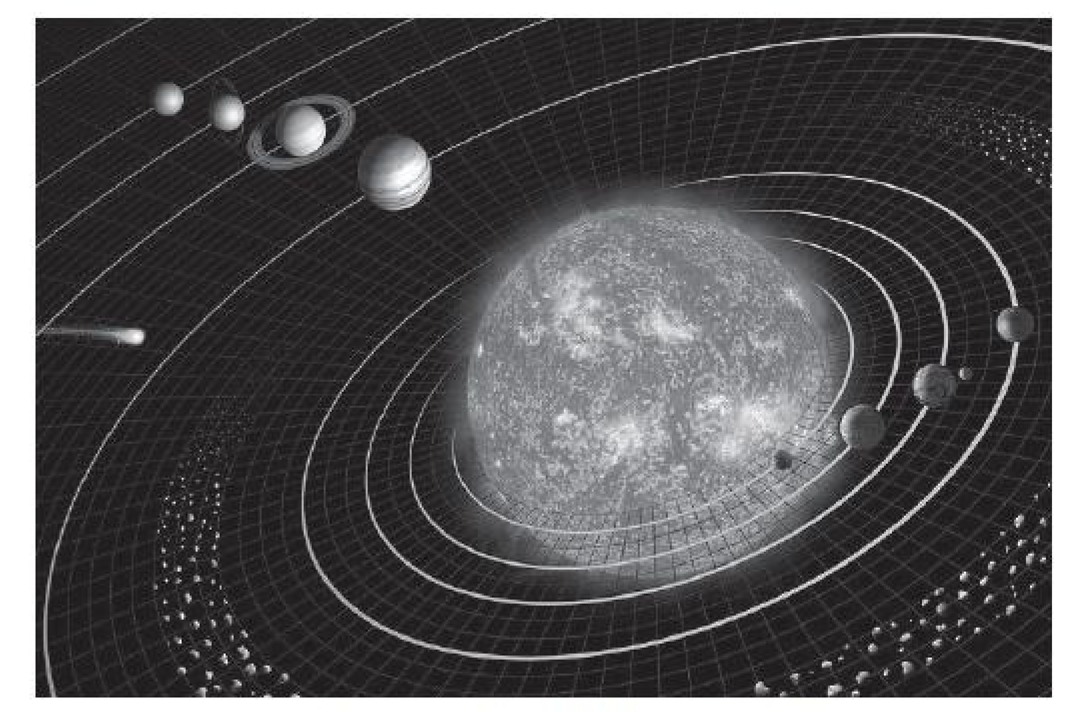


图 3-14　太阳系行星艺术图

“为什么呢？”

“因为戴法兴认为星体的运行迟疾，凡夫俗子根本无法预测。古人曾经想做出预测，还不是白费功夫。祖冲之见机会来了，大举反击。”

“祖冲之是如何反击的？”

“他说：刘、贾等人能阐述星体的运行，说明他们有规律可循，我们只要继续努力让计算更加严密，完全可以推算出运行的规律，因为这些都是有形可检、有数可推。最后，戴法兴坚持认为木星周期是 12 年，没有超辰。祖冲之根据天文观测予以反驳，实际上木星的周期是 11.86 年，并不是 12 年。祖冲之总结说：‘夫甄耀测象者，必料分析度，考往验来，准以实见，据以经史。’这一回合，双方各有胜负，因此算平局。”

“真是惊险，要想完全驳倒对方也没那么容易！现在祖冲之三胜一负一平，那最后一回合呢？”

⊙ 月亮的轨迹

“**第六回合**，戴法兴认为近点月和交点月‘日数宜同’，不应当区分，否则‘当缩反盈，应损更益’。这一点戴法兴就完全错了。现在我们知道这是两个完全不同的概念。近点月是月亮连续两次经过地球近地点的时间间隔，27.5546 日。而交月点是月亮两次经过白道对黄道升交点的时间间隔，一般是 27.212220 天。由于月球椭圆轨道的轻微进动，前者比后者略长几个小时，并不完全相等。这一回合，祖冲之胜。”

“好，最后统计一下，祖冲之四胜一平一负。那新历法的讨论结果如何呢？”

⊙ 千回百转

“当时戴法兴权重一时，群臣都畏惧他的权势，纷纷附议。只有大臣巢尚之认可祖冲之的新历法，为之据理力争。当时皇上喜欢新奇事物，准备采用祖冲之的《大明历》，但是可惜还没来得及颁布就驾崩了。之后改历的事情就搁置起来了。”

“再后来呢？”他问到。

“后来祖冲之的儿子**祖暅之**进一步研究了《大明历》，并且从 504 年起三次向南朝梁武帝推荐《大明历》，经过实际检测发现确实比《元嘉历》精准，于是从天监九年 510 年，正式实施《大明历》。这时祖冲之已经离世十多年了。”



图 3-15　祖冲之纪念币

“真遗憾，要是没有戴法兴的阻挠，祖冲之在有生之年就可以看到《大明历》的颁布实行了。”

“是的。其实还有许多遗憾的地方，祖冲之的许多著作后来都遗失了，包括著名的数学著作《缀术》，它曾经被列为唐朝的官学教材。流传下来的只有寥寥几篇，包括他和戴法兴论战的《驳议》。这场辩论由于影响深远，被写入了《宋书》和《全齐书》。从这个意义上说，如果没有这场辩论，我们对祖冲之的了解就更少了。比如我们之前提到的测量冬至时刻的方法，就记录在祖冲之为了与戴法兴辩论而写的《驳议》里。”

“嗯，塞翁失马，焉知非福。”

⊙ 没有质疑，前进将失去动力

“也许戴法兴的反对激起了祖冲之的斗志。虽然戴法兴以势压人，但毕竟给了祖冲之辩论的机会，从这个意义上说他还是有容人之心的。伊夫林·比阿特丽斯·霍尔（Evelyn Beatrice Hall）在《伏尔泰的朋友们》(1906) 中说过，‘我不同意你的意见，但我以死捍卫你说话的权利’。愈辩真理才能愈明。愈辩，才能激发出更多的灵感

和火花。”

“那祖冲之除了留下《大明历》，给我们的精神留下了什么财富呢？”他问道。

“祖冲之给我们留下了‘**不虚推古人**’的精神。对于戴法兴的责难，祖冲之‘**愿闻显据，以核理实**’。他坚信，不应该‘信古而疑今’。他历数了古六历的可疑之处，彼此矛盾，从而得出了古人之法也可以改变的结论。既然古人可能有错，就需要‘撰正众谬论’。这是一种科学态度，更是一种勇气！”

“这种态度和勇气也是今天做科学所必须的吗？”

“我想一定是的。例如，著名物理学家、诺贝尔奖获得者加州理工大学教授**理查德·费曼**曾经在《科学的价值》这篇文章里写道：**要准许我们提出问题，表示怀疑。**”

“嗯，有道理。”

⊙ 从“无知”到“自知无知”

“理查德·费曼还说：**人们发现，为了前进，我们必须知道我们的无知，并且给怀疑留有余地，这一点至关重要。为了进入到未知之中，必须进行怀疑和讨论。**”

“说的不错，可是我有个问题，既然我们现在的科学已经这么发达了，还需要怀疑现代科学所产生的成果吗？”

“是的，仍非常有必要，而且意识到这一点更重要！费曼认为‘**我们是在人类的初始时代**’，科学也在不断地发展和自我纠正中，现代科学也不是万物的终极定理，他说：‘如果我们不遇到艰难困惑，那是难以理解的。可是前面仍来日方长。我们的责任是为我之所能为，学我之所能学，改善解决的办法，并且向下传递。使将来的人有自由的双手，是我们的责任。在人类的急躁莽撞的幼年，我们会犯严重的错误，会长期阻碍我们的生长。在我们如此年幼、如此无知的今天，如果认为自己已经取得了答案，我们就会犯同样的错误。如果我们压制所有的讨论，所有的批评，而声称：朋友们，这就是答案。人类已经得救了！我们就注定要长期把人类捆绑在权威之下，禁锢于我们今天的想象的范围之中。在过去，我们何止几次重复过这样的情况！’”

“真的没有想到，这种允许和鼓励怀疑的精神和祖冲之提出的‘**不虚推古人**’，对于古人的错误应该‘撰正众谬论’的思想完全一致。”

“是的。一个优秀的科学家留给我们的不仅仅是一些定律、公式，而是一种精神，甚至是一种哲学思想。”

“什么样的哲学思想呢？”

“**自知无知**。”

“也就是说，科学家或者人类唯一知道的就是自己的一无所知？”他问道。

“是的。这也说明我们必须时时怀着谦虚的精神来做事。T.S. Eliot 艾略特（1948 年诺贝尔文学奖获得者）曾写过一首诗：

欲知道你所不知的，
需经由一无所知之路。
欲拥有你所没有的，

需经由一无所有之路。
欲达到你所不在之地，
需经由己所不在之路。
而你所知者，
是你的一无所知。
而你所有者，
是你的一无所有。
而你所在者，
是你的不在之地。”

“写得真好，我很喜欢‘而你所知者，是你的一无所知’，没想到文学家写的诗也这么有哲理。”

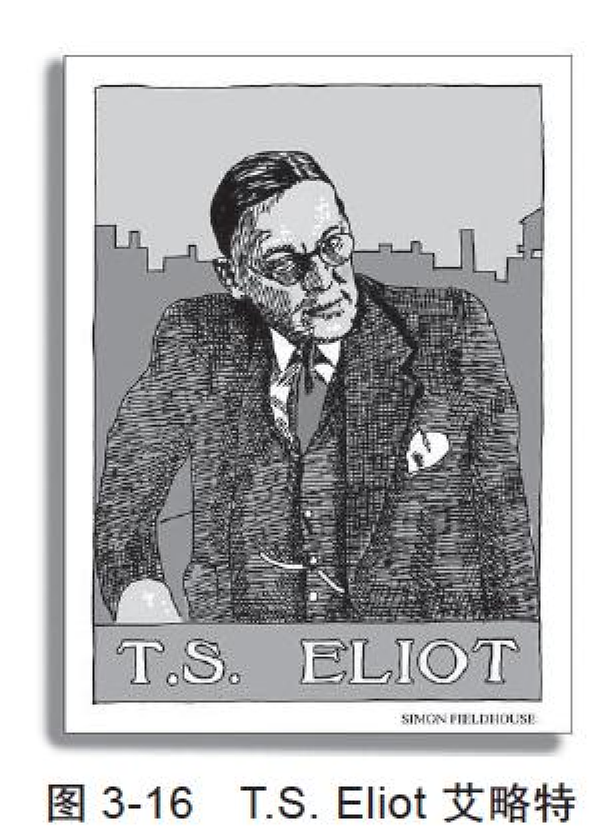


图 3-16　T.S. Eliot 艾略特

“今天我们就聊到这里吧。”

“好的，老师再见！”

3.4 一张 A4 纸引发的神秘数字

一周以后，我和他在食堂又碰面了。落座后，他大口吸了一口可乐说：

“上次谈论完**祖冲之**后，我觉得他非常神秘、甚至不可思议！”

“哦，为什么这么说呢？”我问道。

“因为一个人的精力是有限的，祖冲之再有能力，怎么可能把天文、数学、音乐以及机械的研究都集于一身并作出贡献呢？”

⊙ 数学基础

“这倒是个不错的疑问，让我先想想再回答，好吗？对了，你最近功课忙吗？”我转而问道。

“功课挺多的，这学期的基础课主要是高等数学，像微积分、级数展开等都是全新的概念，理解起来很吃力。我很困惑我们为什么要学这么抽象复杂的概念，除了能解题，还有其他用处吗？”

“嗯，是的，我当初也有这种体会。不过一旦过了这个坎，你就会发现它们在物理、化学、经济学、甚至神经科学里大有用武之地，有了这种新的工具，以前很难解的问题突然轻而易举地解决了！”

“可是我现在还没有这种感觉，也许您说的是对的。不过我同意数学是很多学科的基础，即便是中学数学知识，将来应该也很有用。”

“对，要不然祖冲之也无法根据相似三角形来推算冬至时刻了！”

“那有没有可能，祖冲之正是因为有了数学基础，所以才在其他领域也有所突破呢？”

“嗯，数学和其他学科有很多相通之处，甚至在某些方面有着千丝万缕的**联系**。”

“哦？是吗？比如说？”他急切地问道。

“比如我们以前讨论的闰月的问题，其实是用两个整数 12 和 13 去近似一个无理数 12.3684…在祖冲之以前普遍采用的是 19 年 7 闰，可是祖冲之发现那样做误差有些大，固然这需要精确的天文观测来证明，但是如果要提出一个更加精确的置闰方式，就需要有坚实的数学基础和高超的数学技巧了。”

“祖冲之研究的农历置闰，那公历里的闰年设置也与数学有着紧密的联系吗？”

“既然都是历法，无论公历还是农历，本质上都是一致的，就是让一种计算历法和观测到天文现象相吻合，所以理论上都可以用一种神奇的数学式子来表示。”我说道。

“有这么神奇吗？”

“是的。在祖冲之那个时代还没有这个数学式子，直到 16 世纪高斯在研究最大

公约数问题时顺带发现了这个数学式子，从此人们就发现它是如此神奇，**可以用来解释公历、农历，预测日食、月食、火星大冲等各种天文现象。还可以近似求解方程，用整数去精确地逼近像圆周率或者黄金分割点这样的无理数。**”

“这个数学式子叫什么呢？”

“它被称为**连分数**。”我说道。

“我没听过。”

⊙ 撕一张 A4 纸

“很正常，现在的数学教材里很少提到这个概念，可是它的应用实际上非常广泛。我给你演示一下吧。”

“好啊！”

“你有一张 A4 纸吗？”我问道。

“当然有。”（他从书包里取出一张 A4 纸）

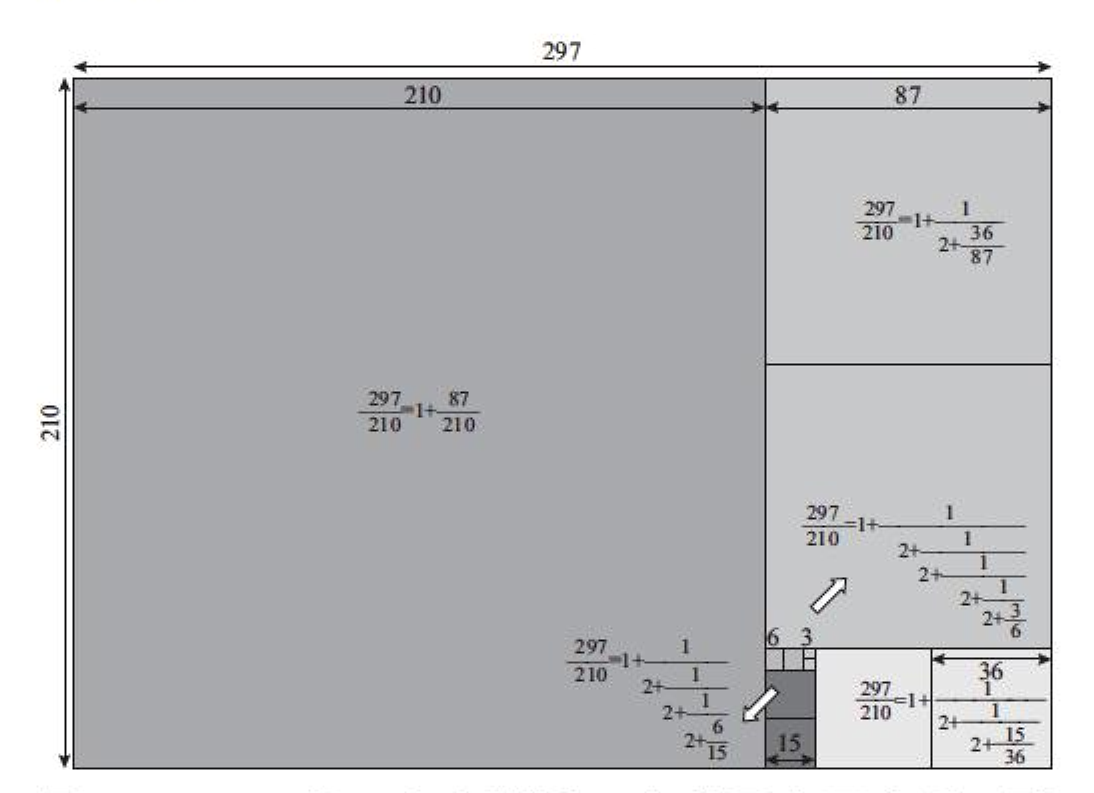


图 3-17　A4 纸：每次撕掉一个或两个正方形，刚好把 A4 纸撕完

“好，我们来做一个小的折纸试验”。我把 A4 纸放在桌面上。

“首先，以 A4 纸的短边为边长，做出一个正方形，把这个正方形撕下来。

剩下的长方形，可以折出两个正方形，也撕掉。

剩下的长方形，又可以折出两个正方形，都撕掉。

类似的，又折出两个正方形，撕掉。

类似的，又折出两个正方形，撕掉。

最后剩下的长方形，刚好是两个正方形，一分为二，一点不剩。”

“有点意思。可是为什么是这样呢？”

“你看出一些规律没有，除了第一个正方形外，总是折叠出两个正方形，撕掉。我们现在研究一下为什么这样。你记得 A4 纸的大小吗？”

“记得，是 297mm×210mm。”

“对。那我们回顾一下刚才的折叠过程，这次加上数值的计算。

第一次折出的正方形长宽是 210×210，撕掉后，剩下一个 87×210 的长方形。

再折出两个 87×87 的正方形，撕掉，剩下一个 87×36 的长方形；

再折出两个 36×36 的正方形，撕掉，剩下一个 36×15 的长方形；

再折出两个 15×15 的正方形，撕掉，剩下一个 15×6 的长方形；

再折出两个 6×6 的正方形，撕掉，剩下一个 3×6 的长方形；

这刚好是两个 3×3 的正方形，直接对半撕掉后就什么都不剩了。”

“可是这和连分数有什么关系呢？”他问。

“这刚好就是 297/210 的连分数展开。**现在我们把这个过程重新用分数表示一遍，你就明白什么是连分数了。**

⊙ A4 纸里的 2

一开始，A4 纸张是 297mm×210mm，长宽比可以表示为分数：

$$\frac{297}{210}=1+\frac{87}{210}$$

撕掉正方形，相当于不考虑整数 1，只考虑分数 87/210。把分子和分母换位，变成了 210/87：

$$\frac{297}{210}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{210}{87}}$$

折出两个正方形，相当于 210/87=2+36/87，所以有：

$$\frac{297}{210}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{36}{87}}$$

撕掉两个正方形，剩下分数 36/87，分子分母倒换变成 87/36，

$$\frac{297}{210}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cfrac{87}{36}}}$$

类似地，折出两个正方形，87/36=2+15/36，去掉整数，分式翻转，变成 36/15=2+6/15。折出两个正方形，翻转，变成 15/6=2+3/6，

$$\frac{297}{210}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{3}{6}}}}}$$

最后一步 6/3=2+0。整除，余数是 0，什么也没剩下，刚刚好，没有任何浪费。

把整个式子连起来就是：

$$\frac{297}{210}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}}$$

“这么多 2！”他说道。

“如果我们不是一下子直接算出 297/210，而是逐渐地用前几个分数去逼近，看看会发生什么。

一开始，只有一个分式：

$$1+\frac{1}{2}=1.5$$

然后是两个分式：

$$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}=1.4$$

之后是三个分式：

$$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}=\frac{17}{12}=1.416667$$

接下来是四个分式：

$$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}=\frac{41}{29}=1.413793$$

最后是：

$$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}}=\frac{99}{70}=\frac{297}{210}=1.4142857$$

“看出来了，越来越接近 $\sqrt{2}$ 的真实值 1.41421⋯” 他说道。

“对了，如果直接用 297 除以 210，看能得到什么，

$$\frac{297}{210}=1.41428571428$$

“真神奇！这数非常接近 $\sqrt{2}$ 的真实值。不过这也容易理解，随着撕掉的纸越来越多，剩下的纸越来越小，最后就越来越趋近于一张完整纸的比例 297/210 了。” 他说道。

“回头看看连分数展开，每一个分子都是 1，所以真正有意义的是整数部分和分母，所以可以把连分数简写成 [1; 2, 2, 2, 2, 2]。分号前的是整数，分号后的分数的分母。”我补充道。

⊙ 保持长宽比与减少浪费

“好的。可是我还是不明白怎么这么巧？**为什么 A4 纸大小和 $\sqrt{2}$ 有这么紧密的关联？**”他问道。

“好，那我们从最简单的开始，你知道 A4 纸的尺寸是怎么定义的吗？”我说道。

“是 A3 的一半，而 A3 又是更大的 A2 的一半，而 A2 又是 A1 的一半，A1 是 A0 的一半。”

“对。国际标准在定义纸张大小时有两个重要的考虑，一是纸张的价格与纸张的面积成正比。”

“嗯。另一个考虑呢？”

“第二个考虑更重要：**每次把一张纸切割为更小的两张纸时，要保证纸张的长宽比不发生改变。**”

“为什么这么考虑呢？”

“比如你编辑了一份文档，用 A4 纸打印出来的格式很符合你的要求，可是如果你想把两页的内容打印在一张 A4 纸上，也就是每页纸内容占据一张 A5 的大小，因为长宽比没有变，所以看起来和 A4 纸上打印的长宽格式一样，只是字体等比例变小而已。”

“如果没有这个要求，打印出来的文档长宽格式就要出问题了吗？”

“是的，比如某张纸的比例是 11:10，等分后就变成了两张 5.5:10 的纸张，比例改变后，图片就变形了！”

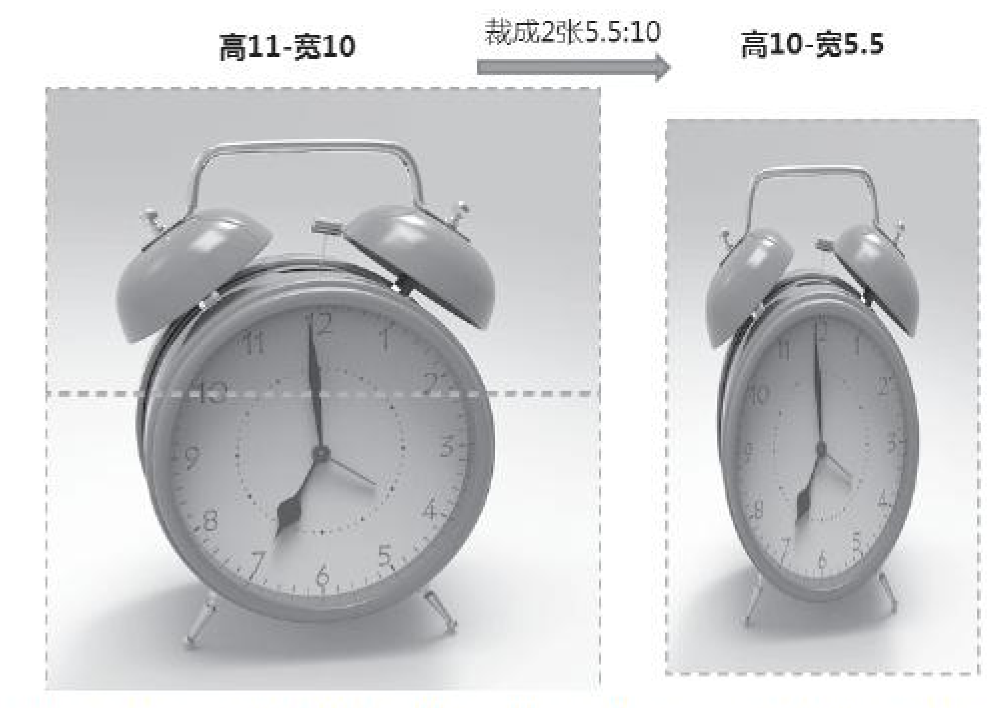


图 3-18　如果纸张切割成两份而不保持长宽比，打印出来的图像会变形

“嗯，看来长边和短边的比例不是随便选的。”

“现在，我们算一下什么样的比例才让每次分割都保持相同的比例。如果分割前长边和短边的比例是 a/b，那么沿着长边 a 分割成两半后，就有了两张 $b:a/2$ 的纸，要想保持比例不变，就需要：

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{a/2},\Rightarrow a^2=2b^2,\Rightarrow a:b=\sqrt{2}$$

“原来如此！只要保证最大的 A0 纸的长边是短边的 $\sqrt{2}$ 倍，这样分割下去，所有

的纸张类型都是同样的比例不变！而且这样不会浪费，是吗？”他问道。

“是的！如果不是这样的比例，那么每次切割如果还想保持原来的比例，就要多裁一些纸张，造成浪费了。”



图 3-19　如果每次裁剪不保持比例，那么要想图像不变形，就要多裁一些纸张，造成浪费了



图 3-20　如果纸张宽长比是 $\sqrt{2}$，裁成两张后比例仍是 $\sqrt{2}$，图像不会变形，而且不会浪费

⊙ 根号 2 里的 2

“明白了。可是**为什么 A4 的大小是 297/210 而不是别的呢？**”他问道

“这要从 A0 谈起。如果纸张厚度相同，那么纸张的价格取决于面积，而 A0 纸的面积规定是 1 平方米，而长和宽比例仍保持 $\sqrt{2}$。经过一个简单计算就知道长和宽应该分别等于 1189 毫米和 841 毫米。”我说道。

“A1 如何计算呢？”

“A1 刚好是 A0 的一半，也就是说 A0 的短边 841 就是 A1 的长边，所以用 841 除以 $\sqrt{2}$ 就得到 A1 纸的短边长度 594，继续除以 $\sqrt{2}$ 得到 A2 纸的短边 420，继续除以 $\sqrt{2}$ 得到 A3 纸的短边 297，再除一次就得到了 A4 纸的短边 210 毫米了。而 A4 的长宽之比值也是 $\sqrt{2}$。”我说道。

“可是 $\sqrt{2}$ 的十进制小数好像没有任何规律可言！”

$\sqrt{2}$ 的前 200 位小数：1.41421 35623 73095 04880 16887 24209 69807 85696 71875 3769480731 76679 73799 07324 78462 10703 88503 87534 32764 1572735013 84623 09122 97024 92483 60558 50737 21264 41214 9709993583 14132 22665 92750 55927 55799 95050 11527 82060 57147……

“那我们把 $\sqrt{2}$ 做连分数展开就会看到隐藏在数字背后的秘密。”

$$\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}}$$

“$\sqrt{2}$ 的连分数展开式真漂亮！而且前 6 位和 297/210 的连分数展开完全一样，都是 [1; 2, 2, 2, 2, 2]。”

“你的眼力不错！一些看起来没有规律的数字，换一个角度去看，立刻就有了规律，这就是数学的魔力！$\sqrt{2}$ 的前几位的渐进分数与 297/210 完全一样。99/70 其实就等于 297/210，所以 297/210 之比是 $\sqrt{2}$ 的一个非常接近的近似！” 我说道。

$$\frac{1}{1},\frac{3}{2},\frac{7}{5},\frac{17}{12},\frac{41}{29},\frac{58}{41},\frac{99}{70}\cdots$$

“那连分数能解释闰年吗？”他问道。

“当然可以，甚至你还会有新的发现。不过今天没有时间了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”

3.5 连分数：串起闰年、圆周率和黄金分割率

一周过后，我们在食堂又见面了。

⊙ 猜数游戏

“我们先做个游戏轻松一下吧。”我对他说。

“好啊，什么游戏？”

“你有计算器吗？”

“当然有。”他从书包里拿出一台计算器。

“你随便想两个3位整数，不要告诉我，将它们相除，保留8～10位小数，把结果告诉我，我能猜出你最开始想的那两个整数分别是多少。”我说道。

“是吗？这么神奇！我试试。”他说道。

“这两个整数越随机越好，最好是不能整除的两个数。”

“好，来了，0.52971311 。”他说出了一长串数字。

“我能借你的手机上一下网吗？”他把手机递给我，我按了几下，很快有了结果。“我猜你刚才按下的数值是517和976。”

“哇！猜对了！再来一个，0.20849934。”他来了兴致。

“应该是157和753 ！”

“哇！又猜对了。老师你是怎么猜的？”

“很简单，还是用连分数。我去了一个在线计算连分数的网站，只要输入你给我的小数，它就自动帮我算出所有的渐进分数，比如最后一次你给我的0.20849934，展开后是：[0; 4, 1, 3, 1, 9, 1, 1, 1, 439, 11, 1, 1, 1, 1, 2] 。”

“可是你怎么知道在哪个数字截止呢？”

“在这个数列里开始是一些很小的数字，突然来了一个很大的数439，这个数的倒数很小，就说明此后连分数应该变化不大，连分数的精度一下子提高了很多，足够接近真实的数值了，那么就截取到439之前，也就是157/753。因为我限定是100～999的数字，所以最接近的就是157/753了。”

表3-2　连分数展开分式与对应的近似值

连分数分母	渐进连分数	近似值
4	1/4	0.25
1	1/5	0.2
3	4/19	0.21052631578947367
1	5/24	0.20833333333333334
9	49/235	0.20851063829787234
1	54/259	0.2084942084942085
1	103/494	0.20850202429149797
1	157/753	0.20849933598937584
439	69026/331061	0.20849934000078535

“真有意思。我以后也可以去和别人玩这个游戏了。”他说道。

“不过这个游戏也有一些限制，就是给出的小数必须是没有什么规律的，如果给出的是 0.3333333，那我就没法猜了，因为有很多数都满足这个结果，例如，100/300，150/450。所以要求别人随便给出数值，越随机越好，越没规律越好，那样成功的概率越大。”

“嗯，好的，谢谢老师的提示。”

⊙ 与祖冲之不谋而合

“其实任意一个小数，或者是两个数的比值，都可以想办法用连分数展开。”

他想了想问道：**“祖冲之把 19 年 7 闰改为 391 年 144 闰，能不能用连分数来解释呢？”**

“哦，你还是对祖冲之念念不忘。好，我们试试看。我们把回归年长度和朔望月长度的比值进行连分数展开，得到两个整数的比值。我们之前提过，祖冲之测量到的太阳回归年是 365.2428148 天，他测量到的朔望月是 29.5305915 天，所以两者的比值为：365.2428148 / 29.5305915 = 12.3682864450127877。它的小数部分用 7/19 来近似有一定误差，祖冲之于是提出了更精确的闰周 144/391。我们接下来验证一下祖冲之的改进有没有道理！”

“好，非常期待！”

“首先，我们用刚才的网站在线把这个小数展开为连分数，得到：[0;2,1,2,1,1,20,23680969972]，也就是：

$$0.3682864450127877=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{20+\cfrac{1}{23680969972}}}}}}}$$

“如果逐项依次展开，就得到了这个小数的渐进连分数：

$$\frac{1}{2}\to\frac{1}{3}\to\frac{3}{8}\to\frac{4}{11}\to\frac{7}{19}$$

“随着展开分数的增加，3 年 1 闰变成 8 年 3 闰，一直到 19 年 7 闰，这些小数的值逐渐趋近真实值 0.368……”（0.5 → 0.33333 → 0.375 → 0.363636 → 0.36842），误差逐渐减少（0.1317 → 0.03495 → 0.00671 → 0.00465 → 0.0001346）。

“祖冲之以前普遍所采纳的 19 年 7 闰，精度达到了万分之一。那接下来的展开式是多少呢？”

“只需在连分数分母继续增加一个 1/20，就等于……”我一边说，一边写出来：

$$a_6=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{20}}}}}}=\frac{144}{391}=0.36828644501278773\cdots$$

“刚好是 144/391！我们和祖冲之不谋而合！难道是巧合吗？”他叫道。

“这不是巧合，而是不同方法精确计算后的必然结果。不过，144/391 的误差只有十亿亿分之三（小数点后 16 个 0），这非常令人惊奇，它的精度比 7/19 的万分之一提高了四千亿倍！”

“哇，真是巨大的飞跃！祖冲之也知道用连分数展开吗？”

“这个我们很难猜到，因为没有流传下祖冲之具体的推算方法，他也有可能采用了其他方法。”

“那把这个连分数继续展开呢？” 他问道。

“接下来，连分数的分母里就遇到了一个很大的数：23680969972，它的倒数非常小，对真实值的影响也微乎其微，这说明 144/391 已经非常接近实际数值了，我们可以就此停下了。”

⊙ 连分数与公历闰年

“连分数的用处真多。除了计算闰月，连分数在天文方面还有很多用途吧？哪些和我们相关呢？”

“现在世界上通用的公历的前身是《儒略历》，颁布于公元 45 年。这部历法把一年定为 365.25 天，也就是 4 年 1 闰，但是这个和实际的 365.2421991 天还有一定误差！”

“嗯。”

“到了 1582 年，《儒略历》比实际已经差了 10 天。教皇颁布了新的历法《格里历》。新历法规定一年为 365.2425 天，更接近实际值。根据新的《格里历》，1582 年 10 月 15 日星期五对应于《儒略历》1582 年 10 月 4 日星期四。采用新的《格里历》的国家被迫跳过了 10 天，也就是说有 10 天被直接删除了。这引起了工人的暴乱，因为 10 月份老板只发 20 天的工资，而工人们坚持 10 月份一定要发一整月的工资。”我说道。

“虽然《格里历》的 365.2425 天比《儒略历》更接近实际的天数，但是它的闰年设置比 4 年 1 闰更复杂了吧！”

“我们把 0.2425 做连分数展开，发现刚好等于 400 年 97 闰，而且 400 年是整数，便于记忆、方便使用。”

$$\frac{1}{4}(0.25) \to \frac{8}{33}(0.242424) \to \frac{97}{400}(0.2425)$$

“那400年里究竟哪几年设置为闰年呢？”

“我们一步一步来。首先真实值比 0.25 略小，比 0.24 略大，但更接近 0.24。所以我们先在 100 年里设置 24 个闰年，这相当于每 4 年 1 闰或 100 年 25 闰，但是到了第 100 年的时候不闰，所以是 24 闰。”

“接下来呢？”

“这样，400 年应该闰了 24×4=96 次，比 97 次还少 1 闰。这样，到了第 400 年，还是再加 1 闰。总结一下就是：4 年 1 闰，100 年不闰，400 年闰一次。”我说道。

“所以 2000 年 2 月 29 日出生的人，本来他 / 她出生的那一天应该是 3 月 1 日的，但由于 400 年 1 闰，所以他 / 她只好每 4 年过一次生日了！”他说道。

“对。400 年 97 闰，97/400=0.2425。虽然它和真实的 0.2421991 之间的误差很小了，可是仍有一些误差。”

“这些误差积累多久才能积累到一天呢？”他问道。

“这个很容易估算，一年真实是 365.242199 天，而《格里历》是 365.2425 天，那么每年差了 0.000301 天。那么要

1/0.000301=3322 年后误差才积累到一天，这已经相当小了。”

“那 3322 年以后该怎么办呢？”

“这个问题，就留给子孙后代去考虑吧。那时候的科技水平已经很发达，一定能够找到一个合适的解决方法。”我说道。

⊙ 连分数与火星大冲

“连分数还有什么用处？”

“你听说过火星大冲吗？” 我问道。

“听说过，每隔若干年，火星距离地球相对比较近，看起来很明亮，不过是多久我不记得了。这也可以用连分数来预测？”

“对。”



图 3-21　火星与地球距离很近时称为“火星大冲”

“我猜一猜，这应该和火星公转周期和地球的公转周期的比值有关吧？”

“你说的没错。”

“火星的公转周期是多久呢？我查一下。”他说道，“火星的周期是 686.971 天，那么和地球周期相比得到一个分数：687.971/365.2422=1.8809。”

“好，做连分数展开得到一系列渐进分数：2/1（2），15/8（1.875），32/17（1.88235），47/25（1.88），79/42（1.88095）。根据 15/8，地球转 15 周约等于火星转 8 周，但是这个比值比较粗糙。如果到 79/42 就非常接近实际值了，所以可以认为每隔 79 年就又会在相同的位置发生一次火星大冲。”

⊙ 连分数与圆周率

“祖冲之最重要的数学研究成果圆周率，也能用连分数表示出来吗？”他问道。

“我们试试看，先把 π=3.1415926535…做连分数展开：

$$\pi_1 = 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3.1428571\cdots$$

$$\pi_2 = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15}} = \frac{333}{106} = 3.151409434\cdots$$

$$\pi_3 = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1}}} = \frac{355}{113} = 3.1415929\cdots$$

“嗯，随着连分数的展开，后面的分数越来越接近 3.14159265 了。”他说道。

“祖冲之得出了 π 的两个近似分数表示，其中的疏率就是 22/7，而密率就是 355/113。而且密率非常好记，就是把 113355 从中间截断，变成 113 和 355 分别作为分子和分母。它的误差达到了 10 的负 7 次方级别。”

“那再往后展开呢？”

“接下来突然来了一个很大的数 292，它的倒数很小，意味着它对连分数的精度影响很小，我们就认为连分数的精度突然

提高了很多。事实上，292 这个数字让渐进连分数的误差一下子降低了 3 个数量级！”

$$\pi_4=3+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{15+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{292}}}}=\frac{103993}{33102}=3.1415926530\cdots$$

“π 真是一个奇妙的数字。”

“如果把连分数的定义变宽，不要求分子一定是 1，那么 π 的连分数就有很多漂亮的展开形式：”

$$\pi=\cfrac{4}{1+\cfrac{1^2}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\cdots}}}}}}=\cfrac{4}{1+\cfrac{1^2}{3+\cfrac{2^2}{5+\cfrac{3^2}{7+\cfrac{4^2}{9+\cdots}}}}}=3+\cfrac{1^2}{6+\cfrac{3^2}{6+\cfrac{5^2}{6+\cfrac{7^2}{6+\cfrac{9^2}{6+\cdots}}}}}$$

“哇！突然又变得好美！连分数就像一台 3D 的 CT，能看到数字内部的构造。”他说道。

⊙ 黄金分割数

“那我们再用连分数试试其他数？说到美，其实还有一个更美的数。”他问道。

“是什么数呢？”他问道。

“你想想古希腊神庙上的比例，金字塔的比例……”我说道。



图 3-22　希腊神庙

“黄金分割 0.618 吗？”

“对。假定有一个长方形，宽是 1，长是 x（$x<1$），截掉一个边长 x 的正方形后，剩下的长方形的长和宽分别是 x 和（$1-x$），它与原来的长方形相似，即长宽比不变。”

$$\frac{1}{x}=\frac{x}{1-x}$$

“哦，我想起来了，如果在这个小长方形里再截去一个正方形，剩下的长方形仍和原长方形相似。以此类推，继续下去，可以无穷做下去，所得到的每一个长方形都和最初的长方形有同样的宽长比。”

“对，这种长方形具有的宽长比就是黄金分割数。”

“怎么计算黄金分割比呢？”

“有两种方法，第一种方法：直接求解上面提到的方程，得到 $x=(\sqrt{5}-1)/2=0.618$。

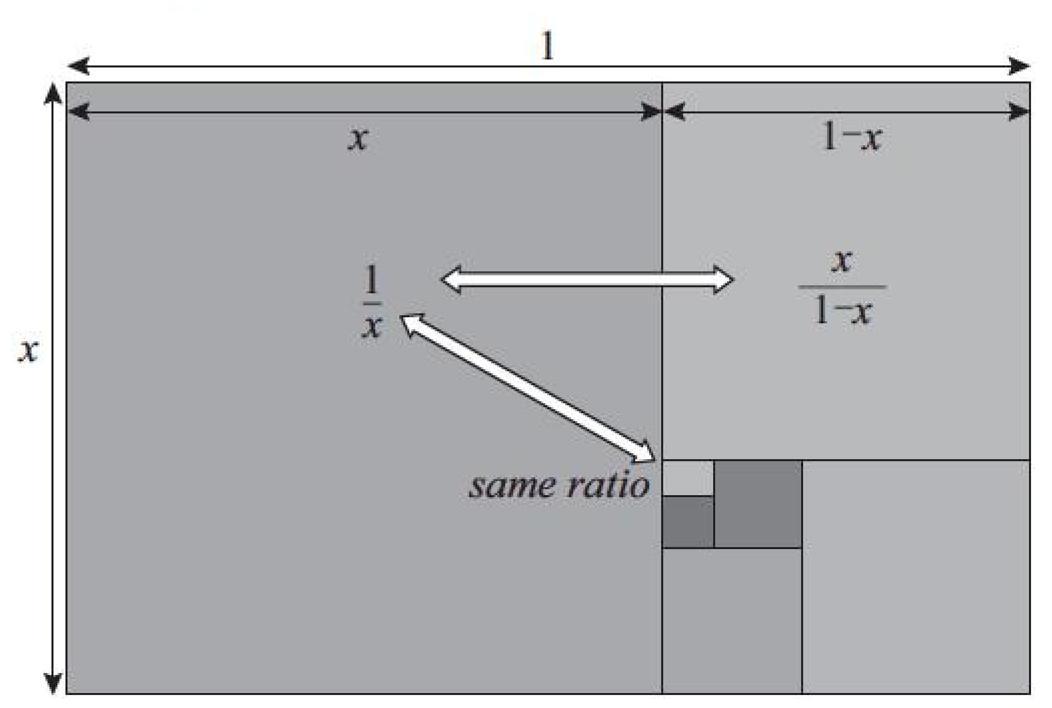


图 3-23　黄金分割意味着截掉一个正方形后比例不变

“第二种方法呢？”

“不是直接求解方程，而是逐渐迭代，例如，从刚才那个方程出发，我们可以得到：

$$x(x+1)=1$$

“然后就可以把 x 表示成 1 与 $1+x$ 的比值：

$$x=\frac{1}{1+x}$$

“但是 x 本身又继续可以表示成 1 与 $1+x$ 的比值，所以就把分式继续展开了，得到：

$$x=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+x}}$$

“继续替换下去，就得到 x 的连分数展开：

$$x=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}}$$”

“哇，这么漂亮的展开，所有的数都是 1，每增加一行就增加一个 1。”

“我们把连分数逐个截断，就有了一串近似分数。随着展开越来越多，连分数的数值越来越趋向于黄金分割点。”

$$\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{5},\frac{5}{8},\frac{8}{13},\frac{13}{21}\cdots$$

他拿出计算器，分别计算了每个分式的数值，发现它们等于 0.5, 0.666, 0.6, 0.625, 0.61538 和 0.61905，越来越趋近于 0.618。

“如果你观察一下这些分数的分子和分母，就会发现一个有趣的规律。”我说道。

⊙ 蜗牛壳上的数字

“我看看，”他盯着这一串数字看了一会说，“看出来了，一个近似分数的分母刚好是下一个截断近似分数的分子，比如 2/3 的分母 3 刚好是 3/5 的分子，3/5 的分母 5 刚好是 5/8 的分子，以此类推。”

“还有一些规律，你再找找。”

“哦？有什么提示吗？”

“这次只看分母。”我说道。

“1,2,3,5,8,13,21…哦！看出来了，任意相邻两个数之和刚好等于下一个数。”

1+2=3，2+3=5，3+5=8，5+8=13，8+13=21…

“对了，这就是斐波那契数列！”

“真有意思。”

“而且，你再看看所有分子组成的数列！”我说道。

“哦，一样的，也是斐波那契数列！”

“对。斐波那契数列隐藏在自然界许多动物和植物身上，比如海螺的螺旋形，花椰菜的图案，等等。”

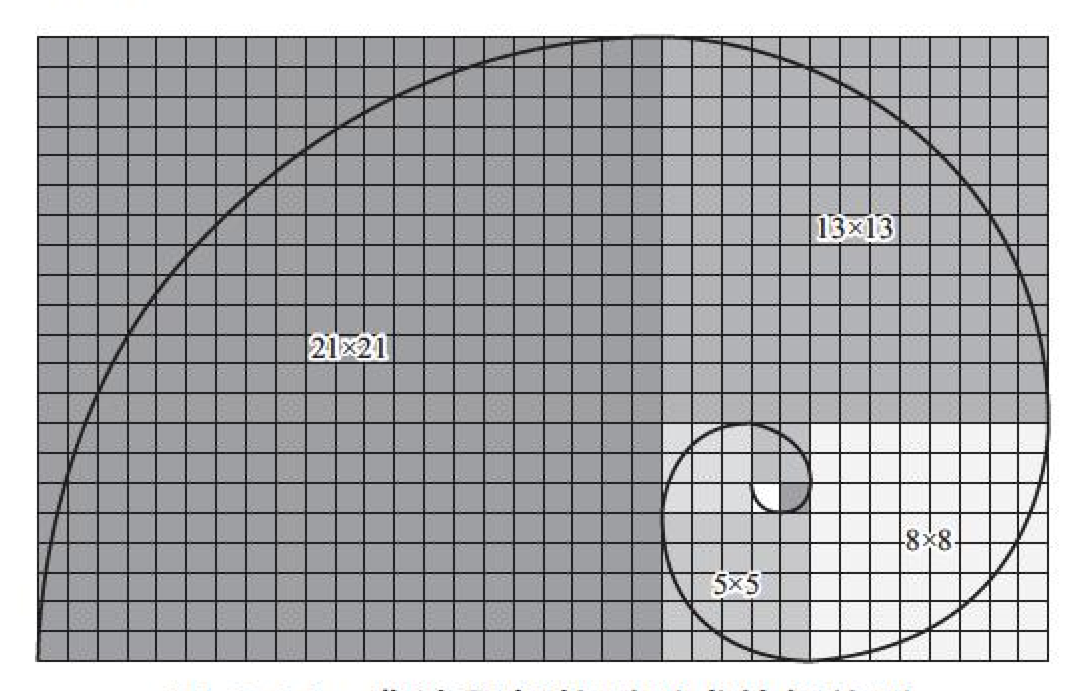


图 3-24　斐波那契数列形成的螺旋形

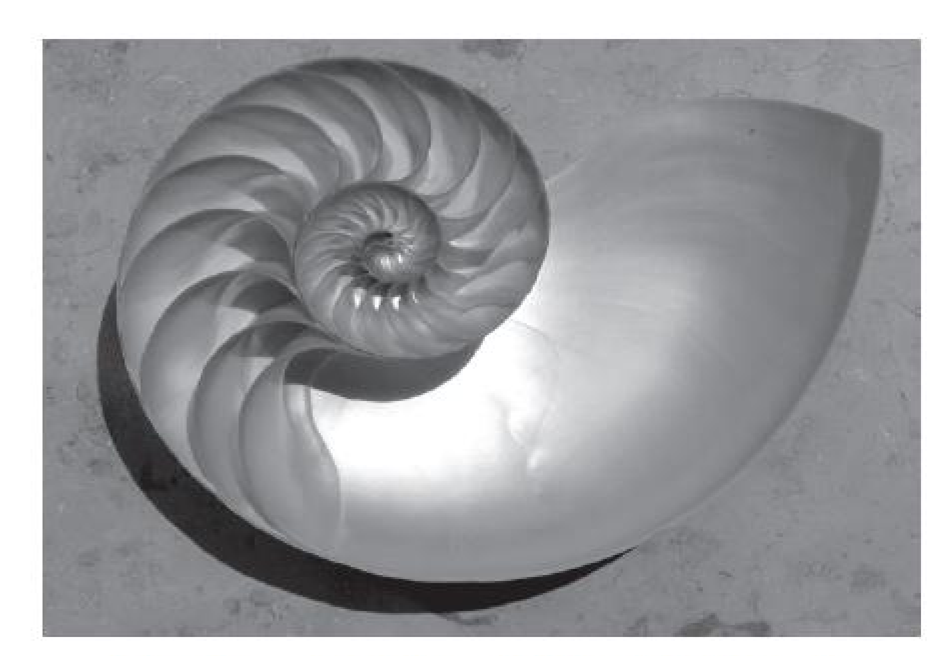


图 3-25 自然生物里的斐波那契螺旋

“今天，连分数大放光彩。” 他靠在椅背上长叹一声。

“嗯，最后我们再来一个花絮，看看自然对数 e 的连分数展开。”

“e 是无理数。”

“对，它的十进制前 200 位没有任何规律。”

e = 2. 71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 6999595749 66967 62772 40766 30353 54759 45713 82178 52516 6427427466 39193 20030 59921 81741 35966 29043 57290 03342 9526059563 07381 32328 62794 34907 63233 82988 07531 95251 01901……

“展开成连分数后呢？”

我把 e 的数值输入到连分数计算器里，发现了下面的结果：

$$e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{\cdots}}}}}}}}}}}}}}}$$

“漂亮！连分数就像一台三维 CT 扫描机，一个表面上看没有任何规律的数字放到连分数下面立刻呈现出内部构造之美！”他说道。

“今天我们先聊到这儿吧。”

“好的，老师再见！”


默冬章
岁星
太阳系模型
进动
本轮
连分数
月相变化
沙罗周期
月食
交点月

4.1 太阳系的家庭舞会

又到了每周固定的时间，我来到食堂，发现他已经坐在靠窗桌旁了。

“买到了吗？”

“买到了。”他从书包里拿出一个模型。模型中间是一个金属质地的大球，几个颜色、大小不同的小球环绕着大球，大球和小球位于同一高度，每个小球由一个金属杆支撑着。

上一次谈话结束时，我请他帮我买个齿轮控制的太阳系模型。

“你看，这些小球都可以转动。”他一边说，一边旋转一个金属杆，周围的小球同时绕着大球运动，越靠近中间的小球转得越快，越远的小球转得越慢，而中间大球不动。

“看到这颗蓝色的星球了吗？”我说。

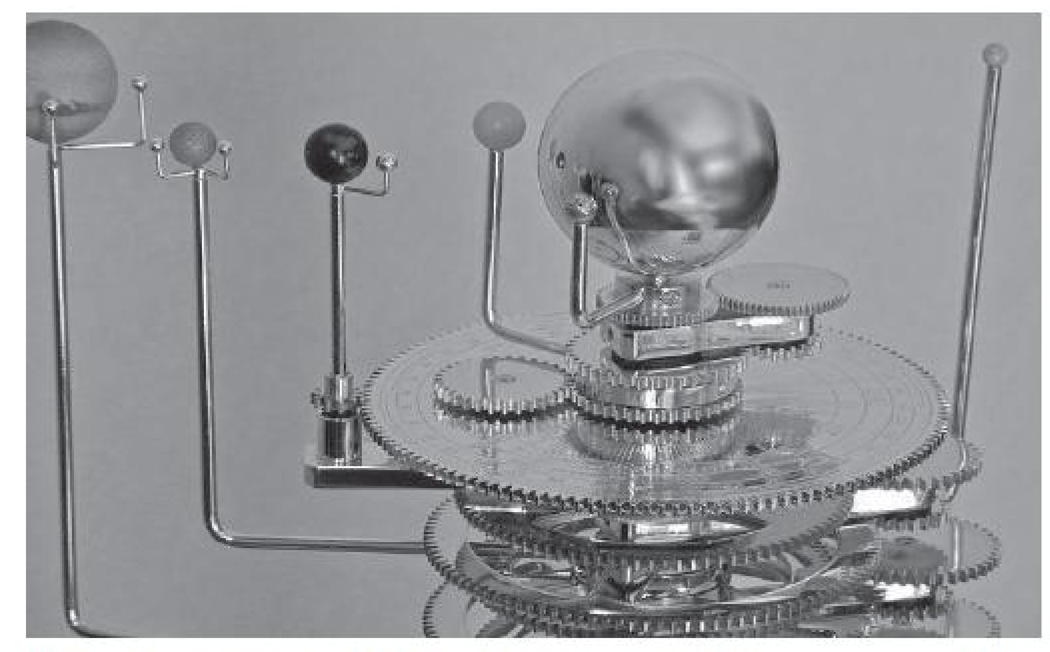


图 4-1　基于齿轮设计的太阳系模型：中间不动的太阳，周围是行星

“是地球，它旁边还有一个小球绕着地球旋转，肯定是月亮了！”他说道。

“对。你再看看其他的行星，它们转得比地球快还是慢？”

“嗯，里面这颗水星转得最快，地球转一圈，水星转了差不多 4 圈。金星也转得很快。这颗红色行星应该是火星，转得比地球慢一倍左右，外面的土星、木星转得就更慢了！”

“对。这就像太阳系的家庭舞会。最里面的两个小女儿水星和金星最调皮，她们打扮得光彩照人，时而露个鬼脸、时而蹿到幕后；英俊的红脸男孩火星快步跑着，梦想当一个能征善战的武士；老大木星则缓缓挪动着脚步，巡视着家里的每一个角落，时而停下来回头看看。”

“老师，怎么刚好设计得这么准呢？”他不解地问道。

“你猜猜看，提醒你一下”。我用手指了指。

“哦，这些齿轮！我一开始就注意到了。”

“每个齿都是三角形，相邻齿轮上的齿大小相等，所以可以紧密啮合在一起。当一个齿轮转动时，会带动相邻的齿轮转动。直径大的齿轮转一圈花的时间更久。”

“这有什么用呢？”

“齿轮数与公转的角速度成反比，或者说齿轮数与公转周期成正比。比如有一个齿轮有 40 个齿，另一个齿轮有 20 个齿，两个齿轮啮合在一起后，当 40 齿的齿轮转了一圈，20 齿的齿轮刚好转了两圈。”

“嗯，同意。”

⊙ 依然是连分数

“我们把地球公转一圈的一年作为参考，那么水星公转一圈是 87.97 天，也就是 0.2409 年，也就是说水星和地球的两个齿轮比应该是 0.2409。如果找到两个齿轮的齿数比值刚好是 0.2409，那么就可以模拟地球和水星的位置变化了。”

“可是两个齿轮的齿数只能是整数。”

“对，所以要用整数之比来近似小数，你知道怎么做了吧？”我问道。

“哈！这不就是连分数大显身手的时候吗？！”他兴奋地说道。

“对！水星的周期和地球的周期比值是 0.2409，约等于 1/4，但这样不太精确。我们还是做连分数展开，得到它的渐进分数是：

$$\frac{1}{4}=0.25$$

$$\frac{6}{25}=0.24$$

$$\frac{7}{29}\approx 0.241379$$

$$\frac{13}{54}\approx 0.240741$$

$$\frac{20}{83}\approx 0.240964$$

“例如，我们选择 13/54 的齿轮比，既不需要太多的齿轮数，精度也比较好。”我说道。

“那火星呢？”他问道。

“如果是火星，我们就要选择大于 1 的齿轮比了，因为火星的公转周期几乎是地球的 2 倍，确切地说是 1.8809 倍。记得吗？以前我们还用连分数展开计算过火星大冲。”

“嗯，我记得。没想到连分数还可以用来做太阳系模型。很早以前就有人这么做了吗？”

“是的，早在惠更斯的时代，就已经有了。你还记得惠更斯吧？”

“记得，他是 17 世纪荷兰的物理学家、天文学家、数学家，提出了著名的钟摆摆动周期的公式。”他说道。

“没错，可惠更斯的成就远不止于此。他还创立了光的波动说，提出了惠更斯原理。他和胡克共同测定了温度表的冰点和沸点，他还用自制的望远镜发现了土星的卫星和土星上的光环。”

“这么说，他那时就系统研究过太阳系的行星和它们的周期？”他问道。

“对。惠更斯想做一个以太阳为中心的太阳系的机械模型来演示各个行星的运动，那时日心说已经被接受，所以他把太阳放在中心不动，其他行星用齿轮驱动旋转，就和我手头这个差不多。比如土星，那时测量到的土星公转周期是 29.43 年，他需要制作两个齿轮，齿轮数分别是 P 和 Q，让 P/Q 近似等于 29.43。如何确定 P 和 Q 这两个整数的数值呢？既然 P/Q 这个数值

比较大，为了让 P 不至于太大以至于很难去制作齿轮，所以要尽量找比较小的 P 和 Q 的数值。把 29.43 做连分数展开后可以得到：[29; 2, 3, 14]，也就是：

$$29.43 \approx 29 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{14}}}$$

它的渐进分数是：

$$\frac{59}{2}, \frac{206}{7}, \frac{2943}{100}$$

“可以看出如果用 206 和 7，刚好得到一个很精确的数值来近似模拟土星和地球公转周期。” 我说道。

他看了一眼巨大的木星说：“那木星这个大家伙呢？它的周期是多少？我来摆弄一下。”他转动模型，发现木星转一圈，地球大约转了 12 圈。

“对，木星的周期是将近 12 年，确切地说是 11.86 年，在古代人们曾以为木星的周期刚好是12年，所以又把木星称为岁星。”

“为什么叫岁星呢？”

“12年在中国是一个非常特殊的数字，它正好是一个地支的循环，你出生时木星位于轨道上的某一点，当木星再次回到这一点时，就是你的本命年了。”

“有意思，那也就是说地球转了将近 12 圈，木星才转 1 圈。” 他说道。

“对，你看这和我们机械钟表的分针和时针很相似，是不是？分针转得比时针快 12 倍。如果把分针的末端比作地球，而时针的末端比作木星，那么分针转 12 圈，时针刚好转过 1 圈！”

⊙ 为什么不是每个十五都会发生月食?

“那这个太阳系模型能演示日食和月食吗？” 他问道。

“不能，这个模型太简单了。”我说道。

“我记得，日食和月食只可能发生在朔日（初一）和望日（十五），是吗？”

“是的，只有初一和十五、十六地球、月球和太阳才有可能在一条线上，形成日食或月食，所以两次日食（月食）的间隔一定是整数倍个朔望月。这是形成日食月食的必要条件，但还不是充分条件，因为不是每个初一和十五三者都刚好在一条线上。”

“为什么三者不总是处在一条直线上呢？”

我指了指太阳系模型说：“地球的公转平面和月球的公转平面并不重合，而是有一个夹角。这个角度大约是 5.3 度。”

“这么小的角度会对日食和月食产生这么大的影响？”

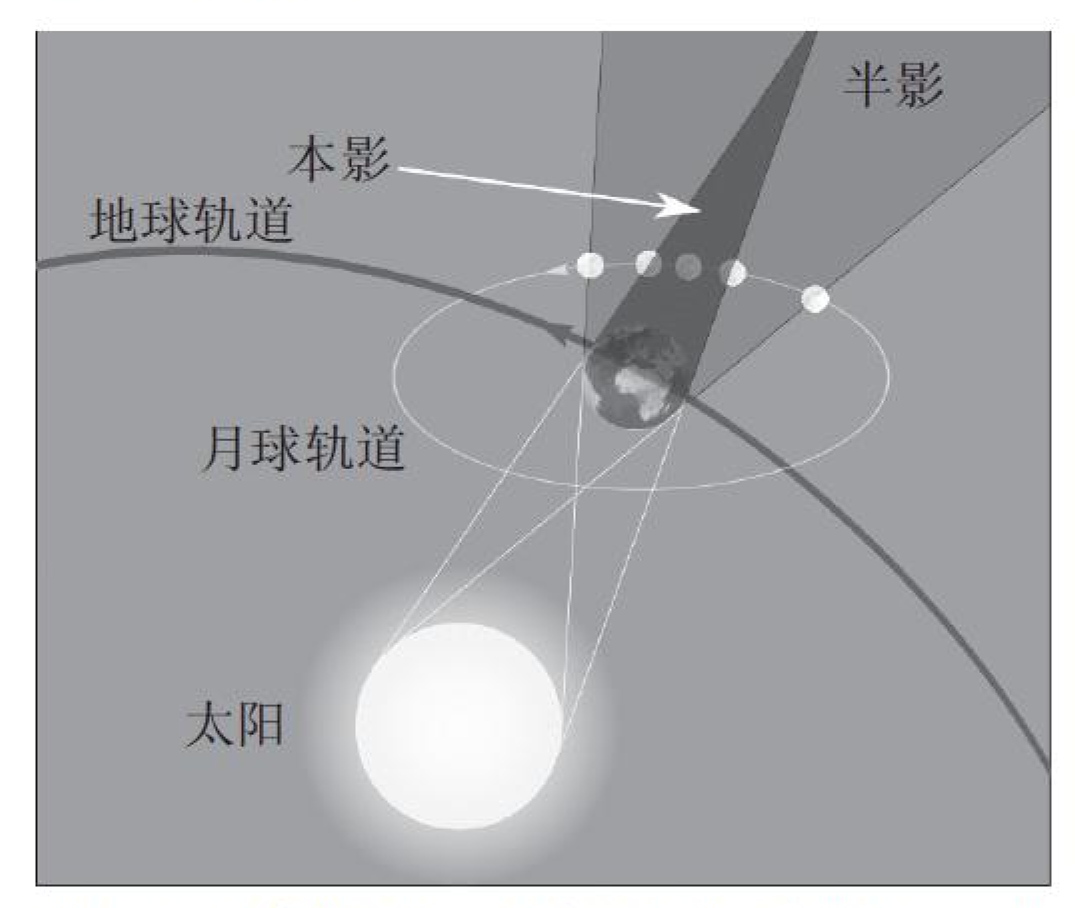


图 4-2　月食的产生：月球运行到交点附近，而且恰好是望日，地球遮住了太阳光

“嗯，如果这两个平面重合，每个朔望月的十五，地球都会把太阳光挡住而发生月食，而每个月初一月球都会挡住太阳光而发生日食。而实际上日食和月食并没有那么频繁，就是因为这个夹角的存在，光线没有被地球或月亮挡住。”

“那什么情况下才能发生日食和月食呢？”他问道。

“这可以从黄道和白道去解释。从地球上看，太阳划过天空的轨迹叫黄道。还记得吗？我们以前讲用半个西瓜解释冬至夏至时，西瓜的截面就是黄道面。此外，五大行星也基本在这个轨道上运行。而月亮运行的轨道面叫白道。黄道和白道像是以地球为中心镶嵌在天空中的两个呼啦圈，不过并不重合，而是有一个夹角，所以两个呼啦圈刚好有两个交点（一个叫上行节点，另一个叫下行节点）。月亮每两次经过其中一个交点所需的时间就是一个交点月（27.21222 天）。”

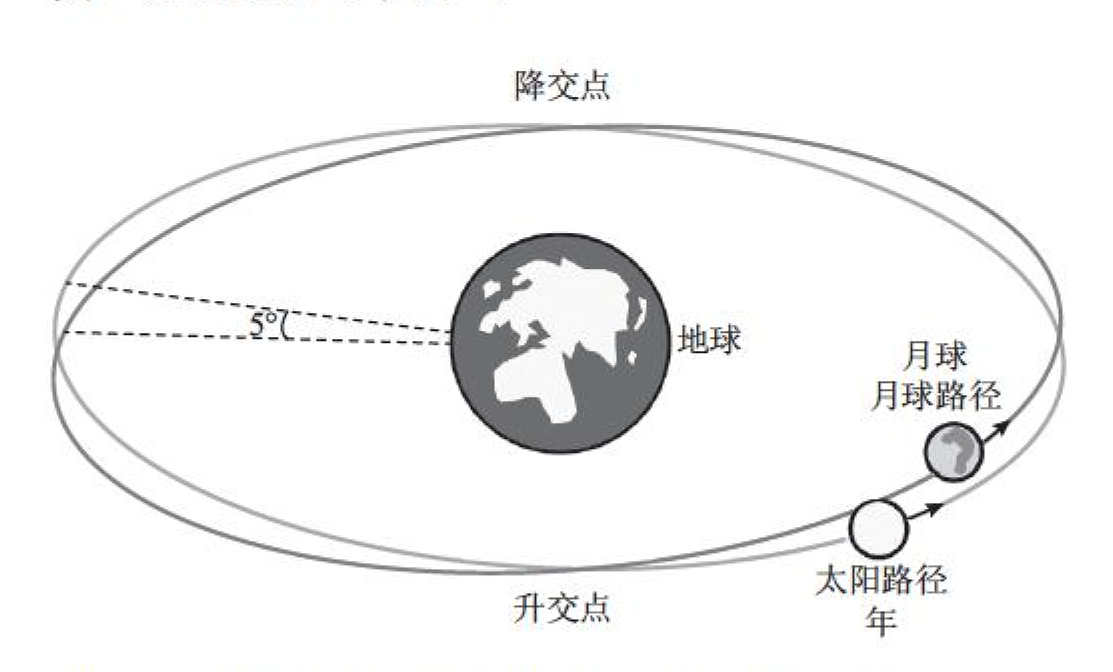


图 4-3　从地球的角度观察黄道面和白道面的交点，只有在交点附近而且又是朔日或望日才有可能发生日食和月食。在远离交点的地方，由于存在夹角，所以地球或月球无法完全遮住太阳的光线，从而无法形成日食和月食

“交点月？听起来很熟悉！是不是祖冲之测量过、并且还和戴法兴辩论的交点月？”

“对，正是。祖冲之测量的结果和现代测量的误差只有 1 秒。”

⊙ 发生月食的另一个条件

“交点月对于日食、月食的发生有什么意义？”他问道。

“只有在黄道面和白道面的交点，月球才有可能挡住地球或者反过来地球挡住月球。也就是说，如果这一次日食、月食发生在某个时刻，那么一定是等到下一次月球运行到交点，才有可能再次发生日食、月食。”我说道。

“这个发生蚀的另一个必要条件？”

“对，所以两次蚀之间的间隔一定是交点月的整数倍。”我说道。

“但是我们刚才说到，两次蚀之间的间隔又必须是整数倍个朔望月，是吗？”

“是的。只有在交点附近，并且刚好是十五，才有可能发生月食；只有在交点附近并且刚好是初一，才有可能发生日食。”

“那到底该怎么计算两次蚀之间的间隔呢？”

“要计算日食、月食的周期，必须同时考虑朔望月的长度和交点月的长度，它俩缺一不可。”

“可是交点月和朔望月的长度并不相等，而且也不是整数倍关系。”

“没错，所以要想让两个条件同时满足，那只有找到两者的最小公倍数，也就是说要看一看多少个整数朔望月刚好等于

多少个整数交点月，就像我们找地球和水星之间的齿轮比一样，地球的 13 年对应于水星的 54 年。”

“我有点明白了，经过这样一个大周期之后，会怎么样呢？”

“你猜猜看。”我说道。

⊙ 一切都可推算出来

“好的，我想想。既然这么一个大周期既是朔望月的整数倍，又是交点月的整数倍，那么这么一个大周期后，日、地、月的相对位置又重新开始了，那么日食、月食就又重复发生了。”

“很好，你说得很对，确实存在这样一个周期，叫作沙罗周期（Saros Cycle）”。

“怎么计算沙罗周期呢？”他问道。

“只要找到朔望月和交点月两者的最小公倍数。”

“但这两个周期的比值不是整数，而是小数，所以最小公倍数无法直接计算得到吧？”他问道。

“是的，这时就要用到我们上次讨论的数学知识了！”

“连分数？！”他脱口而出。

“Bingo！我们可以先把两个周期的比值展开为连分数，找到足够接近的渐进分数即可。”

“这事已经轻车熟路了。”他拿出手机，“把交点月和朔望月周期相除 27.21222/29.530588=0.92149266，做连分数展开”。他找到计算连分数的网站，把 0.92149266 输入进去，然后就得到了连分数的展开后的近似分数。

$$\frac{11}{12},\frac{12}{13},\frac{35}{38},\frac{47}{51},\frac{223}{242},\frac{716}{777}$$

“223/242=0.9214876. 非常接近实际的比值”，他说道。

“嗯，也就是说 223 个朔望月大约等于 242 个交点月。”我说道。

“这意味着每经过 223 个朔望月，地球、月球和太阳的相对位置又重复一次，日月食也重复一次？”

“对。223 个朔望月就是 6585.32157 天，也就是 18 年零 11.32 天，而 242 个交点月是 6585.35724 天，两者非常接近，相差不到 1 个小时。所以沙罗周期又称为 18 年周期。”

$$223\times29.53059=6585.32157$$

$$242\times27.21222=6585.35724$$

他看了一眼这个数字，说道：“可是沙罗周期并不是完整的天数，有一个讨厌的 0.32 至 0.35 天。”

“对，你观察得很仔细。实际上地球上的同一地点看到日食、月食再次发生要等到 3 个沙罗周期才能看到。因为有 1/3 天的零头，所以每过一个沙罗周期，日食、月食并不在地球上的同一地点出现，而是要在地球上相差 1/3 天（8 个小时左右）的地方，也就是相隔 8 个时区的地方出现。为了每次在地球上同一地方看到日食、月食，就要把这 1/3 变成整数，也就是把沙罗周期再乘以 3，就变成了 54 年多 34 天之后日食和月食会在同一地点出现，这个由 3 个沙罗周期组成的更大的周期叫作 Exeligmos 周期。”

“嗯。这个沙罗周期是古希腊人发现的吗？”他说道。

“不是，比古希腊人还要早，是古巴比伦人发现的。”

“为什么叫沙罗周期呢？”

“沙罗的意思是重复。”

“真是难以想象，那么久远的年代人们就认识到了这个规律。”

⊙ 星空：古人的环幕电影

“嗯，远古的夜晚，没有电视、电影，人们靠什么消磨寂寞时光？很简单，抬头，大片璀璨的星空就是环形大屏幕的电影秀！夕阳余晖散尽，夜幕渐次拉开，星星点点的背景渐渐显现，裹挟着横亘夜空中央的银河缓缓滑动，精彩的流光之舞开始上演。”我说道。

“有了太阳系模型，我们就知道五大行星过去在天空中的位置，甚至能预测未来它们在天空中的位置？”他问道。

“对。这非常重要，因为从地球角度看去，行星的运行非常没有规律，时快时慢，甚至还会逆行，所以行星 planet 的意思其实是‘漫游者’。预测出行星的轨道意义重大。有一幅著名的油画（A Philosopher Lecturing on the Orrery），珍藏在伦敦的德比博物馆里，画的就是在 18 世纪，人们在太阳系仪旁边学习天文知识的情景。”

“哦，那更早以前，比惠更斯还早的时候，甚至文艺复兴以前也有人做过类似的模型吗？”



图 4-4　关于太阳系的油画（A Philosopher Lecturing on the Orrery）伦敦德比博物馆

“有，甚至在两千多年前的古希腊时期就有！”

“是吗？！”他惊讶地问道。

“而且它比惠更斯做得还精密巧妙！”

“有这么神奇，这是怎么回事呢？”

“哦，今天的时间不多了，我们留到下次再聊吧！”

“好的，老师再见！”

4.2 发现安提基特拉机械

一周以后，我和他在同一餐厅碰面了。

⊙ 艺术品中的另类

“古希腊人曾造出比惠更斯的更精密的太阳系模型，太让人难以置信了，真是确有其事吗？”他问道。

“实话说，这样一台仪器如果不是摆在你面前，谁也不敢想象在2000多年前，人类的天文学知识和制造能力已经达到了如此之高的水平。”我说道。

“为什么这么说呢？”

“因为它被发现后相当长的时间里，仍有人认为这是一件现代人制造的机械，被有意或无意丢弃在海里，还有人说它是外星人在地球上的遗物！”

“哦，是吗！它叫什么名字？”

“人们一般称它为安提基特拉机械（Antikythera mechanism）。”



图 4-5　安提基特拉机械的主要碎块

“在哪里可以看到它呢？”

“它收藏在雅典国家考古博物馆。如果你到希腊雅典旅游，你会发现这个博物馆位于雅典市中心，和许多古代著名建筑相距不远。在博物馆的古代展厅里，陈列了许多精美的青铜器和大理石的人体雕塑，它们身材匀称、面部栩栩如生。参观的人们往往流连于这些美轮美奂的艺术品之间，驻足观看。但是在这样一个充满艺术品的展厅里，有一件青铜展品却显得非常另类。”

“为什么这么说呢？”

“因为初看起来，它一点都不美，甚至可以说是丑陋。它形状很不规则，断裂成很多块，博物馆陈列了最大的三块。凑近看，它的表面凹凸不平，像是被海水严重腐蚀过，颜色变成了绿色，并且裹着一层厚厚的氧化层。”

“它就是所谓的安提基特拉机械？”

“对。”

⊙ 身世之谜

“它是什么时候被发现的？”

“那要从20世纪初讲起了。1901年有人从地中海的一艘沉船上发现了一件青铜物品，经过初步测定，它属于2000多年前

的古希腊。

“究竟是谁第一个发现了这个机械装置呢？”

“是一个叫 Kontos 的希腊船长和他的船员，他们在地中海底的一艘沉船上发现了这个安提基特拉机械。”

“他们怎么会想到打捞这么一个机械装置？”

“1900 年秋天，Kontos 船长和他的队员启程，从突尼斯外海的夏季捕捞海绵地出发，向北进发。他们有两艘小船，6 位潜水员和 20 多位桨手。当时他们在地中海的海底采集了海绵，回去后准备卖钱。”

“Kontos 和他的船员是怎么发现沉船的呢？”

“他们本来想驶向 Cape Malea，但是中途遇到了暴风雨，被吹到了一个几乎无人居住的小岛上，叫安提基特拉 Antikythera。这个岛屿位于 Cape Malea 和克里特岛（Crete）中间，和一个更大的 Kythera 岛相对而立，所以叫 Antikythera。”

“接下来呢？”

“既然被吹离了航向，那就碰碰运气，看看海底有没有海绵。沿着海岸线 50 米长的区域里，船长发现了许多物品，包括大理石和青铜雕塑。它们被海水严重腐蚀，包裹着厚厚的沉渣，但形状隐约可辨。船长松了一口气，判定这船应该装载了不少珍宝。他捡起了一件青铜雕塑的胳膊，浮了上来。”

“后来呢？”

“后来这件青铜器被送到了雅典大学的考古学家 Ikonomu 手上，接着这个教授又把它带到了希腊教育部长的办公室。这次发现在媒体上引起了一个不小的轰动。”

“为什么呢？”

“因为青铜器仅仅在 2000 多年前的古希腊出现过一段时间，到后来就没有生产了，所以那件物品应该历史悠久，至少有 2000 年的历史。这对于发现古希腊的历史意义重大。”

“嗯，有道理。”

“于是希腊政府决定资助一支规模更大的潜水员队伍进行打捞，希腊海军指派了一艘更加强大的蒸汽船来打捞，打捞于 1900 年 12 月重新开始。但是打捞很不顺利，因为那时潜水技术有限，一个月里只有 12 天的天气适合打捞。但最大的困难来自于 Antikythera 附近的 60 米的水深。每天只能下水两次，每次在海底只能停留 5 分钟。”

“看来这项工作还是艰难的。”

“到了次年 2 月，许多大理石和青铜物品被打捞上来，但是潜水员们也累得精疲力竭，有的甚至生病了，其中一名潜水员因为上升时太快，导致潜水病发作而死去。打捞工作被迫在 1901 年 9 月份暂停。”

“没想到这次打捞付出了生命的代价！”他说道。

⊙ 主角现身

“嗯，是啊。潜水员打捞的成果还算丰富，这些物品被送往雅典博物馆保藏。但是它们受到的待遇却不同，最受重视的是青铜雕塑，其中最著名的是一个名为 Antikythera youth 的年轻男子的裸体雕塑，

还有一个雕塑像是一位留着长胡须的哲学家。这些物品占据了雅典博物馆相当大的一块空间，没有人注意到一块形状不规则、很不起眼、被严重腐蚀了的青铜物品。”

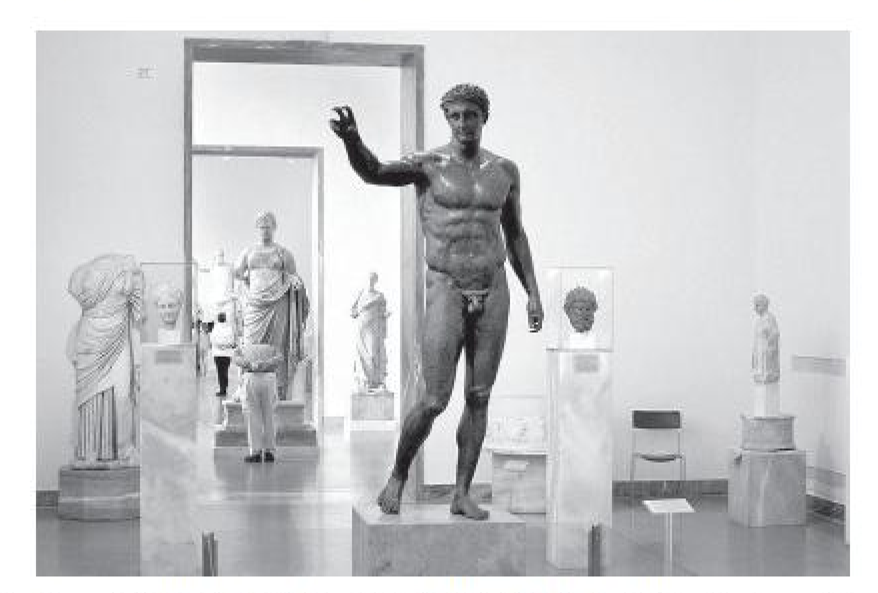


图 4-6 雅典国家考古博物馆的古代展厅，正中间的是 Antikythera youth 男子雕塑

“这件不起眼的青铜物品就是我们今天要谈论的主角？”他问道。

“是的，这件机械装置有裸露出来的齿轮，上面还有若隐若现的希腊文铭文。因为人们不知道它到底是做什么用的，所以一般把它称为安提基特拉机械。由于受到空气作用，过了一段时间，Antikythera 机械的外部的一些青铜已经受腐蚀脱落了，露出来更多的齿轮。”我说道。

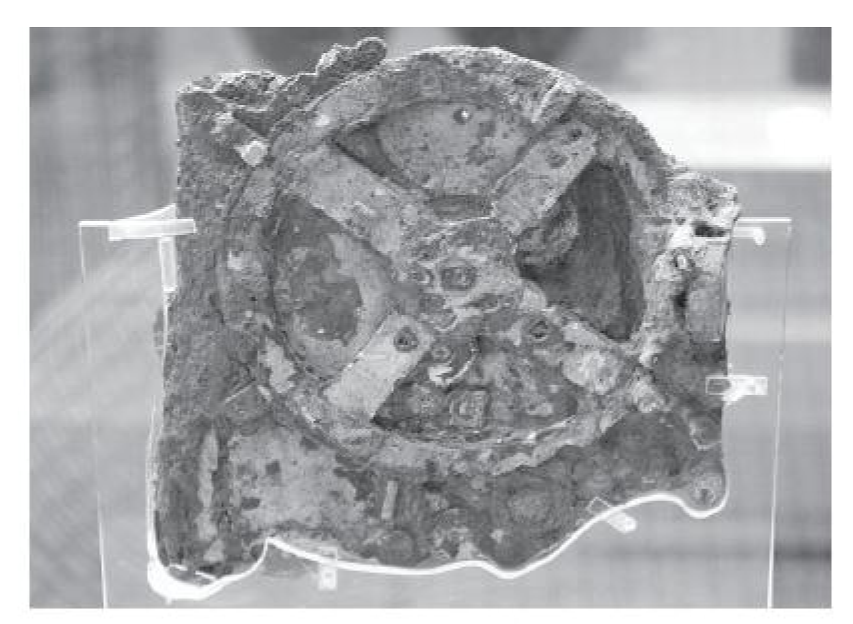


图 4-7 安提基特拉机械 - 碎块 A 正面（雅典国家考古博物馆）

“它是什么样子的？”

“这个青铜装置呈深绿色，泛着白光，曾经被海水严重腐蚀，所以形状非常不规则。最大的那一块残块大小像一本书那么大。”

“这上面的大轮子很显眼。”他说道。

“是的，这个机械装置最显著的形状是一个巨大的轮子，几乎和机械装置一样宽，轮子中央是一个类似十字架的东西，就像轮子的辐条一样发射开来，中心是一个方形的孔。在大轮子的边缘有很多个小齿，每个齿都被仔细地加工成等腰三角形。这些小齿是如此精细，以至于要借助于放大镜才能数清楚它们的个数。在同一个面上，还有一个小一些的齿轮，好像与大齿轮之间有一些关联。”

“装置的另外一侧是什么样子呢？”



图 4-8 安提基特拉机械 - 碎块 A 反面

“在装置的另外一侧，也有一些齿轮，有些清晰可见，有些则部分被遮盖了。在装置的下部的平坦部位，有一些希腊文铭文隐约可见。这些文字都是大写的，但是

非常小，紧凑地排列在一起，几乎没有留出空白的空间。”

“就是这些吗？”

“不止这些，机械装置已经断裂成几个小块，第二块部件尺寸更小，其中一面上有一些弧度，上面刻了一些刻度，仿佛是钟表上的圆形刻度。有一块装置几乎完全被海水沉积物覆盖，只在背部有些可辨认的文字。还有块装置几乎被海水腐蚀了，只是从形状上看它似乎只包含一个齿轮。除此之外，就是更小的残块了。”

“这个装置是做什么用的呢？”

“从各种各样不同大小的齿轮、刻度以及铭文来看，这个装置似乎是一种用来计算的机械。但是这又不可能是一只机械钟表，因为类似的装置在 2000 年前是不存在的，只有到 1000 年后机械钟才被发明出来。”

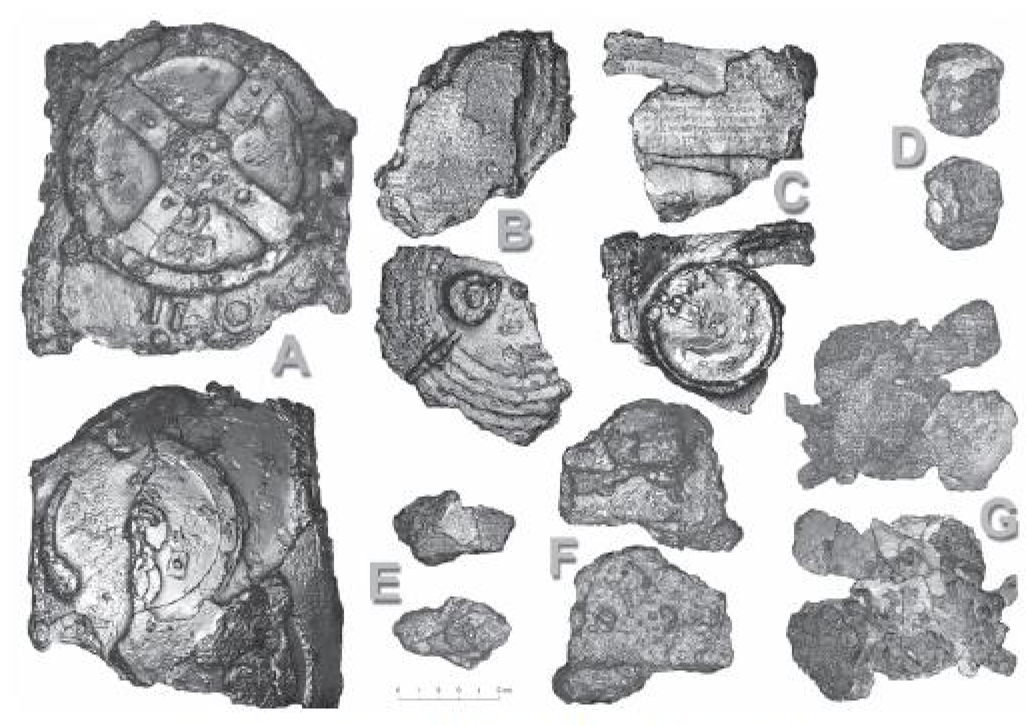


图 4-9　安提基特拉机械较大的碎块

“2000 年前的希腊人能够制造精细的齿轮吗？”

“他们那时已经掌握这个技术，但是当时已发现的其他机械装置只有一两个齿轮，而安提基特拉机械有几十个齿轮。齿轮的个数越多，可以实现的计算越复杂，因此这么多的齿轮很有可能是被用来做一些复杂的计算的。”

“用齿轮计算，听起来挺新鲜的！能举个例子吗？”

“比如，一个 60 齿的齿轮和 30 齿的齿轮啮合在一起，前者转一圈，后者刚好转两圈，如果大齿轮是输入，小齿轮是输出，这就是一个角度乘以 2 的乘法操作。把两个齿轮的位置调换，就是一个角度除以 2 的除法计算。”

“哦，有意思。齿轮组合能不能做加法和减法呢？”

“可以，不过要比乘法难很多。在现代汽车里有差速计，可以由 3 个齿轮实现加法和减法运算。差速计用途非常广泛，比如汽车转弯时内侧的轮子比外侧轮子走过的距离短，如果没有差速计，轮子就会打滑。而差速计让外轮的速度变大（直路行进速度加上一个数值），让内轮的速度减小（直路行进速度减去同一个数值），这样就巧妙地解决了汽车转弯的问题。”

⊙ 四不像

“在这个机械装置上还有什么新的发现吗？”

过了几年，到了 1905 年，一个叫 Albert Rehm 的研究人员开始研究这个机械装置。他是德国慕尼黑大学的教授，来到雅典开始研究。此时，机械碎片已经被仔细地清洁过，更多的细节裸露了出来。他发现了一个以前被遮盖住刚刚显露出来的铭文：Pachon。”我说道。

“这是什么意思？”

“这是古埃及的一个月份的名字。我们知道，月份名对于星盘来说没有任何作用，因此这个装置不太可能是星盘。Rehm认为这个装置有可能是一个行星仪。”

“有点意思，这和我们上次聊的太阳系模型的功能有些相似。”

“对，当转动外面的手柄时，带动了齿轮的运动，从而根据不同的齿轮比带动了更多齿轮的运动，用这些齿轮的运动来模拟五大行星的周期运动。

到了20世纪30年代，德国纳粹逐渐掌权，Rehm教授在1936年被强迫退休，他停止了机械装置的研究，直到‘二战’结束后才重新恢复研究。但是好景不长，新政府并不重视他，他也没有足够的经费继续研究，到了1949年他去世了。”

“对了，‘二战’期间这些珍宝有没有受到损坏？”

“嗯，这是个好问题。当纳粹逐渐占领欧洲时，希腊政府意识到这些宝贝的重要性，他们把博物馆里的珍宝打包装箱，就地埋在博物馆院子的地下。很幸运，他们躲过了纳粹的铁蹄，但是磨难并没有结束。”

“为什么呢？”

“‘二战’结束后，希腊又进行了数年的内战。经过连续不断战火的创伤，这些古代的机械装置已经渐渐被人遗忘，不再像当初那样引人注意了。与那些优雅漂亮的雕塑相比，这个形状不规则的装置不再展出，被堆放在博物馆的地下室里，默默无闻。”

“再后来呢？”

“接下来，一位重要的科学家就要登场了，他对安提基特拉机械进行了长达数十年的研究，发表了长达70多页的研究论文，把这项研究推到了空前的高度，并重新点燃了人们对安提基特拉机械的兴趣。”

“这个人是谁呢？”

“哦，这次时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”

4.3 残缺的齿轮

一周以后，我和他在同一餐厅碰面了。我们刚刚坐好，他就迫不及待地问道：

“上次提到的‘二战’后，研究安提基特拉机械的著名人物是谁呢？”

“哦，我想想，他的名字有点长，叫 Derek de Solla Price，我们就简单叫他 Price 先生吧。” 我说道。

“Price? 他是哪里人？”

“Price 1922 年出生于英国。Price 从小喜欢物理和数学，大学期间他在实验室接触到了示波器、电压表、频谱仪这些仪器。他发现有了这些仪器，就能把世界的本来面貌一一展现出来。仪器相当于人的第三只眼睛，能看到肉眼看不到的事物的本质。”

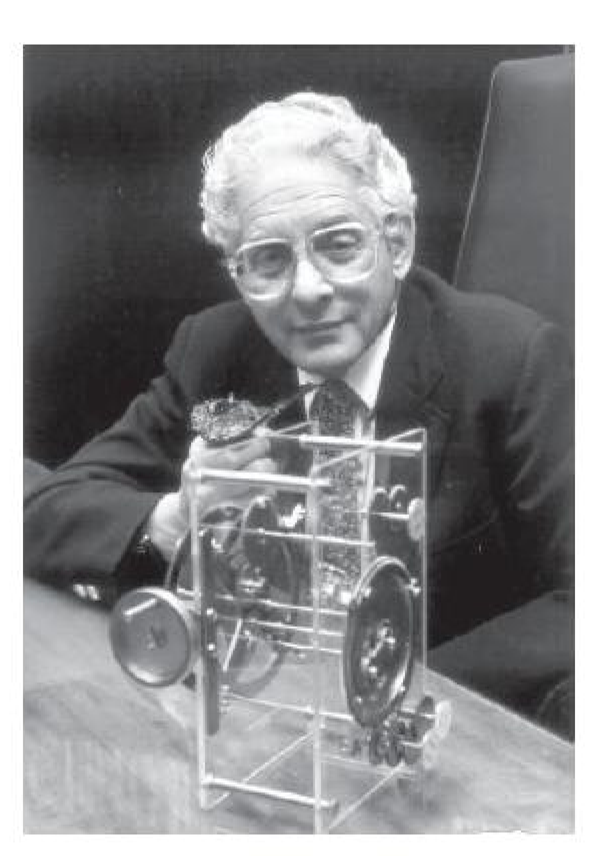


图 4-10　Price 和他重建的安提基特拉机械模型

“Price 毕业后做什么呢？”

“博士毕业后，他去了新加坡教书，几年后他又回到剑桥，他注册了人生第二个博士研究生。他的博士论文延续了他对科学仪器的偏爱，继续研究科学仪器的历史。他认为，那些科学仪器——从示波器到显微镜——是科学进步的关键。”

“嗯，听起来有点道理。”

“在剑桥安顿下来后，Price 开始了他的研究。他埋头于古代文献中，发掘科学仪器的历史。他偶然发现了一个关于行星定位仪的古籍。基于星象仪相同的原理，行星定位仪能够显示天空中五大行星和太阳、月亮的位置。之后他又和李约瑟博士合作，研究中国古代的科学仪器，中国 11 世纪有一个叫苏颂的人制作了一台水运仪象台，研究结果发表在 1956 年的 *Nature* 杂志上。”

“能在 *Nature* 上发表文章一定非常了不起，这对 Price 后来的研究产生了什么影响吗？”

“Price 发表在 *Nature* 上的文章激发了他的雄心，他决定继续研究古代机械。他读到了前人 Rados、Rehm 等人关于安提基特拉机械的文章，决定乘胜追击、搞个究竟。”

“可是这方面的研究已经停滞很久了吧？”

“对。那时这装置到底是做什么用的还没弄清楚，但是 Price 知道这个装置里包含的齿轮比之后 1400 年间的机械装置都复杂。”

⊙ 解读机械谜团

“Price 是怎么展开研究的？”他问道。

“他写信给雅典的国家考古博物馆索要了最新的机械碎片的照片。他写了几篇文章发表在杂志上面。但是仅仅几张照片是满足不了他强烈的好奇心的。他必须对实物进行研究。”我说道。

“怎么研究实物呢？”

“于是 1958 年夏天，他来到雅典，说服了馆方让他进入博物馆进行研究。他终于如愿以偿得以研究这个古老的机械。”

“他是怎么开展研究的？”

“Price 把机械装置拿在手上掂量了一下，虽然它个头不大，但重量不轻。他反复观察，仔细查看。前面板上有一个很大的中央拨盘，后面板上有上、下两个相同宽度的拨盘。前面和后面板上都有古希腊语铭文。”

“面板上都还剩下什么？”

“前面板的上半部分幸存保留下来，他查看了拨盘上的刻度，有一个内圈、一个外圈。内圈刻度把圆周分成 12 份，每份 30 度，总共 360 度。上面有一个单词意思是黄道十二星座之一。”

“所以这 360 度的内圈代表黄道 12 星座？”

“对，Price 猜测应该有一个指针在一年当中指示太阳所经过的黄道 12 宫的位置，虽然这个指针已经被腐蚀掉了。”

“嗯。那外圈呢？”

“外圈被分成 365 份。上面可以辨认出两个连续月份的古埃及名称。意味着这是一个以太阳为参照物的历法。”

“和现在的阳历有点类似？”

“对。这应该是个埃及年历，一年 12 个月，每个月 30 天，再加上额外的 5 天。”

“这个内圈和外圈有什么用呢？”

“当指针移动时，内圈指示太阳在恒星背景天空中的位置，而外圈指示出当前的日期。”

“但是这有个问题，它的一年只能是整数天，而不是实际的 365 又 1/4 天？”

“对。这种日历一年固定 365 天，所以每过 4 年，要把外圈拿下来，向后移动一天，代表这是一个闰年。”

“有意思。”

“在后面板上，Price 发现了上、下两个拨盘。每个似乎由一系列同心圆组成，上面有 5 个，下面有 4 个同心圆。每个圆分割成更小的弧，每段弧大约 6 度。”

“这是做什么的？”

“Price 也不知道。尽管 Price 不知道这两个拨盘是做什么的，但是他猜测它们与月亮、太阳甚至星象的周期运动关系有关。”

“他最终得到了什么结论吗？”

“很遗憾，由于缺少更多的证据，Price 不能证明自己的结论，因为他无法得知机械的内部结构。这些猜测和尝试渐渐被人忽略。他必须另辟蹊径，想办法看到机械的内部构造才有可能揭示出更多的秘密。”

⊙ 怎么看到内部的秘密

“只有打开机械，才能看到机械内部的秘密。”他说道。

“是的。可是这个机械装置是青铜制作的，而且经过了2000年海水的腐蚀，恐怕早已脆弱不堪了。要是强行撬开，一定会损坏内部的齿轮。必须找到一种非侵入式的方法。” 我说道。

“我想想，X光可以看清楚机械内部的结构吗？” 他问道。

“普通的X光恐怕不行，因为青铜金属会阻挡X光，我们只能看到一个轮廓阴影，而看不清楚内部的精细结构。自从20世纪50年代Price开始研究这个机械一直到60年代，虽然研究取得了一些进展，但是总体上进展不大。直到到了20世纪70年代机会终于来了。”

“什么机会？”

“1971年Price读到了一篇最新研究的文章，就在几个月前，美国橡树岭国家实验室有了一个新的发现。他们发表了一篇文章，描述了放射性同位素产生的伽马射线如何用于穿透金属内部物体，而无须破坏文物或者艺术品。”

“哦，看来要阅读不同学科的最新文献才能抓住机会。那接下来Price怎么做的呢？”

“他立刻写信给橡树岭实验室的主任温伯格（诺贝尔物理学奖获得者），请求使用这项技术来扫描安提基特拉机械。那时Price在希腊，而温伯格在美国，所以温伯格推荐了自己在希腊的同行，请Price联系希腊原子能委员会的Kakakalos。Kakakalos建立了一个暗室，对机械进行了初步扫描。他用放射性元素轰击机械，有些射线被金属挡住了，有些没有被金属挡住，于是在后面的银版上留下影像。”



图4-11　Kakakalos和Price得到的安提基特拉机械的X光照片

“成像的效果怎么样？”

“经过小心翼翼地显影，一幅图像最终出现了。Kakakalos对Price说：‘图像质量还不错，可以看到齿轮边缘的小齿！’Price非常高兴了，安提基特拉机械的内部面貌穿越了2000多年呈现在他们面前。”

“哇，X光的想法得到了验证，接下来呢？”

“接下来，Kakakalos拍摄了更多的照片，他改变了拍摄角度，并且调整不同的曝光时间，得到了许多图像。”

“有了内部图像，该做什么了？”

“Price告诉Kakakalos，他希望找人帮忙数一下每个齿轮上小齿的个数。于是Kakakalos找来自己的妻子帮忙，因为她是

一个非常细心的人，非常适合做这种艰辛细致的工作。”

“数齿轮也算是艰辛的工作？”

“嗯，别小看这个工作。有两个最大的困难：一是很多齿轮已经部分缺失了，只剩下一部分，丢失的齿轮数只能估算。另外，许多齿轮在X光的成像下是重叠在一起的，很难分辨出到底是哪个齿轮。”

“哦，原来如此。”

“Kakakalos的妻子把照片放到放大镜下面仔细观察，计算每个齿轮的大小、所占的角度，并且要估算出那些缺失的齿轮的个数。最后，她把这些结果告诉Price教授。”

⊙ 破解还是猜测？

“Price拿到这些数据做什么呢？”他问道。

“他拿到数据后开始着手计算，并预测这些齿轮的作用。”我说道。

“我猜齿的个数对于解读这个机械的作用很重要吧？”

“你说得很对，它是解开秘密的关键。之前我们说过，安提基特拉机械的前面板指示日期，也就是太阳的轨迹，而Price推测后面板可能是与月亮的运动有关。但是从日期（太阳的位置）来推算出那一天的月相（月亮的位置）并不那么容易，就好像我告诉你今天是9月9日，你能通过计算告诉我阴历的日期吗？”

“哦，确实不那么容易。我想起来了，这是因为太阳的周期和月亮的周期并不是整数倍，二者的运动不同步。”他说道。

“对，太阳周期和月亮周期可以近似表示为19年7闰，中国汉朝的《太初历》里已采用了19年7闰，古巴比伦人和古希腊人也观察到了这种规律。也就是说19年里插入7个闰月，总共是228+7=235个朔望月。换句话说，19个回归年约等于235个朔望月。”

“古希腊人也非常关注月相吗？”他问道。

“对，他们和中国人一样非常关心月亮的圆缺，一方面用来计算日子，一方面月食对于古希腊人同样有着非同寻常的意义。所以他们一方面想知道太阳的位置，一方面也想知道月亮的位置。如果知道了太阳的位置，那么就可以通过这个关系推算出月亮的位置。古希腊的天文学家默冬（Meton）于公元前431年宣布推导出来19年7闰，历史上称为默冬章。”

“这两个民族虽然相隔一个大陆，但英雄所见略同。”

“但是古希腊人不仅仅要计算出默冬章，他们还想用一种机械的方式把太阳和月亮的运动显示出来。而这种自动化计算的思维方式影响了后来西方的科学、甚至计算机的出现。”

“所以古希腊人想到了用齿轮来进行计算？”

“对。但是要弄清楚古希腊人是怎么用齿轮解决这个问题的，Price必须搞清楚齿轮的个数。他希望从不同齿轮的个数里找到太阳周期和月亮周期之间的关系。不过在计算之前，我们需要从另外一个角度去解释一下19年7闰。”

“哦，怎么解释呢？”

“从地球的角度看，19 年里月球刚好绕地球转了 235 圈。但是由于地球本身还绕着太阳转，所以每过 1 年，地球也带着月球多转了一圈，所以从太阳系或者从其他恒星的角度看月球，19 年间月球多转了 19 圈。”

“也就是总共转了 235+19=254 圈？”

“对。19 年总共是 19×365.2422=6939.6 天，平均到 254 份里，每一份叫作一个恒星月，因为它是以遥远的恒星作为运动参照系的。每个恒星月是 27.321661 天，比朔望月的 29.53 天少两天多。所以，19 **个地球回归年** =254 **个恒星月**。”

“嗯，明白了，不过这有什么用呢？”

“让我们回到 Price。他想从齿轮的个数里找到太阳运动和月亮运动之间的关系，也就是弄清楚古人是怎么从太阳周期推算到月亮周期的。他首先得到了六个齿轮上小齿的个数：65，38，48，24，127，32.”

“Price 怎么破解这些数字的奥秘呢？”

“和我们一样：猜！他尝试了几次乘和除，找到了一个简单的式子：

$$\frac{65}{38}\times\frac{48}{24}\times\frac{128}{32}=\frac{260}{19}\text{。”}$$

“哦，分子是 19，刚好是默冬周期的 19 年，但分子差一点，是 260 而不是 254。”他说道。

“对。Price 马上想到，是不是齿轮的计算有误差。于是 Price 对数据做了一些微小的调整：把 65 改为 64，把 128 改为 127，这样就得到：

$$\frac{65}{38}\times\frac{48}{24}\times\frac{128}{32}=\frac{260}{19}\text{”}$$

“哇！刚好是默冬周期！ 19 个地球回归年 =254 个恒星月。”

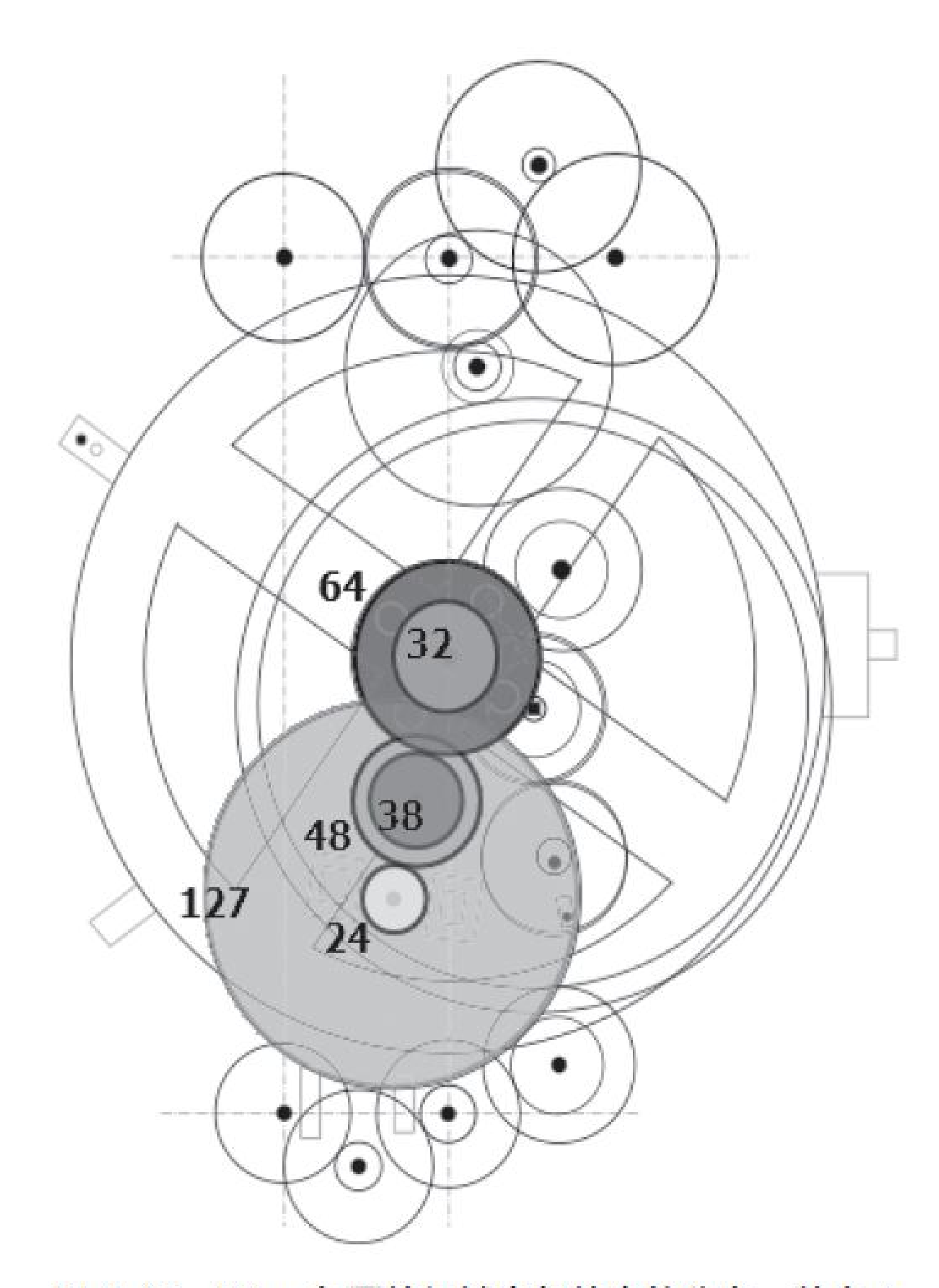


图 4-12　Price 复原的机械内部的齿轮分布，其中六个齿轮上的齿数：64，38，48，24，127，32. Price 利用这几个数字得到了 19 年 254 个恒星月的关系

“嗯，古希腊机械的 2000 多年前的秘密正在揭开面纱，显露出真正的面目。这意味着，只要给这个机械输入一个代表太阳位置的日期，就可以指示出月亮在天空中的位置（恒星月）。但是，又出现了一个新问题。”

⊙ 困难不只一个

“什么问题又卡住 Price 了？”他问道。

“当齿轮传动时，相邻齿轮的运动方向是相反的。你能想象出来吧？”

“嗯，想象得出来。一个齿轮顺时针转动，和它啮合在一起的齿轮是逆时针转动的。这有什么关系吗？”

“有关系，这相当于在乘法或除法计算里多出来一个负号！”

“哦，是啊，本来相加的就变成相减了！”

“是的，Price 冥思苦想，想找出一个方法来解释这种奇怪的负号。不过一个疯狂的想法始终占据他的大脑：古希腊人有可能会利用这个机械装置去预测月相！”

“预测月相？”他问道。

“这想法很大胆，根据刚才的齿轮比推算，19 年对应于 254 个恒星月，古希腊人只能从日期推算出**恒星月**，也就是以恒星为参照系的月亮的位置。而**月相**则是从地球看出去的月亮的位置。二者并不相同！”我说道。

“我明白一点，但又不是很明白，能详细解释一下吗？”

“从遥远的恒星观察月亮，经过了一个恒星月 27.3 天的时间，月亮在天空恒星背景上回到了相同的位置，换句话说，从那里观察到月亮绕地球一周。但是从地球上看到的月相并没有回到之前的月相。地球上的人还需要再等两天多一点，也就是要到 29.53 天（一个朔望月），才能观测到月相又恢复了。”

“那 Price 想从恒星月去预测预想，岂不是太难了？”

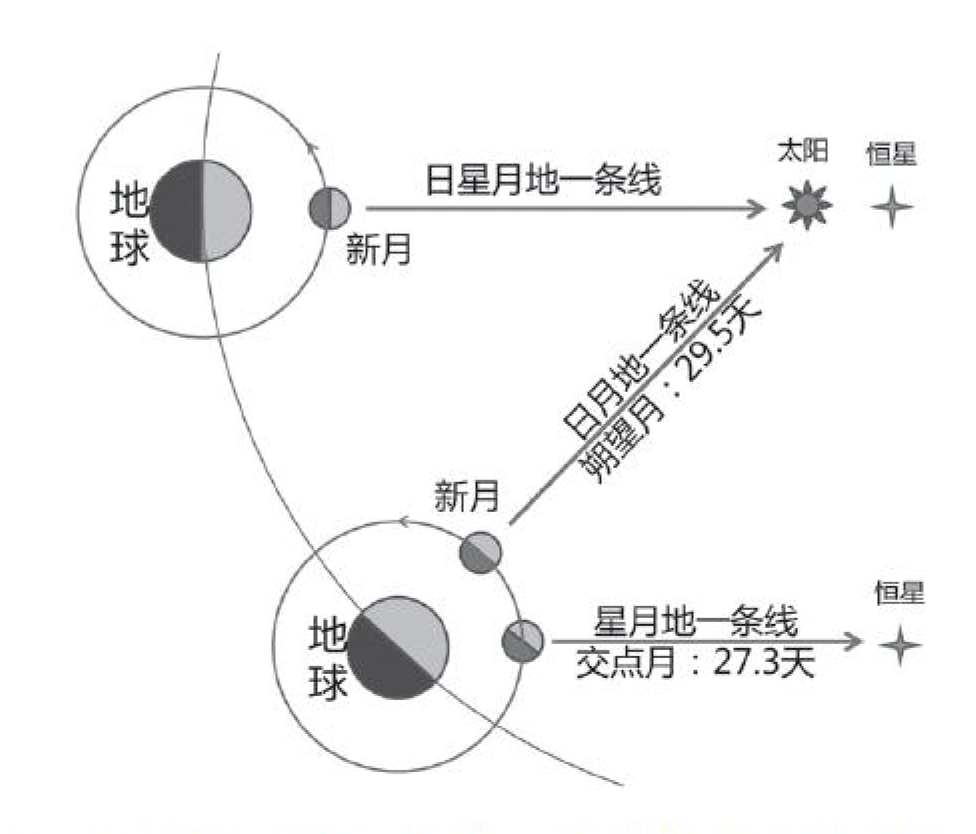


图 4-13　恒星月 Sideal month 以恒星作为参照系，只有 27.3 天。朔望月 Synodic month 是从地球上看到的两个新月之间的时间间隔，是 29.5 天

“但是 Price 相信朔望月和恒星月之间有关系，因此有可能从恒星月推算出朔望月，从而计算出月相，因为恒星月的个数等于朔望月个数加上年数，即 235+19=254，所以从 254 得到 235，需要减去 19。他认定应该有一个齿轮来完成减法。”

“他找到了吗？”

“Price 看到一组齿轮，它有两个输入：太阳的反向旋转速度和月亮相对于恒星的旋转速度，他认为这组齿轮应该有一个输出来指示月相。通过这样的差速齿轮，19 年周期就转化为 235 个朔望月从而指示月相变化。他认为后面板的下部实现了这个功能。”

“什么是差速齿轮？”

“你知道吗？在现代工业中，最常用的就是差速齿轮。但问题是差速齿轮很复杂。如果古希腊就有差齿轮，那我们对古希腊科技的认识就要重写了。西方一般认

为，差速齿轮的大规模使用是在文艺复兴以后。”

“哦。看来 Price 的推测仍无法证实。对了，后面板的上半部分是做什么的呢？”

“后面板的上半部分，Price 猜测用来显示 4 年周期的年份，因为前面板只能指示日期，而不能指示年份。他预言它还有日历计算器的功能，能够指示恒星的位置。”

“嗯，安提基特拉机械的功能还是蛮丰富的。”

“最后，Price 写作了 70 页的文章，*Gears from the Greeks*（《古希腊的齿轮装置》），于 1974 年发表。那时人们已经知道，安提基特拉机械是最古老的齿轮机械，也是幸存的最复杂的机械。Price 的发现融合了天文学知识、数学理解和机械技巧，这些东西只有到了文艺复兴时代才能与之媲美。Price 认为，这些知识导致了后来欧洲的技术爆发，并引发了现代文明。”

“Price 的文章引起了什么反响？”

“哦，今天的时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”

“再见！”

4.4 神秘的逆行

一周以后，我和他又见面了。

“上次我们说到 Price 教授扫描了安提基特拉机械的内部，发表了长达 70 多页的研究论文。”我说。

“那 Price 的文章对其他人产生了影响吗？”他问道。

“Price 的文章对一个年轻人产生了巨大持久的影响。这个人远在英国，他是 26 岁的 Michael Wright. 他读到了 Price 长达 70 页的文章后，对此产生了浓厚的兴趣。”

“他是做什么的？”

⊙ 新的质疑

“Michael Wright 在伦敦科学博物馆工作，负责博物馆的工业革命时代的机器。当 Wright 读到 Price 那篇著名的文章时，他还仅仅是一个 26 岁默默无闻的小馆员。他读了文章后非常兴奋，这么一台出自于 2000 多年前的古希腊之手的机械，却比他研究过的所有古代机械，甚至近代机械都先进、都迷人！虽然如此，他读完 Price 的论文后，却并不完全同意 Price 文章的观点。”



图 4-14　伦敦科学博物馆的 Wright

“是吗？比如说……”

“例如，Wright 认为安提基特拉机械似乎没有必要使用如此复杂的差速齿轮来实现如此简单的月相指示。以他担任科学博物馆工业机器馆员的经验看，只需要一组简单的普通齿轮就可以做得到显示月相。”

“哦。”

“最让 Wright 感到疑惑的是，为什么安提基特拉机械要用一个非常复杂的差速齿轮来实现月相的计算？他在伦敦科学博物馆工作时见到一些类似的实现月相计算的机械，经验告诉他，这其实可以用非常简单的固定齿轮实现。”

“也就是说，Wright 认为没必要舍近求远？”

“对。还有，Price 曾认为后部的上半部分是用来显示四年周期。可是为什么要用一组非常复杂的齿轮和五个同心圆来实现这么简单的功能呢？这些都让 Wright 感到疑惑。”

“嗯。”

“Wright 认为，Price 的文章所揭示出来的秘密还远远不够，仍有许多未解之谜。一次偶然的机会，Wright 和 Price 相遇了。那是 1983 年，Price 已经 60 多岁，来伦敦科学博物馆参观新发现的 Byzantine（日晷）。而这时 Wright 还没有开始研究安提基特拉机械，而他们会面两周之后，Price 就去世了。”

“真遗憾，两人没有真正深入讨论安提基特拉机械。”

“这事之后，Wright 知道自己这辈子最想做的事情就是亲自去雅典研究安提基特拉机械。但是他没有时间，也没有钱。过了一段时间，机会终于来了。”

⊙ 合作伙伴

“什么机会？”他问道。

“Wright 工作的博物馆里来了一个澳大利亚的访问学者，Allan Bromley。他是悉尼大学计算机系教授，出身于天文物理学。他对古代机械计算机非常感兴趣”。我说道。

“真是巧合。”

“于是两个人熟知以来，Wright 向他介绍了他感兴趣的安提基特拉机械。这个机械不同于 Bromley 研究的数字式的计算机械，安提基特拉机械是模拟计算，输出结果不是一串离散的数字，而是连续变化的角度。”



图 4-15　澳大利亚的 Allan Bromley 教授

“嗯，同意。那 Bromley 对安提基特拉机械感兴趣吗？”

“Bromley 也熟知模拟机械计算机，但是他从来没有听说过安提基特拉机械。这个神秘的机械也许代表着计算传统的开端，人们第一次尝试着使用机械装置来解方程并且把结果显示出来。Bromley 觉得他应该就是揭开安提基特拉谜底的那个人。于是他和 Wright 联手，打算解开这个谜团。可是 Price 留下的 X 光图片并不多，他们需要研究实物才能揭开更多的谜底。”

“所以他们要拿到进入博物馆的许可才行？”

“对，1990 年 1 月，二人获得了雅典国立考古博物馆的许可，可以进入博物馆研究安提基特拉机械。他们飞到了雅典，开始了研究。

“他们有什么进展？”

“这时博物馆有了一个新的收获：1976年在地下室里发现了一个新的碎片E。这让 Bromley 和 Wright 对前景感到乐观。但是他们知道，要想解开更多的秘密，就一定要能看到更多的机械内部构造。”

“嗯，有了新的技术和仪器才会有新的数据。”

⊙ 洞察之眼

“这时，又有一个机遇来了。他们注意到一种新的 X 光扫描技术，叫作线性断层成像（linear tomography），这项技术最早应用于世界大战期间医生定位体内的子弹的位置。只要稍微修改一下，改变 X 光机的聚焦点和角度，就可以呈现出被照射物体内部不同深度的景象。这种技术可以显示出机械内部不同深度的构造。”我说道。

“看来机遇还是挺垂青他们的，至少他们比 Price 幸运多了，Price 可是等了十几年才等到了美国橡树岭实验室的 X 光技术。”他说道。

“Bromley 和 Wright 搭建了一台这样的 X 光机，亲自测试成像效果，实验取得了初步成功。”

“后来他们进展速度如何？”

“他们回到雅典，用新方法扫描。Bromley 和 Wright 都有自己的工作，只能利用积累的年休假前往雅典扫描。经过了三个寒暑假，扫描工作结束，他们从各个角度扫描了机械，认为无论是数量还是质量都已经足够完美，最后得到了 700 多张图像。”

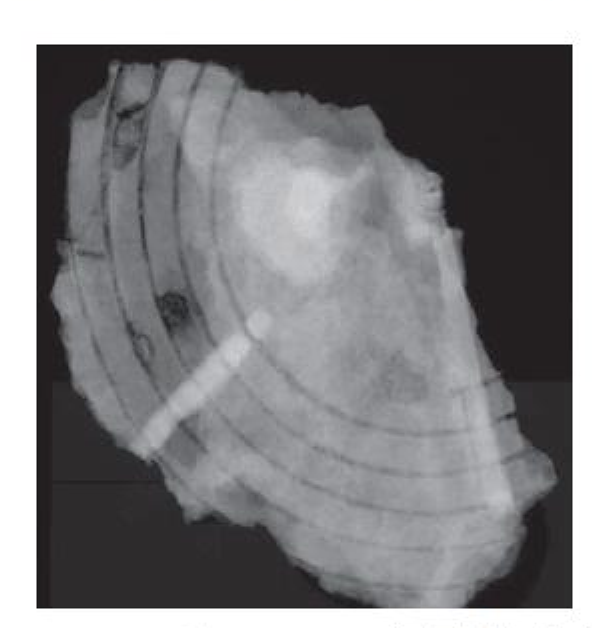


图 4-16 Bromley 和 Wright 得到的安提基特拉机械的 X 光图片

“拿到了这么多张图像，可以开始分析了吧？”

“嗯，Wright 回到伦敦，开始分析这些照片。他夜以继日地思考，做出了一个大胆的假设：他认为在前面板上曾经有很多齿轮，用来模拟和指示行星的运动。”

⊙ 神秘的逆行

“这个见解以前 Price 没有提到过吧？为什么 Wright 能提出这样一种大胆的假设？”他问道。

“Wright 在伦敦科学博物馆工作期间就知道，有一种齿轮组可以模拟行星的运动。这组齿轮有一个输入，一个输出。只不过这个输出不是匀速的转动，当一个小轮子绕着中心轴旋转时，输出转速时快时慢。这种齿轮组和叫作本轮。”我说道。

“这种时快时慢的齿轮有什么用处呢？”

“这刚好可以模拟太阳系行星的椭圆形轨道！还记得开普勒定律吗？行星在椭圆形轨道的近日点运行快，而在远日点运行慢。虽然古希腊人不知道行星的轨道是椭圆形的，但是这种齿轮刚好与观测的结果最为符合。”

“看来理论有时候也晚于技术出现。不过我有一个问题，我记得古希腊人认为所有星体的轨迹都是标准圆形，因为圆形最完美。但是实际上，太阳、月亮的轨迹并不完全是圆形。怎么用完美的圆形来产生椭圆形的轨道呢？”他问道。

“这难不倒希腊人，他们在圆形的轨迹上又叠加了一个新的小轮子，二者叠加

后就会产生椭圆形的轨道。”

“我很难想象出来，能举个例子吗？”

“比如，一个小球按照标准的圆形轨道顺时针旋转，同时它也绕一个小圆顺时针旋转，那么当两种运动同方向时，从外部看小圆的速度更快，而当二者的运动方向相反，则小圆的速度变慢。”

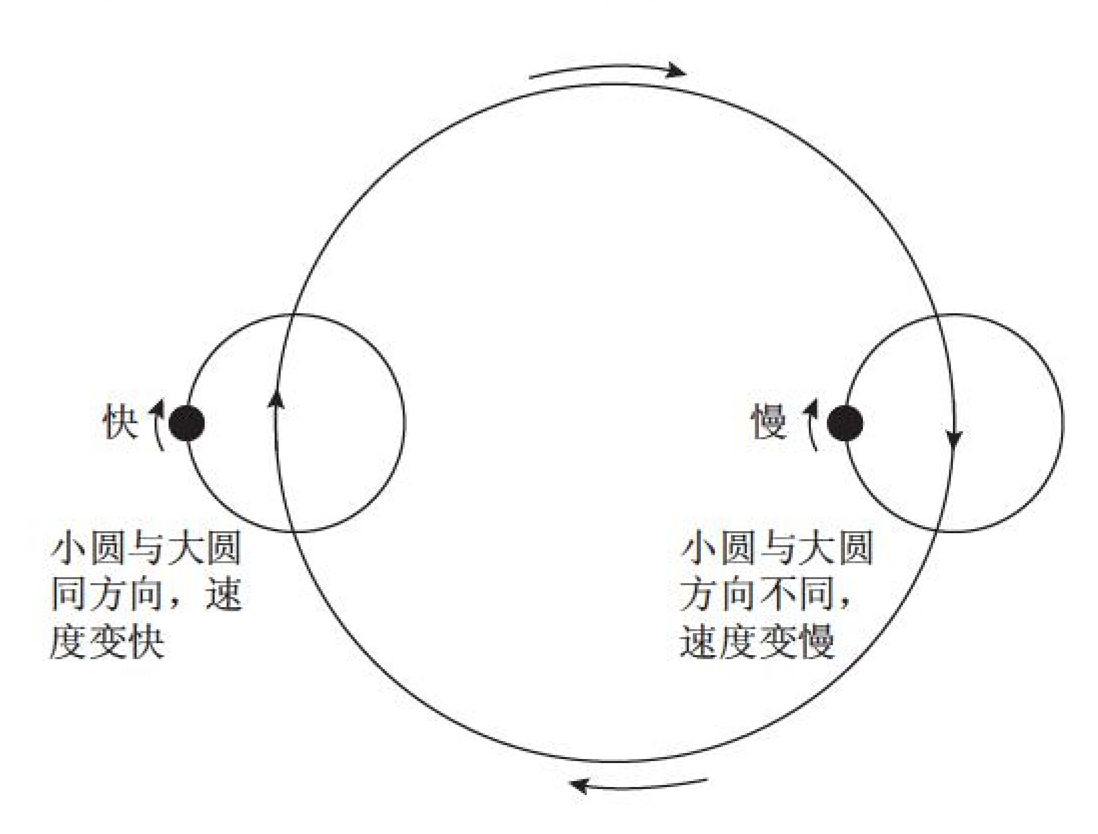


图 4-17　在圆形的轨迹上再叠加一个新的圆形轨迹，就会出现时快时慢的运动速度

“是谁想出这么妙的主意的？”

“这个思想最早是古希腊的 Apollonius 提出来的。我们现在知道，我们在地球上看到的行星的轨道，实际上是行星本身的运动和我们地球运动叠加后的结果，所以**行星在我们看来时快时慢，甚至会逆行一段**。而古希腊的智者雄心勃勃，想把我们看到的天上的行星的实际运动轨迹在这样一个机械装置中用一个时快时慢运动的小球模拟出来。”

⊙ 大胆的想法：地球是动的

“哇，这可真是一个大胆的想法。即使是现代人，也不是那么容易做出来。那古希腊人是怎么做的呢？”他问道。

“比如，要模拟水星的轨道，我们需要一个大的旋转台子来模拟地球绕着太阳的运动（或者从地心说的角度，太阳绕地球的运动），然后我们需要在这个旋转台子上再装一个小的齿轮来模拟水星绕太阳的运动。这样，二者的运动叠加，我们就会得到小齿轮（水星）相对于大旋转台子（地球）的运动，这和真实观测的天象十分吻合。”我说道。

“这个想法真是太妙了！可是，我还有个问题：大旋转台子的速度很容易知道，就是地球绕太阳一周，也就是一年。可是，怎么确定小齿轮（水星）的运转速度呢？”学生问道。

“你想想，应该能想出来。”

“哦，给我点时间……是用齿轮比吗？”

“详细说说。”

“我们之前讨论过，地球和水星的公转周期比大约是 4 ∶ 1，只要知道了地球的周期，再用 4 ∶ 1 的齿轮就可以得到水星的运转周期。”

“嗯，没错，你的悟性不错。只要知道了水星和地球的公转周期之比，就可以模拟水星的实际运动，包括时快时慢甚至逆行。而五大行星的公转周期是很容易观测出来的。”

“嗯，理论上这是可行的，也符合当时希腊人的数学知识和对宇宙的认识。可是能在安提基特拉机械上找到这样一种齿轮的证据吗？”学生问道。

“你说得对，要是 Wright 能找到这样

一组齿轮，就可以证明这个机械装置可以用来模拟行星的运动。Wright 从 Price 的文章里读到，在四臂大轮上有一些固定的方形的伸出来的小柱子，Wright 推测这正是本轮所需要的转轴。我们最初提到的十字形的四臂大轮就是那个大旋转台子，正是它带着小柱子上面的小轮子旋转来模拟水星和金星的运动！”

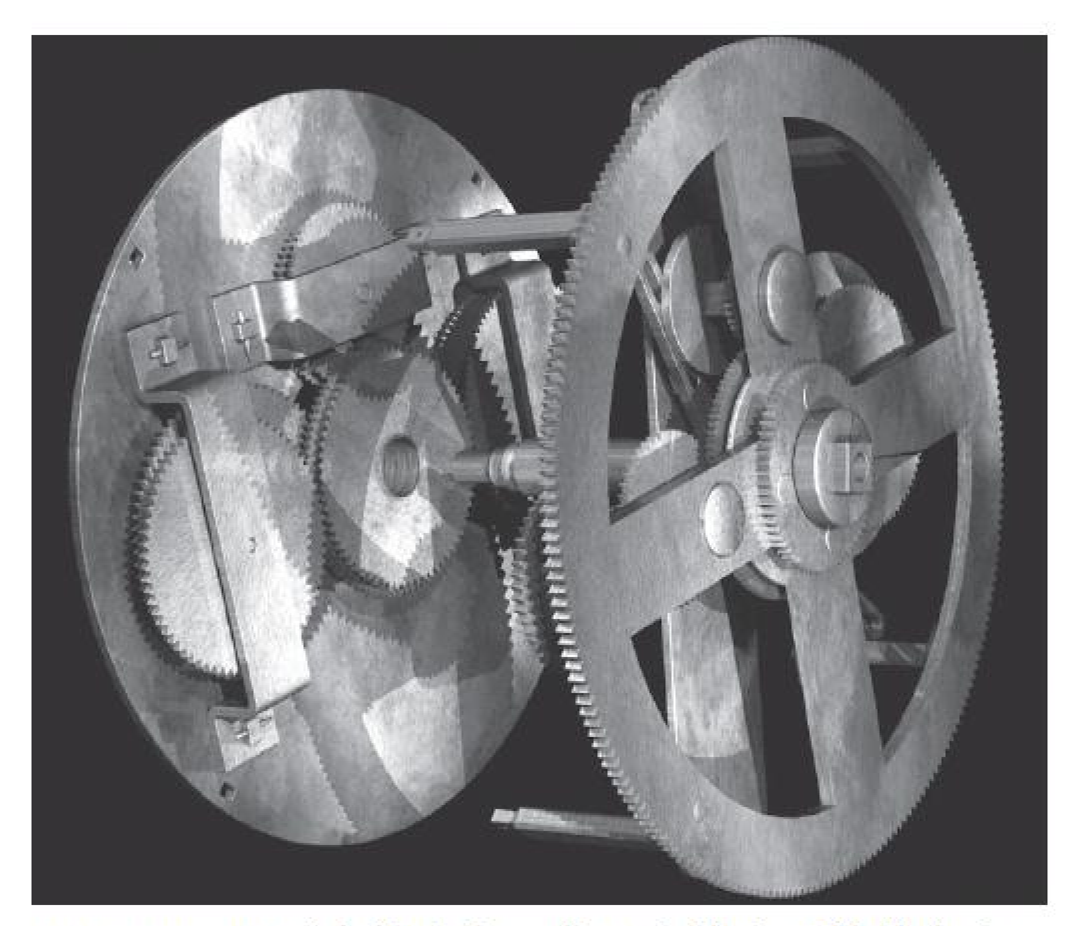


图 4-18 四臂大轮上有一些固定的方形的伸出来的小柱子，Wright 推测这正是模拟行星运动所需要的转轴

“真是太棒了。那除了金星和水星，其他行星的运动也可以用这种方法模拟吗？”

“不是，对于地球轨道以外的其他行星，情况有些复杂，但是 Wright 想到了一个新主意，并把结果发表在 2001 年在希腊举行的一个会议上。”

“后来呢？”

“接下来 Wright 动手制作这样一个手工模型，希望用它演示安提基特拉机械的运行。但是还有一个问题没有解决。”

“什么问题？”

“古希腊人已经知道月亮和太阳运转的速度并不是匀速，而是在变化。虽然希腊人认为所有星体的轨迹都是圆形，但是他们发展出本轮或者偏心圆的理论来解释这些。虽然月亮和太阳围绕着地球做圆形的轨迹上运行，但是它们的圆心稍稍偏离了地球。那么在一端，太阳或月亮离地球稍近一些；而在另外一端则离地球更远。这样 Wright 就能模拟太阳和月亮的椭圆形轨道了。”

“嗯，有道理。”

⊙ 月相之谜

“然后 Wright 开始研究安提基特拉机械的后半部分，不过这时他听说他有了竞争对手。”我说道。

“哦？这人也是一位科学家？”他问道。

“确切地说是一位数学家兼纪录片制片人 Tony Freeth，以及天文学家 Mike Edmunds。Tony Freeth 是一位数学家，但是他发现用影像的方式制作的纪录片能更好地向公众展示科学的神奇，所以他兼职做纪录片的制片人。和 Wright 一样，Freeth 和 Edmunds 也是英国人，他们正在为进入博物馆研究安提基特拉机械做准备。”

“这时 Wright 感受到了竞争的压力？”

“对，他必须加快研究速度。但是他工作的伦敦科学博物馆规定他不能利用工作时间做自己的私人研究，他只能利用业余时间和休假时间研究。他仔细研究了所有的 X 光照片，并且在 2003 年发表了一些

成果。”



图 4-19　Tony Freeth（左三，数学家、制片人），Mike Edmunds（左二，天文学家），Yanis Bitsakis（左一，科学史、物理学家），Alexander Jones（科学史、哲学家）

“Wright 有什么发现呢？”

“他发现，在后面板的上半部有一个像螺旋的形状，有 5 圈，每个圈分成 47 份，总共是 235 份，刚好是默冬周期的 235 个朔望月。他还发现有一个分成 4 份的小拨盘。他猜测应该是代表 Callippic 周期，因为它刚好包含 4 个 19 年的默冬周期，也就是 76 年。因为每年大约 365 又 1/4 天，那么 Callippic 周期的 76 年消除了麻烦的 1/4 天。在前面板，除了有指示日期和地球位置的功能，Wright 认为还有一个功能，就是月相的指示。”

“指示一个朔望月的月缺月圆？这神奇得有些不可思议了！”

“对，Wright 推测应该有个用象牙做的小圆球，一半涂成黑色，另一半是白色。它旋转时，白色部分全部露在外面就是满月，露一半就是半月，露出的都是黑色就是新月。”

“这真是一个精巧的设计。可这是怎么实现的呢？”

“Wright 认为一定不是通过 Price 提出的差速齿轮，而是一种类似本轮的齿轮。”

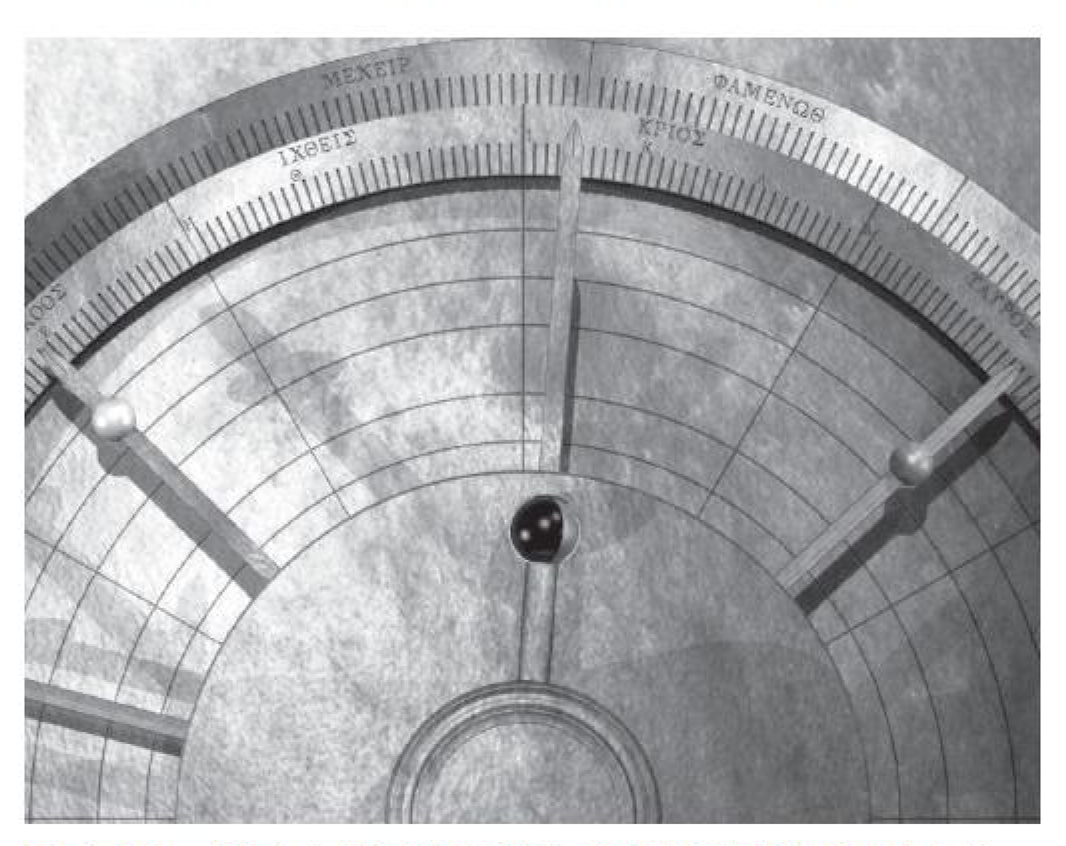


图 4-20　Wright 推测应该有个用象牙做的小圆球，一半涂成黑色，另一半是白色。它旋转时，白色部分全部露在外面就是满月，露一半就是半月，露出的都是黑色就是新月

“Wright 怎么这么肯定呢？”

“因为 Wright 对近现代机械装置里的月相指示很熟悉，而这种类似本轮的齿轮在文艺复兴以后很常见。”

“那在安提基特拉机械上 Wright 也发现了类似的齿轮吗？”

“嗯。经过仔细观察，Wright 在我们刚才说的大旋转台子上发现了一个双齿轮系统，一个齿轮坐落在另一个齿轮上，几乎是正对着，但实际上圆心偏移了一点点。底下的齿轮应该有一个突出的插销，嵌入到上面的齿轮的槽里面，这样下面齿轮的运动会带动上面齿轮。由于两个齿轮的圆心有些微偏移，所以下面齿轮的插销会在槽里向上或向下移滑动，从而离开或者朝

着上面齿轮的中心移动，这样就会让它的旋转速度发生时快时慢的波动。”

“哇！这真是太精巧了，又一次惊到了我。”

“Wright 在其他天文钟里看到过类似的装置，这是为了模拟行星在椭圆轨道上速度的变化。在古希腊时代，没有人能够用数学方法描述行星的椭圆形运动，但是古希腊人 Hipparchus 确实在方程里使用了这种速度的波动来描述太阳和月亮的运动。”

“这是一个令人鼓舞的发现吧？”

“对，这支持了 Wright 的观点，他认为这些插销和槽是用来模拟前面板上月亮和太阳的变速运动的。但与此同时，Wright 的竞争对手也马不停蹄地工作着。”

⊙ 竞争开始了

“哦，是吗？他们在做什么？”他问道。

“此时，Freeth 和 Edmunds 提出了庞大的国际合作研究计划，经过 5 年游说，他们终于说服了雅典方面同意他们进入博物馆对安提基特拉机械进行新一轮的扫描。”我说道。

“Wright 必须争分夺秒了。”

“是的。经过不懈努力，Wright 在 2005 年 10 月来到雅典，带着他的最新制作的手工模型，演示了它的工作。他已经研究了 20 多年，从一个 20 多岁的小伙子变成了一个在安提基特拉机械研究方面的权威。他在会议上演示了他制作的模型，这成了本次会议的高潮。恰好 Tony Freeth 和他的团队也在雅典对安提基特拉机械进行扫描，他看到了 Wright 演示的模型，然后就回到了伦敦。他的合作伙伴们正忙碌着，整理数据，一场新的竞争就要开始了。虽然 Wright 发表了最新的发现，但是 Tony Freeth 还是充满信心，因为他们有了一个撒手锏级的发现。”

“什么发现？”

“博物馆此时发现了一块新的安提基特拉机械的碎片！ Tony Freeth 的团队对这个新碎片进行了扫描。”

“哇！究竟鹿死谁手还不一定呢！这下有好戏看了。”

“嗯，今天的时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见！”

4.5 月相的变化

一周以后，我和他在同一餐厅碰面了。

“上次我们聊到 Wright 有了竞争对手，他们是数学家 Freeth 和天文学家 Edmunds。”我说道。



图 4-21　谷歌 2017 年 5 月 17 日为纪念安提基特拉机械的发现而做的涂鸦 logo

“他们有什么发现？”他问道。

“但当 Freeth 开始阅读 Price 论文的时候，他发现论文里有很多可疑之处。Freeth 同 Wright 一样，也质疑 Price 用非常复杂的齿轮组合来完成简单计算的做法，因为这不符合越简洁越好的工程设计原则。”我说道。

“如果不是像 Price 设想的那样，古希腊人想让这个机械实现什么功能呢？”

“嗯，Freeth 想弄清楚这个机械装置究竟是做什么的。他越思考、就越投入、越迷恋，甚至变得有些心神不宁。作为一个数学家，Freeth 认为机械设计的背后是一定是数学，他必须解开这背后的数字之谜。但是为了弄清楚数字，他必须得到更清晰的机械内部图像。”

“哦，绕了一圈，又回到了原来的问题上。”

⊙ 新的扫描成像技术

“嗯，幸运的是他想找到一种更加清晰可靠的成像方式。Freeth 读到了两篇关于图像技术的学术文章，一篇是在 *Nature* 上，一篇在 *New Scientist* 上。在 *Nature* 的封面上，一张彩色图片展示了一条金鱼清晰可辨的内部器官。”我说道。

“哇，是怎么拍的？”他问道。

“作者声称使用了一种断层 X 射线扫描技术，有点类似医学 CT。Freeth 联系到了一家可以做这种断层扫描的公司 X-tek，他们答应帮忙扫描安提基特拉机械。”

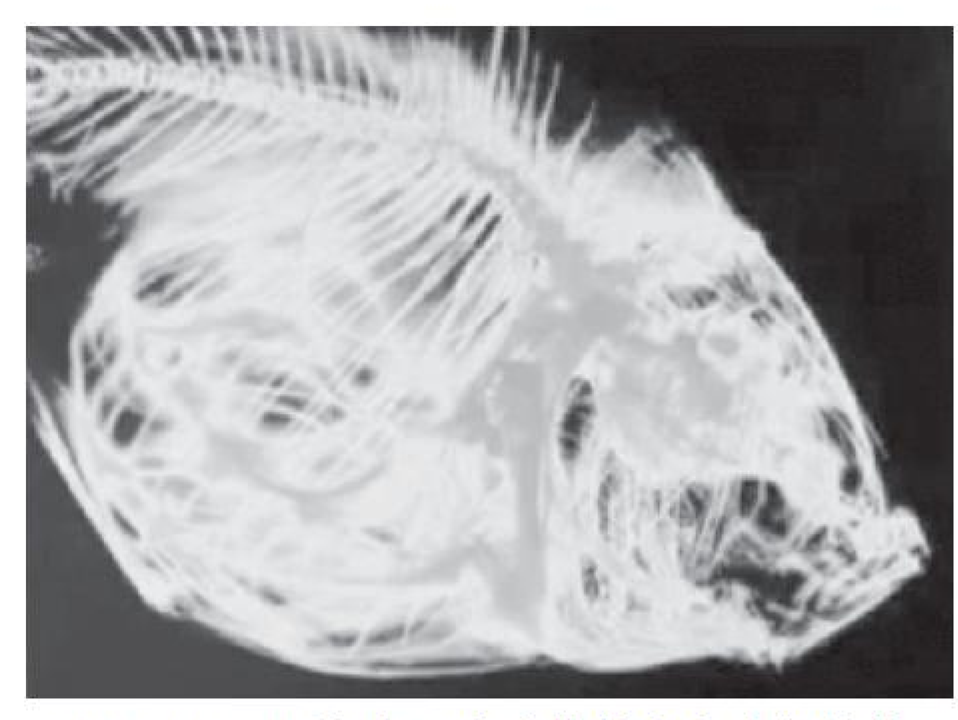


图 4-22　用特殊 X 光成像的金鱼内部结构

“那 Freeth 读到的第二篇文章呢？”

“第二篇文章来自于 *New Scientist* 杂志，这种技术能够帮助辨认远古时代已经模糊不清的文字，例如，古巴比伦的刻在泥板上的楔形文字，它能把模糊的图像转变为轮廓清晰的字符。就像羊皮纸写了之后又擦洗掉，仍遗留了痕迹，这些机械上的铭文虽然历经腐蚀，但是仍然留下了细微的痕迹。”

“哦，它是怎么做到的呢？”

“这个仪器在不同角度对模糊的文字进行照射，采集反射回来的光线，把不同角度得到的图片进行了数字计算和处理，就可以创造出一种非常逼真的物体的图像。它需要 50 个灯泡阵列来照射物体，每个灯泡逐次开启，获得不同角度反射回来的不同强度的光。然后把这些图像输入计算机，由软件处理。Freeth 给惠普公司主管写信联系询问，经过一番波折，惠普公司也同意加入。”

“嗯，还算顺利。”

“工欲善其事，必先利其器。现在 Freeth 有了两个利器，一个技术可以得到机械内部清晰的图像，另一项技术可以解读之前看不到的机械表面的文字。”

“这下 Freeth 可以去扫描机械了吧？”

“还不行，他们还需要得到博物馆方的进入许可。经过五年的漫长争取，博物馆最终只给了 2005 年 9 月份的两周时间供他们扫描。”

“哦。”

⊙ 困难重重

“这时距离进入博物馆只有短短 4 个月的时间了，但 X-tek 公司的扫描设备却出了问题。”我说道。

“怎么了？”他问道。

“X-tek 的原理是要发射一束高能量的 X 射线，X-tek 公司最高可以做到 225kV，但是他们发现，要保证安提基特拉机械图像的清晰度，所需的能量是现有最大能量的两倍，也就是电压翻倍，而这样的机器当时根本不存在！”

“为什么需要这么大的能量？”

“因为他们使用了一种微焦距的 X 射线 CT 技术。一般的医学图像需要 70kV 的电压，这是保证辐射的安全剂量。但 X-tek 可以产生更高的电压来提高精度。例如，把手放到一支蜡烛前，会在墙上有个模糊的影子；但如果把手放在一个很强的射灯前，影子边缘会非常清晰。”

“原来如此，所以需要更高能量的 X 射线？”

“对。你记得以前我们讨论祖冲之和郭守敬测量日影时，冬至时影子比较模糊，郭守敬发明了‘景符’来使光线聚焦，从而使得影子边缘更加清晰吗？ X-tek 公司是通过增大电压的方式让能量聚焦，图像更清晰。”

“还有没有其他办法让影像更清晰？”

“光源越小，影子越清晰。你还记得郭守敬为了提高测量日影的精度，在圭表上架设一根横梁。因为太阳本身不是一个无限小的点，而是一个圆盘，太阳的上边缘和中心点的影子是不同的，会造成重影和测量误差，所以郭守敬用一个很细的横梁作为参照，就可以避免太阳本身的发光

面积引起的重影。”

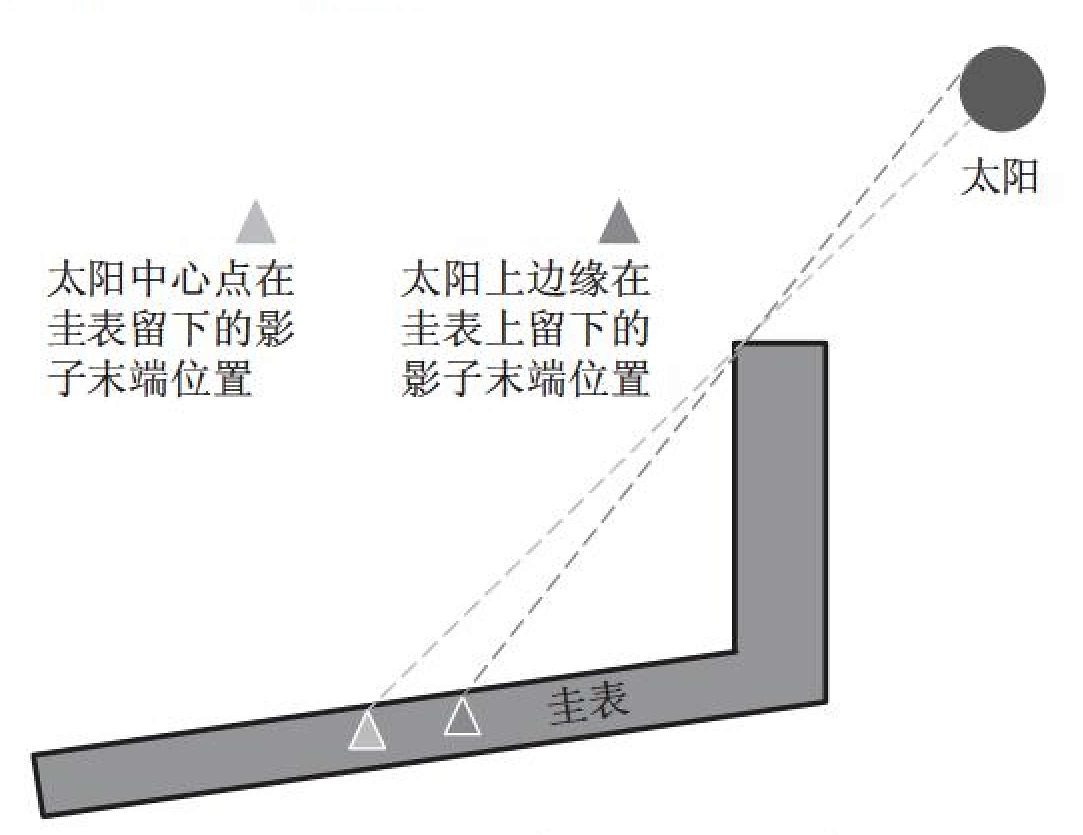


图 4-23　郭守敬为了提高测量日影的精度，在圭表上架设一根横梁。因为太阳本身不是一个无限小的点，而是一个圆盘，会造成重影和测量误差

“嗯，我想起来了，那 X-tek 公司也要面对同样的问题，他们是怎么解决的呢？”

“在郭守敬的例子里，他没有办法改变太阳的大小，所以使用了横梁；但在 X-tek 面对的问题里，他们是可以改变 X 射线光源的大小的，只要把发光源做到很小，只有几个微米，也就是 1 毫米的千分之一，这样就不会有重影了。”

“有意思，古人和现代人面对的是同样的问题，但都因地制宜、提出了不同的解决思路。”他露出了喜悦的微笑。

“所以我们才花这么多时间来讨论古人，**因为他们比我们更早就面对了这些问题，甚至还提出了非常有创意的思路。**”我靠在椅子上说道。

“嗯，同意，古人的智慧是一座宝库。”

“为了让影子更清晰，还需要更强的光源，这也是 X-tek 公司最急迫的任务，要把电压翻倍，提高到 450kV。”

“X-tek 能做到吗？”

“既然不能直接产生 450kV 的电压，那能不能把一个正 225kV 和一个负 225kV 电压串联在一起组成一个 450kV？只要把两个发射源背靠背地放置，一个输出正电压，另一个输出负电压，最终把两个电压合在一起，就是二倍的电压。可是说起来容易，做起来难。”

“为什么呢？”

“负电压很容易实现，但是正电压实现起来却异常困难。他们要重新设计一个电子枪，一个高压发生器，一个新的控制器既能单独控制两个电压又能让它们并排运行，还有其他人帮忙设计软件。”

“时间来得及吗？”

“马上就到扫描的日期了，Freeth 还在焦急地等待 X-tek 的新机器。九月到了，X 光机仍旧没有组装好。此时 Wright 已经发表了一些新的研究成果，他正有条不紊地解决一个又一个难题。留给 Freeth 的时间不多了，他担心当他们开始进入博物馆研究时，已经没有什么问题留给他们解决了。”

“那惠普公司的图像系统呢？”

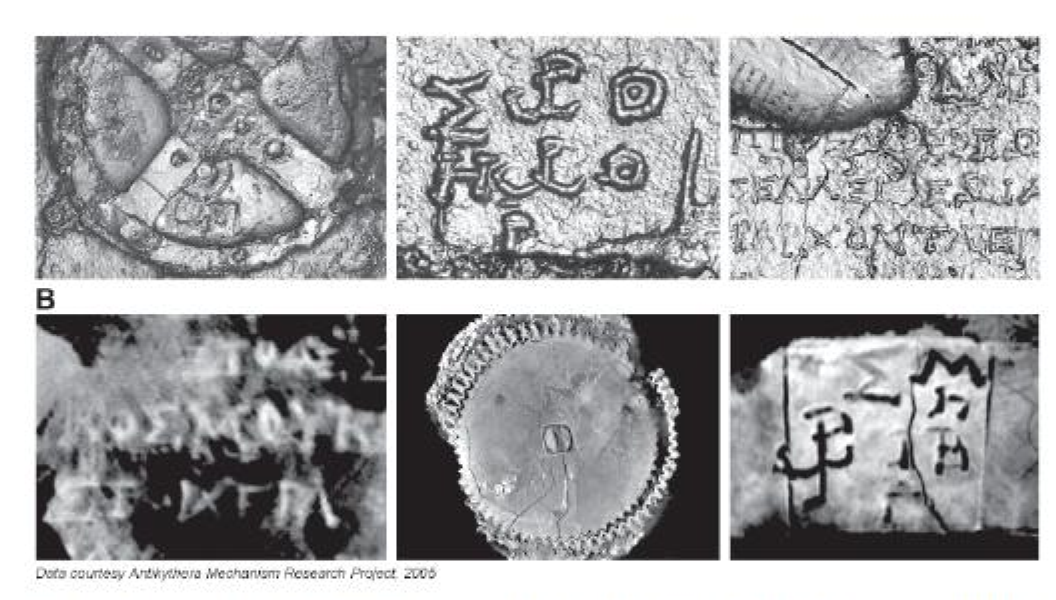


图 4-24　经过惠普公司的图像系统处理后，机械表面的铭文变得非常锐利清晰

“哇，这些图片拍得太锐利了，连笔画的细节都那么清晰！安提基特拉机械的表面不再有秘密可言了，只剩下内部结构了，那 X-tek 公司做得怎么样了？”

“X-tek 团队仍然在半夜里忙碌着，幸运的是，Freeth 说服了博物馆在 10 月份给他们额外两周时间。”

“哦，还有希望。”

“离 10 月越来越接近了，可是顽固的高压发生器仍然不能正常工作。绝望之下，X-tek 的一个工程师把 X 光机的电缆拔掉，再重新插上。突然一声爆响，像是开枪的声音，一个大火花，电缆烧毁了，所有人吓了一跳！”

“哇，出了什么故障？有人被电到了吗？”

“庆幸的是没有人受伤，工程师们都围了过来：奇怪，怎么会有这么大的电压，仔细查看发现有个电阻不小心接错了，所以电压的读数比正确数值小很多，这意味着实际的电压本身就已经很高，达到了 450kV。这样当第二个期限到来时，他们终于调试好了机器。”

“哦。接下来顺利吗？”

“接下来他们把想尽一切办法把这台 9 吨重的大家伙运到了雅典，动用了卡车、轮船和警察封路，这些暂且不说。最后马不停蹄地连线、组装、调试，一切 OK。”

⊙ 屏住呼吸

“终于可以开始扫描了吧？”他问道。

“嗯，研究人员小心翼翼地把安提基特拉机械碎片固定在一个缓慢旋转的台子上，一小时才转一圈。一圈拍 3000 多张图片。接下来，计算机花费了一个小时来处理图像，最后工程师把图像显示在一台计算机屏幕上，周围站满了伸长脖子、望眼欲穿的研究人员。”我说道。

“结果怎样？”

“房间里一片寂静。首先出现的机械表面的图像，一切正常。但最关键的是内部的图像。接下来工程师缓缓切入到机械内部。起先图像有些模糊，但是突然出现了一个非常清晰锐利的齿轮图像，就像是风把流沙吹走了，从沙堆里冒出来一组精美的齿轮，接着是更深处的齿轮组。它们排好队，依次在不同的位置显露出真容！团队爆发出一阵热烈的掌声和欢呼声。”

“这一刻值得庆祝！”他说道。

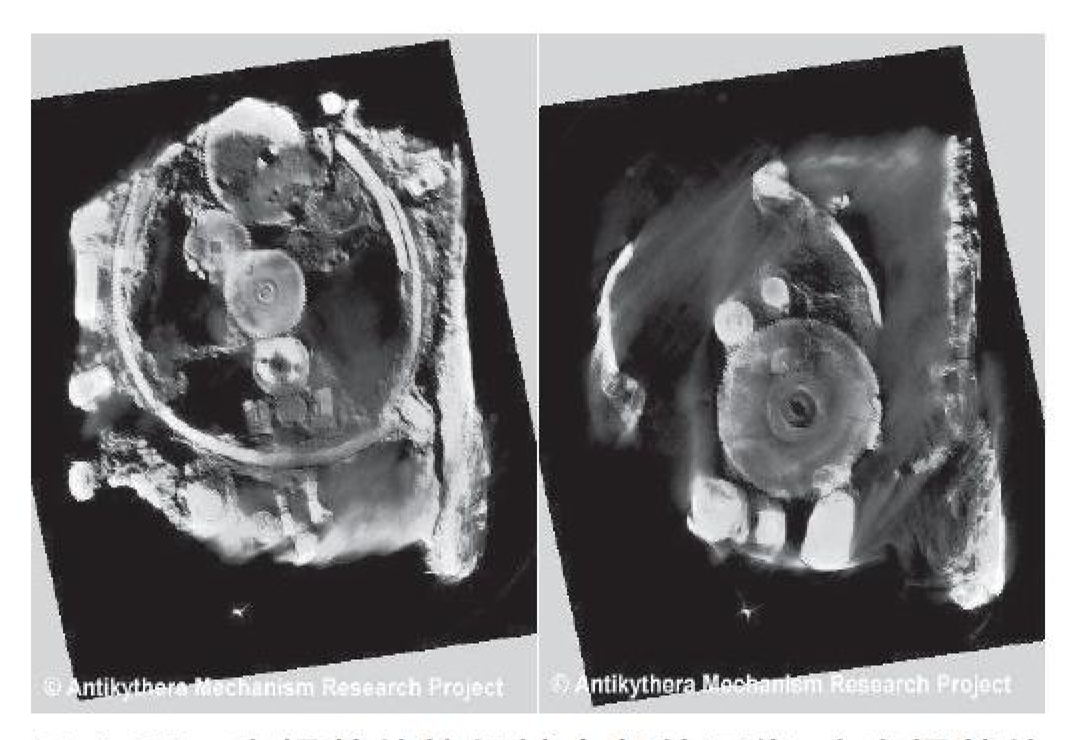


图 4-25　安提基特拉机械内部的图像（安提基特拉机械项目网站）

“Freeth 觉得一刹那间和这个机械建立了某种联系，甚至是和研制机械上的古人建立了联系。”我说道。

“那机械内部情况是怎么样的呢？”

“内部的金属结构并不像研究人员想象的那么复杂，有些稀疏。每一个齿轮，手柄，插销都历历在目，清晰可辨，细节令人窒息。团队尽可能地不停工作。”

“有什么新发现？”

“与以往的成像不同，这次CT成像显示出大量隐藏的铭文。每次扫描产生36G大小的数据，最后他们得到了1T数据。铭文是用希腊文写的，一位希腊研究人员Yanis负责解读铭文。为了解读机械上的文字，他拍照然后检测不同的波长或颜色。”

⊙ 新的解读

“解读出什么？”他问道。

“首先解读出来的是一个词：SPIRAL，意思是螺旋。研究人员猜测，这些铭文实际上是安提基特拉机械的操作指南或使用说明书。他们很兴奋，这证明了Price之前认为的这些是同心圆是错误的，应该是螺旋。螺旋分成235份，代表默冬周期19年中的某个月，用来补充指示日期的前面板。因为后面板可以指示出这是19年中的哪一年和哪一个月。”我说道。

“还有什么发现吗？”

“前面板新发现的文字有水星和金星，意味着它有指示行星的功能。后面板上的文字有19、76，这应该是默冬周期以及四个默冬周期。后面板下部有数字223，还有神秘的8和16。在碎片D上有字母ME，这代表什么意思，是默冬吗？还是制作人的首字母？研究人员一时还不清楚。”

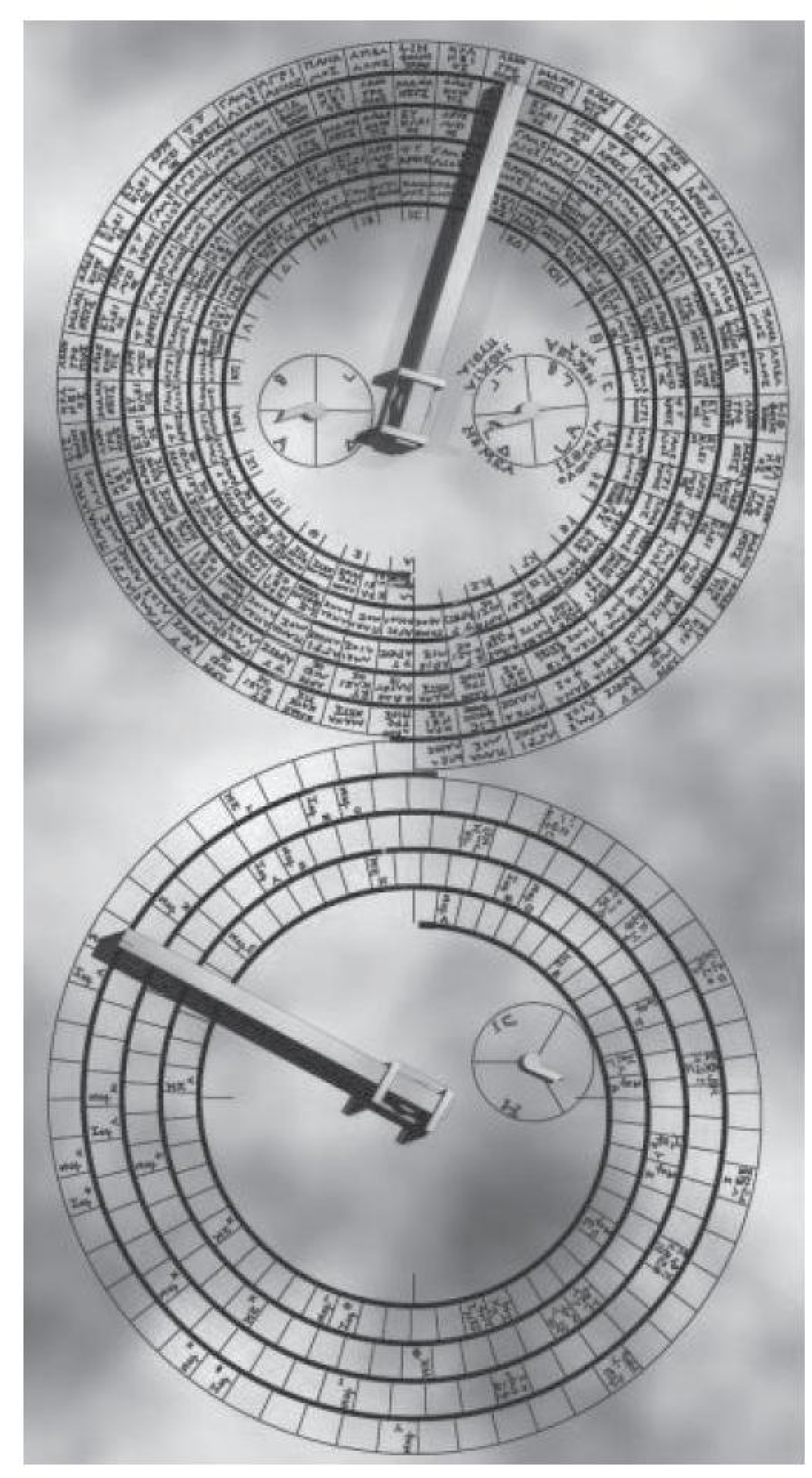


图4-26　机械后面板的圆圈不是同心圆而是螺旋，上下各有一个

“但这次识别出了很多新文字吧？”

“对，最终识别的文字比以前翻了一倍，达到了2000个。”

⊙ 最后的秘密

“除了文字识别，研究团队还在研究什么？对了，不是新发现了一个碎片吗？”

他问道。

“对。这个新碎片被命名为F，这个碎片上显示了后面板的下半部分也是一个螺旋，经过仔细计算，这个螺旋被分成了223份，而不是Wright此前认为的218份。”我说道。

“这有什么意义呢？”

“还记得我们说过的沙罗周期吗？每过一个沙罗周期，太阳、地球和月亮的相对位置就重复出现，所以日食和月食也重复出现。每个沙罗周期是223个朔望月。”

“哦，这意味着它可以预测日食和月食的发生？”

“很有可能！当然这种说法要在安提基特拉机械上找到相应的证据才行。我们先回顾一下日食和月食是怎么发生的。以月食为例，它总是发生在满月时，也就是所谓的望日，所以每两个月食之间的天数一定是朔望月（29天半多一点）的整数倍。”

“嗯，同意。”

“同时，太阳在黄道面上运行，月亮在白道面上运行，要想让地球刚好处于太阳和月亮之间、挡住月亮发生月食，就要黄道面和白道面刚好相交才行，相交会产生两个点，每两次经过相交点所需的时间是一个交点月，是27天多一点。所以每两个月食之间的天数一定是交点月的整数倍。”

“对，我想起来了，我们以前说过。”

“经过一段时间，恰好是整数倍的朔望月和整数倍的交点月，月食就会重复出现。这个时间就是沙罗周期。所以，沙罗周期一定是整数倍的朔望月和整数倍的交点月，而满足这个条件的恰好是223个朔望月或242个交点月，即223**个朔望月**=242**个交点月**。”

“我记得沙罗周期还有个特点，它不是天数的整数倍，而多了1/3天。”

“没错。沙罗周期是6585又1/3天。这意味着下一次‘食’比上一次延迟8个小时。所以古希腊人提出了把三个沙罗周期拼起来，组成一个54年的周期。这样的周期包含的天数就是整数。所以知道了这个规律，我们甚至可以预测月食发生的时刻，而不仅仅是哪一天。这个机械的奇妙之处在于，一个人即使不懂天文，他只要摇动日期，也可以得知多久之后的某一天某一时刻有日食和月食。”

⊙ 总有惊喜

“可是怎么把日食、月食出现的日期和时刻显示出来呢？”他问道。

“这是个好问题。我们刚才说了机械后面板的下半部分也是一个5圈的螺旋，分成223个小格子，每个格子就是一个朔望月。有些小格子旁边写了字符，经过推断，字母Sigma代表SELENE，意思是月亮，表示这个月有月食，字母H代表HELIOS，意思是太阳，表示这个月有日食。日食总是发生在朔日，而月食总是在望日，所以日食、月食发生的日期就确定了。”我说道。

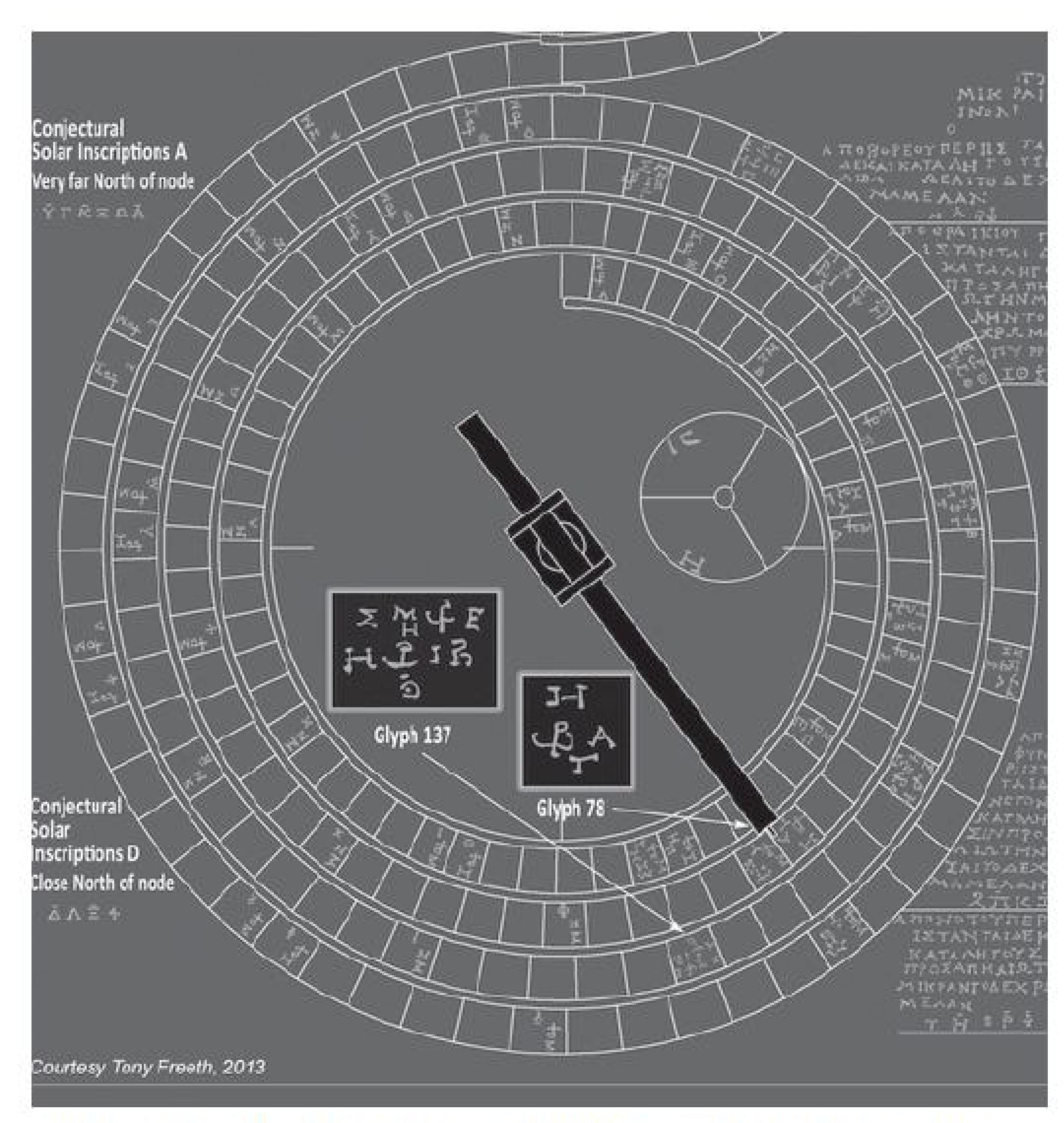


图4-27　机械背后的下半部分的螺旋分成223份，用来指示沙罗周期

“那发生的时刻呢？”

“小格子上还有一个符号 Omega 或者 P，代表小时，而后面紧跟的数字表示日出后多久出现日食、或者日落后多久出现月食的时刻。”

“哇，真神奇。可是，沙罗周期不是多出了 1/3 天，也就是 8 个小时吗？每次日食、月食都比上一次推迟 8 个小时，那么，怎么去校准这 8 个小时呢？”

“在安提基特拉机械上，有一个圆形小拨盘上，有点像老式拨盘电话，不过只分成了三份，就像一张圆形烙饼均匀切成三份，其中两个上面分别刻着 8 和 16。”

“这意味着什么呢？”

“这是加到特定沙罗周期的日食或月食时刻后面的小时数。每过一个沙罗周期，拨盘上的指针就从一份切换到另一份，经过 3 个沙罗周期又回到了最初的位置，这样就知道当前位于 3 个沙罗周期的哪一个，从而决定是在小时后面加 8 小时、加 16 小时、还是不加。”

“太精妙了！”

“古希腊人并不就此满足。他们甚至用沙罗周期预测月食的类型，比如是偏食还是全食，月食持续的时长，发生月食时月亮看起来呈现的颜色，月食影子的切入点等。”

“是吗？这是怎么做到的？”

“因为月亮轨道是椭圆形的，近地点月亮看起来大，且运行速度快，远地点则小而慢。而且这个椭圆形还在周期摆动，所以月亮重新回到远地点的时间比恒星月长几个小时，需要 27.5 天，叫作近点月（Anormalistic moon）。”

“月亮轨道周期性摆动是什么意思？”

“哦，我用一个呼啦圈打个比方，你可以把月球轨道想象成呼啦圈。当呼啦圈在地面上旋转、最终倒在地上时，会快速而小幅度地震动，实际的月球轨道也是这样小幅度地摆动。”

“哦，明白了，就像一枚旋转的硬币倒地时不停摆动的样子？”

“对。因为这个椭圆也在缓慢地绕着地球摆动，摆动一周大约需要 9 年。月亮在椭圆形上的位置决定了月食发生的时长，也决定了我们看到的是偏食还是全食。而沙罗周期刚好包含了整数倍个 Anormalistic 月，总共有 239 个，所以每过一个沙罗周期也就是 223 个朔望月，不仅仅是月食会

重复出现，而且月食的类型（偏食、全食，时长，颜色，切入点）也会完全重复。”

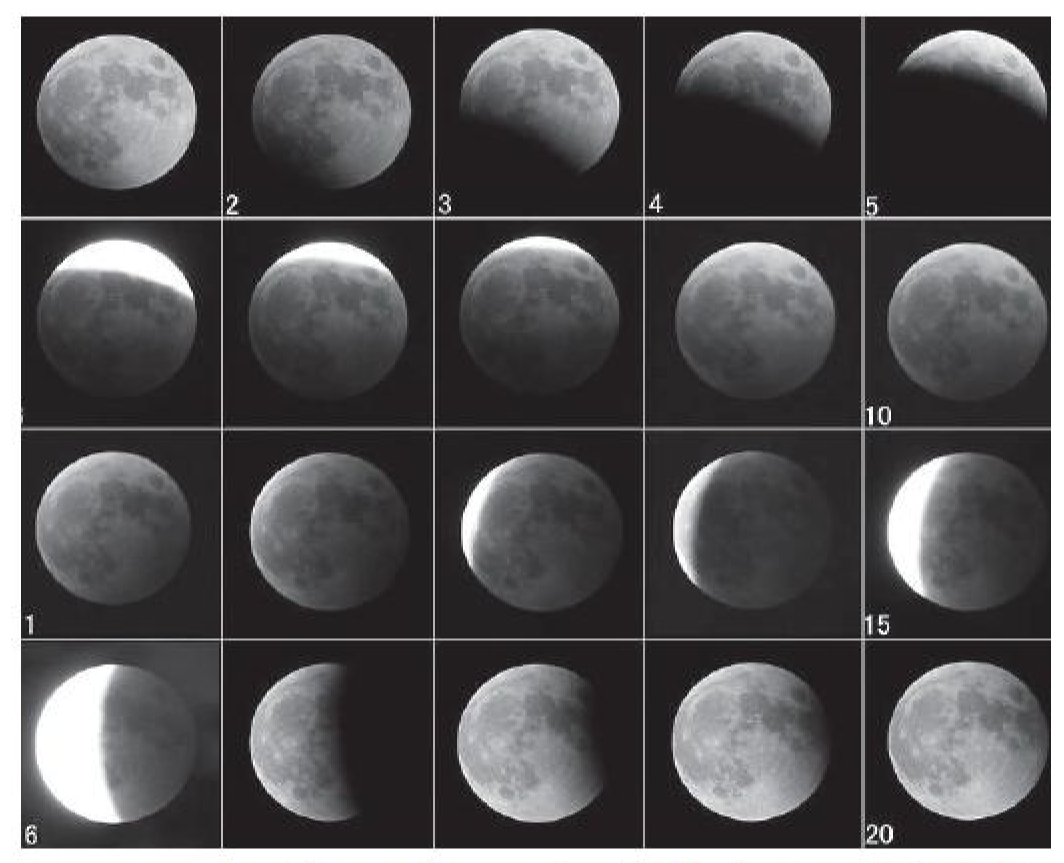


图 4-28　用沙罗周期预测月食的类型，比如是偏食还是全食，月食持续的时长，月亮的颜色，月食影子的切入点

“所以只要记录下一次月食的类型，就可以推测出下一个沙罗周期后的月食？”

“对。现在 Freeth 知道 223 并不是一个巧合的数字。这个 223 齿轮必须驱动沙罗周期的主指针。他认为他取得了最终的突破，让整个研究项目变得非常有意义。但是还有一些未解之谜。”

⊙ 最后的困难

“比如说呢？”他问道。

“223 齿轮之后，有一个 53 齿的齿轮改变了 223 齿轮的转速，但是在机械另一侧还有一个 53 齿的齿轮，刚好把这个效果抵消掉了。Freeth 对此大惑不解。”我说道。

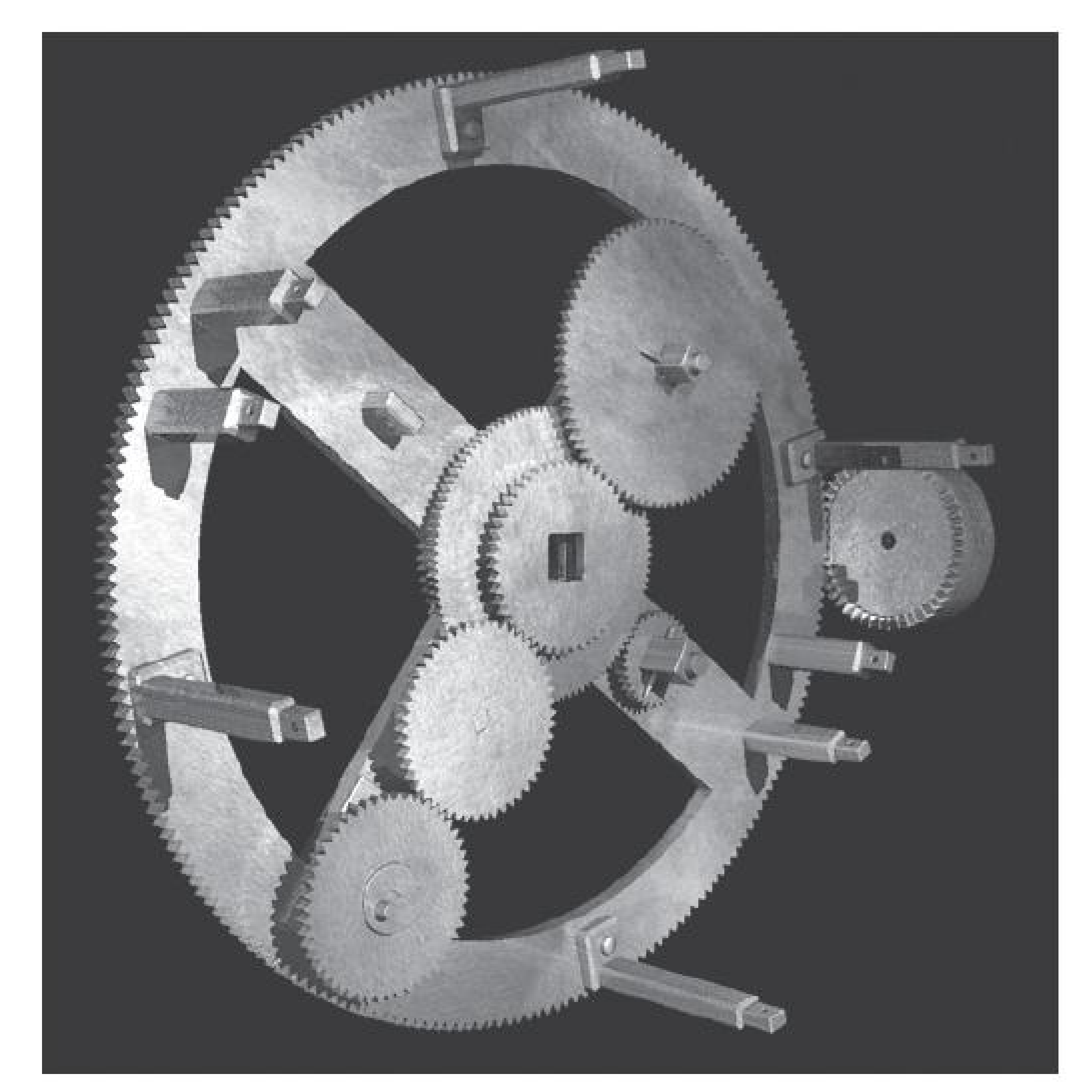


图 4-29　机械内部的齿轮的复原图

“是啊？这种抵消有什么意义呢？”

“此外，还有些奇怪的孔和插销，它们位于 223 齿轮的旋转平台上，可以跟着大齿轮一起转，也让 Freeth 感到费解，他花了 6 个月才解开这个谜底。”

“他是怎么做的？”

“Freeth 不断寻找合适的数字来比对齿轮的运转速度。**最终他意识到，223 齿轮的转盘转一次需要 9 年，而这恰恰是月球的椭圆形轨道摇摆一周所需要的时间。** Wright 曾经提出孔和插销是用来模拟月亮的变速运动，但是他最终没有提出想法来完整地解释这一切。”

“那 Freeth 是如何解释的呢？”

“Freeth 认为，插销上的齿轮以月球绕地球的速度旋转，同时它的速度按照远日点和近日点而变化。与此同时，整个这一组齿轮坐落在转盘上，由转盘带动着它转动。转盘的转动周期是 9 年，用来模拟

月亮的椭圆形轨道的摇摆运动。但此时 Freeth 暂时还不清楚它是如何反映到后面板上的。”

“哦。”

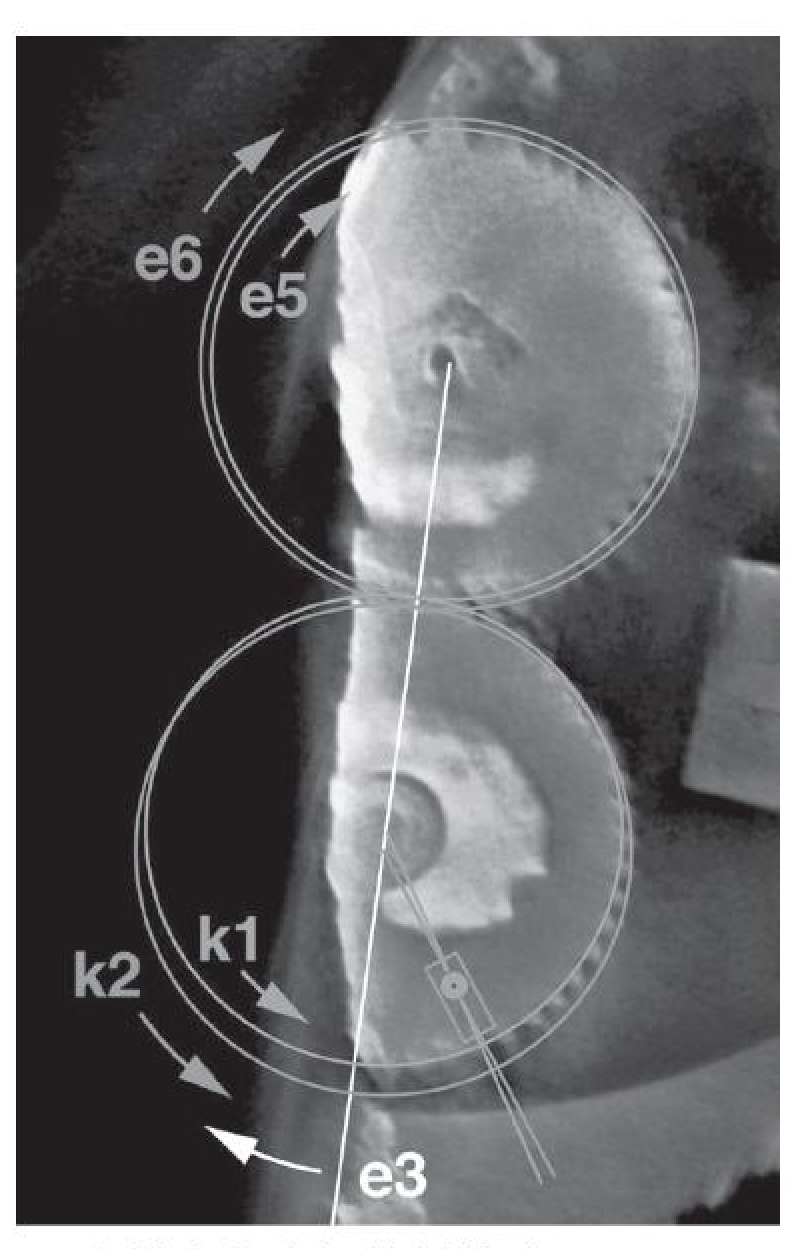


图 4-30　机械内部奇怪的插销（Tony Freeth 2006 *Nature* 文章）

“Freeth 给他的合作伙伴 Edmunds 打电话，后者建议说，有没有可能是摇摆运动传送到机械的前面板上，关联到一个月球指针上，用来指示月球的实际运动以及月相。后来 Freeth 意识到 Edmunds 是对的。关键之处在于 53 齿的齿轮，它让 223 齿的转盘有了双重作用。”

“这个看似无用的 53 齿的齿轮有了作用？”

“对，它同时产生一个投射到前面板的运动和一个投射到后面板的运动。”

“怎么理解呢？”

“为了匹配月亮椭圆轨道的摇摆速度，第一个 53 齿的齿轮用于转换转盘的运动速度，使它所承载的插销装置来模拟月亮的变速运动。一旦这个运动被传到前面板来指示月球的实际运动，第二个 53 齿的齿轮发挥作用了，它把这个运动重新转换为后面板的沙罗周期所需的速度。所以第二个 53 齿轮并不是抵消了第一个 53 齿轮的作用，而是先产生一个运动来模拟月亮的变速运动，再产生一个运动回到沙罗周期。”

⊙ 震撼

“这有什么意义吗？”他问道。

“这意味着，**前面板的月亮指针用来指示月亮的变速运动，而安提基特拉机械装置既不需要复杂的差速齿轮，也不需要额外的齿轮来实现这一点，而只需利用已有的齿轮就够了。**”我说道。

“哦，这真是一个有智慧的想法！”

“这个发现令 Freeth 深深震惊，也让他兴奋无比！在斯坦福大学的演讲中，Freeth 深情地说：‘如果这个想法不让你感到震撼，那还有什么事情让你震撼呢？！’”

“那 Freeth 之前的研究者都没有想到这一点吗？”

“Wright 曾经预言这样的功能，但是 Freeth 最终找到了直接的证据证明了机械能够模拟月球的变速以及运动（procession）。我们之前讨论过地球的运动引起的岁差，记得吗？”

“哦，想起来了，是在讨论祖冲之的

时候我们说过岁差。”

“古希腊人这里考虑的是月球的运动。Freeth **认为，能够想到并且用机械方法巧妙地实现了这种想法，本身就非常令人震惊！这比差速轮的想法更加简洁优美，并且超过了今天最聪明的钟表匠。**机械的制作者巧妙地两次利用了 223 齿轮，简洁且毫不费力找到了最经济的实现方式。对于 Freeth 这个数学家来说，最简洁的就是最美的，Freeth 抓住了这个想法。他终于如愿以偿了，安提基特拉的秘密最终显现了出来。”

“如果不是有这样一台机械装置，我很难想象两千多年前的古人对天文、数学有如此深刻的理解，并且有如此高超的机械制造工艺。”

“Freeth 把文章投给了 *Nature* 杂志。文章 2006 年 11 月 29 日发表。那一天，Freeth 举行了一个新闻发布会，宣布了结果，世界轰动了。他也邀请了 Wright 参加。自从这个机械浮出水面 100 多年，人们才逐渐研究清楚它里面的奥秘。Price 和前几代人的梦想终于成真。”我说道。

“嗯。”

“有了这个机械装置，不管是谁，只要随意转动手柄，他就可以向前或者向后看到未来的日子天空上的情景，从而预测出各种天文现象：日食、月食的日期和时刻、月相、五星连珠……铭文记录下每个时刻升起或者落下的星座名，背后的铭文则记录着日食、月食的时刻。他动动手就可以穿越到遥远世纪前或者很久以后。他可以知道过去和未来发生的天象，他甚至成了时间的主宰。”

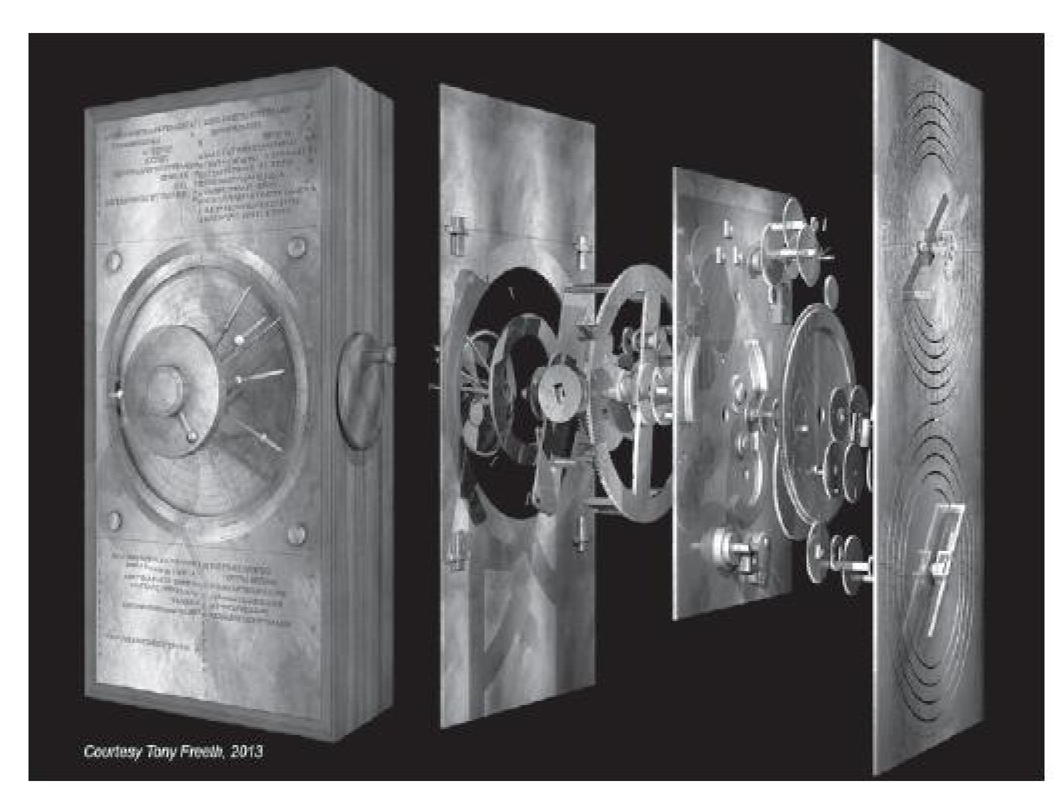
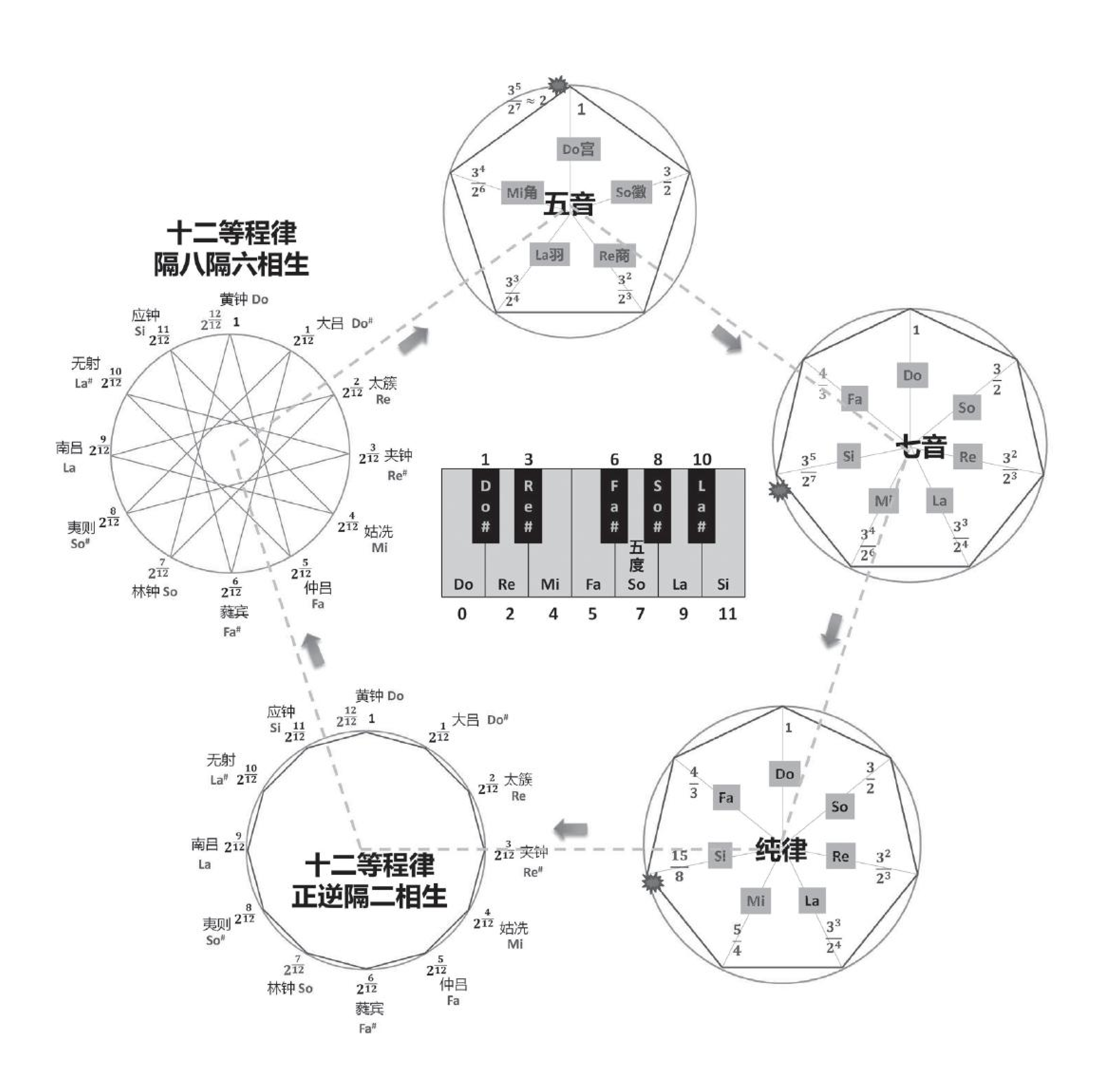


图 4-31　Tony Freeth 制作的安提基特拉机械三维复原模型

我和他呆呆地坐在那里，陷入了沉思。

“今天就聊到这儿吧，我们下次再见。”

“好的，老师再见！”



五音
Do宫
So徵
Re商
La羽
Mi角
七音
Do
So
Re
La
Mi
Si
Fa
纯律
Do
So
Re
La
Mi
Si
Fa
十二等程律
隔八隔六相生
十二等程律
正逆隔二相生
黄钟 Do
大吕 Do#
太簇 Re
夹钟 Re#
姑冼 Mi
仲吕 Fa
蕤宾 Fa#
林钟 So
夷则 So#
南吕 La
无射 La#
应钟 Si
五度
Do
Re
Mi
Fa
So
La
Si

5.1 漫漫回归路

一周以后，食堂。我到了之后找个位子坐下，他还没来。桌上有一张宣传单，我向邻桌的学生借了一支笔，在背面随手写了几行字打发时间。

夕阳西下，
倦鸟归林。
一盏微光
为他点亮。
一头青丝，
两鬓花白
夜起思故乡。
归乡， 归乡，
脚下的大地坚实而忧伤。
每一颗漂泊的心灵
梦想着出生之地，
每一个孤独的数字
思念着开始的地方……

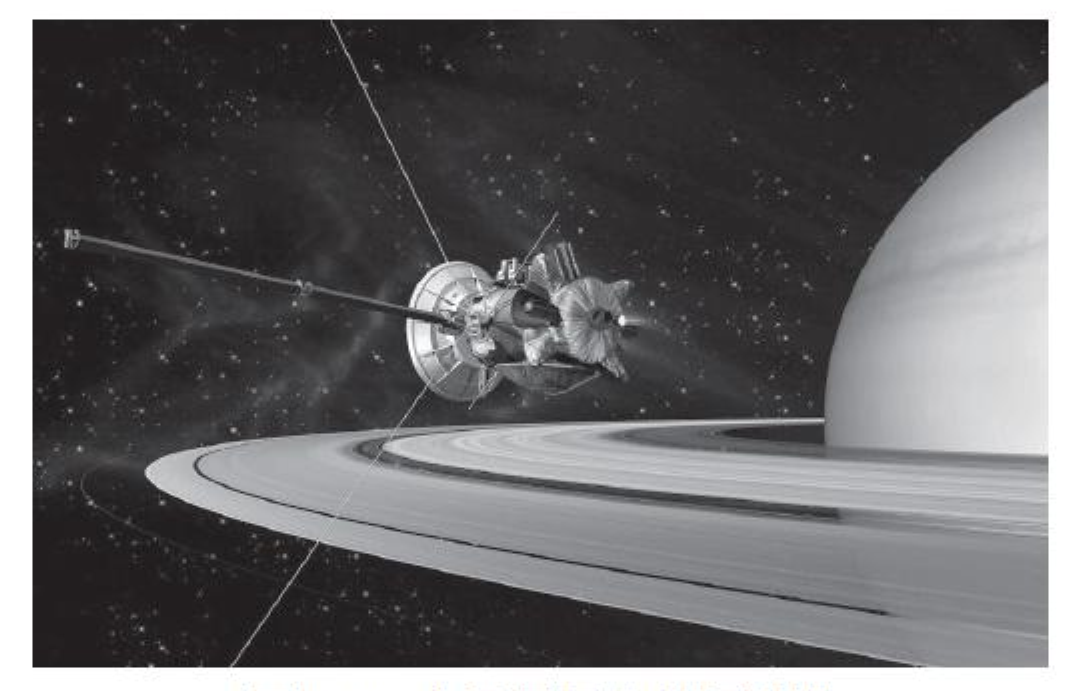


图 5-1　卡西尼号土星探测器

墙上的电视播放着一个新闻短片，回顾卡西尼号土星探测器的探险经历。

过了一会，他急匆匆地赶来了。

“最近怎么样？” 我问道。

“不好意思老师，让您久等了。我刚刚下课，今天有点拖堂。”

“哦，难怪！电视上刚才播了一个新闻短片，回顾土星探测器卡西尼·惠更斯号。”

“回顾？它已经结束了自己的使命了？”他也坐了下来，眼睛看着电视。

“对，卡西尼号永远地结束了使命，不回地球了，选择在最后一刻像流星一样划过土星稠密的大气层里、化为一阵青烟。”

“它的任务是什么？”

“卡西尼号主要是为了探测土星和它的众多卫星。它拍摄了大量土星和土星的卫星的照片，发现了土卫二喷发的冰，当中含有大量的二氧化碳和氢，科学家推断这有可能是由温暖海洋和海底岩层之间的水热反应产生，而后者和早期地球的环境极其相似。卡西尼号还发现了土卫五上富含氧气。除此之外，卡西尼向土卫六释放了一颗名为‘惠更斯’的探测器，发现上面有甲烷的液态湖泊以及液体的循环机制。”

“为什么卡西尼号不回地球呢？”

"卡西尼号探测器已经工作了19年多，携带的燃料一点一点地耗尽。它再也没有力气飞回来了，科学家们只好让它永远长眠土星。卡西尼号接到最后的指令冲入土星大气层时，地面上时刻关注卡西尼号的科学家们相拥而泣。卡西尼在太空漂泊了太久，1997年它发射升空时你还没有出生，最后坠毁之时距离它的20岁生日只有10天。"

"真可惜，没法回到地球的怀抱了。"

⊙ 19年回归路

"这让我想起了另外一个流浪了多年的人，他也在外漂泊了19年，不过他年老时终于回到了家乡。"

"他是谁呢？"

"汉朝的苏武。你一定记得：他奉命出使匈奴，由于受到牵连被匈奴囚禁，也不愿意在匈奴当官。匈奴首领也不愿他回去效力汉朝，就把他流放到贝加尔湖，整整放了19年羊，历经生死，最后才回到家乡。"



图5-2 苏武牧羊塑像——中国香港艺术馆展品

"事情的经过是怎么样的？"

"这个说来话长了。汉武帝东征西讨，建立了强大的帝国，而北方强大的匈奴一直是汉武帝的心头大患。后来匈奴分裂成三个小的国家，新单于无力对抗大汉，提出和解。汉武帝很高兴，派遣苏武以中郎将的身份出使匈奴，护送扣留在汉朝的匈奴使节回国。"

"哦，苏武的身份相当于特使。"

"对。苏武手持代表大汉帝国的旄节出使匈奴，和他同行的还有副将张胜和一百多位随从。到了匈奴办完事后，单于准备送苏武等人回国，但这时发生一件大事。"

"什么事？"

"单于的内臣虞常在偷偷策划叛变！但政变失败了。单于怀疑汉将参与政变，大怒，要把苏武他们抓起来。当卫律前来抓苏武时，苏武说：'丧失气节、玷辱使命，即使活着，还有什么脸面回到汉廷去呢'！然后拔刀自刎。卫律大吃一惊，连忙抱住苏武，可是苏武已经快断气了。"

"哦。"

"卫律派人骑快马去找医生，医生好不容易把苏武的瘀血放出来，过了好半天才重新呼吸了。"

"大难不死！"

"单于听说后，非常钦佩苏武的节操，派人探望苏武。等苏武的伤势渐渐好起来，单于就让卫律和苏武一起审判虞常。卫律对苏武说，副将有罪，你应该连坐。说着要刺杀苏武。卫律举起利刃，苏武纹丝不动。卫律看硬的不行，转而态度一软，劝说苏

武留下，单于会重赏和封官！苏武仍不为所动。”

“真是富贵不能淫，威武不能屈。”

“单于见苏武如此忠诚，更加想劝降苏武了，不过他却想了一个狠招。他要摧毁苏武的意志！他命人把苏武囚禁在地牢里，大冬天不给吃的。但是苏武卧在地上嚼雪，同毡毛一起吞下充饥，几天都不死。单于更加惊奇，以为是天命，不敢再杀苏武。”

“那怎么处理苏武呢？”

“他就把苏武发配到遥远的北海放羊。”

“北海在哪里？”



图 5-3　冬天的贝加尔湖

“据说是现在的贝加尔湖。从匈奴国到贝加尔湖中间有上千里，其间要穿越沙漠和戈壁。苏武刚刚发配到北海时，只能挖田鼠储藏的野果充饥。他拿着汉廷的符节牧羊，符节上的牦牛尾毛都掉光了。”

“哦，真是难以想象！”

“这时单于又派人来劝降了，这个说客不是别人，是曾经和苏武同朝的将领。”

“哦，是谁呢？”

“正是大名鼎鼎的李陵。苏武在朝廷里曾经与李陵同为侍中。汉武帝派李陵征讨匈奴，李陵独自率领五千步兵，深入敌后与数倍于自己的匈奴兵周旋十几天。单于召集各路人马一起围攻李陵。最后李陵箭矢耗尽、陷入重围，被迫投降。消息传回朝廷，汉武帝非常生气。”

“哦，我想起来了，司马迁为李陵求情，汉武帝迁怒于司马迁，处以宫刑。”

“对。李陵被单于捉住后，单于赐官给他，并派他劝说苏武。”

“嗯，李陵和苏武的境遇很相似。”

“但是苏武说，我苏武父子的功劳和恩德，都是皇帝栽培提拔起来的，官职升到列将，爵位封为通侯，我愿意为汉朝牺牲一切。现在得到牺牲自己以效忠国家的机会，即使受到斧钺和汤镬这样的极刑，我也心甘情愿。请你不要再说了！”

“赤胆忠心，莫过于此。”

“李陵见苏武对朝廷如此真诚，慨然长叹，眼泪浸湿了衣襟，告别苏武而去。”



图 5-4　陈居中《苏李泣别图》（局部）

“后来呢？”

“过了很多年，汉武帝去世后，新皇帝汉昭帝即位，匈奴和汉开始和解。汉廷派使者找到了苏武等人，准备护送回国。”

“终于盼到回家了！”

“李陵闻讯赶来，为苏武送行，然后泣别。苏武回国后被封典属国，距离他出使匈奴已经过去了19年，回来时已经两鬓苍苍成了白发人。而李陵最后死在匈奴没有回到故国。”

“将近20载之后，终于回到了阔别已久的故乡，一定无限感慨吧？”

“嗯，后人谱写了一首《苏武牧羊》曲子，曲子婉转悠扬，似乎倾诉着浓浓的思乡情。”

⊙ 回归是一种本性？

“这种回归的本能是人类最重要的一种天性吧？”他问道。

“嗯，人总是叶落归根，这不仅仅是中国人的传统，其他国家也类似。一生在外无论功成名就还是穷困潦倒，最终都选择回归故土。无论东方还是西方，历经磨难才回到家乡都是一个可歌可泣的故事。”我说道。

“所以，最好还是每年过年回一次家，无论多么艰难。”他眨眨眼说道。

“是啊，人们送走了旧年，迎来一个新的年份，意味着经历了春暖夏热，秋凉冬寒，迎来了又一次回归。”我说道。

“嗯，一年是地球对太阳的回归，一个月是月亮对地球的回归。”我说道。

“对，这两种回归的节奏不同，但我们以前用连分数描述了这两种回归，例如，19年7闰，就是说19年中太阳回归了19次，而月亮回归了235次。之后又重新开始新的循环。”

“我突然有个想法：如果回归是一种常态，那么世界回归到本源又会是什么呢？”他问道。

“哦，没想到你会问这样一个问题！这是个好问题，但可惜不是你第一个提出来的，当然我也不是第一个回答的人。”

“那谁曾经提出这个问题呢？”

“应该说每个民族在初始时都提出过这个问题。对于中国人来说，世界起始于混沌，然后产生阴阳，一生二，二生三，三生万物。”

“那对于其他民族呢？”

“最有名的莫过于古希腊的德谟克里特了。”

“这个我想起来了，就是著名的原子学说：世界是由不可再分的原子构成的。”

⊙ 质数：世界的本质？

“可是还有一派独树一帜，认为世界的本质不是原子，也不是四大元素，而是一种看不到摸不着的东西。”我说道。

“是什么呢？”

“数字！”

“数字？”

“是的，我们以前提到过，古希腊有一派叫毕达哥拉斯学派。他们认为世界的本质是数字，确切地说是质数。”

“质数？我没听错吧？就是只能被自己和 1 整除的那些奇怪的整数吧？”他问道。

“对。”

“为什么呢？”

“你看，所有的自然数都可以用几个质数相乘的形式来表示。不信你试试！”

“好，最开始的几个质数是 2，3，5，7，11，13，17，19。那随便找个数，39=3×13，136=2×2×2×17。似乎是这样的。”他说道。

“对，这叫作正整数的唯一分解定理。换句话说，这些质数就像种子，有了种子，种下去，就能收获更多的数，而每一个自然数都可以由质数产生！”

“有点意思。以前我很讨厌质数，它们很倔强，也很孤独，除了 1 和自己，不和任何其他数发生关系，但没想到质数这么强大。”



图 5-5　质数就像种子，有了种子，种下去，就能收获更多的数

“是的，而且质数这个种子本身是无法再分解的，就像古希腊人认为的原子那样不可再分。”我说道。

“哦，果然如此！所以质数是所有数字的本源，而数字又是世界的本源！听起来挺神奇的。”

“是的，毕达哥拉斯学派特别痴迷数字，他们学派把‘万物即数’作为基本的教义，他们认为万物都可以用数字来描述。它们大力发展了数学，不仅仅研究算术，还研究几何，甚至天文学和音乐。”

“可是这数学、音乐、天文学这几个学科相差这么远，它们之间有联系吗？如果放到现代，恐怕很少有人同时在这几个领域有所成就吧？”他问道。

“是的，毕达哥拉斯也不是三头六臂。但是他不乏坚定的信念。他认为任何一个数都可以表示成另外两个数的**比值**。我们现在知道这种数叫作有理数，那么他们非常注重研究两个数的**比值**。比如，天文学是研究不同星球运转周期的比值。”

“那音乐也是比值吗？”

“对，毕达哥拉斯认为，音乐是不同音高的比例关系。所以，毕达哥拉斯认为这些其实都是一回事！”

⊙ 音乐与时间的关系

“那音高和时间有什么关系呢？”

“音高其实是声音的频率，频率则是时间周期的倒数。声波震动的不同频率，产生了不同音高，不同音高之间的比值关系，构成了我们的音律体系。”

“哦，是吗？！那它们怎么在数学和音乐之间建立联系呢？”

“毕达哥拉斯学派认为世界的本质是

数字，那么音乐也是世界的一部分，它的本质自然也是数字了。”

“可是”，他停顿了一下，眼睛里露出疑惑，缓缓地说道，“音乐是表达内心感受的非常主观的一种东西，例如，人的喜怒哀乐的情绪，而数字则是非常严谨、理性、中性的东西，两者泾渭分明，数字怎么可能是音乐的本质呢？”

“嗯，你问的有道理，让我想想怎么解释这两个看似相距甚远的事情。这么说吧，音乐的本性是表达人的情感，不同的音符引起人的不同的感受，例如，大三度给人以明亮、开阔的感受，而小三度给人以忧郁、压抑的感觉。但是，如果我们能回归到音乐的本源，去看看最初的音乐是怎么一步步发展而来的，也许会对这个问题有更加深入的理解。”

“好的。那从何说起呢？”

“今天时间不早了，我们下次再聊吧。”

“好吧，老师再见！”

“再见！”

5.2 音乐的回归与数字

一周后，他和我在食堂碰面了。

⊙ 音乐的本质是数字？

“如果你有印象，上次我们说到希腊的毕达哥拉斯（Pythagoras）学派，他们认为音乐的本质是数字。” 我说道。

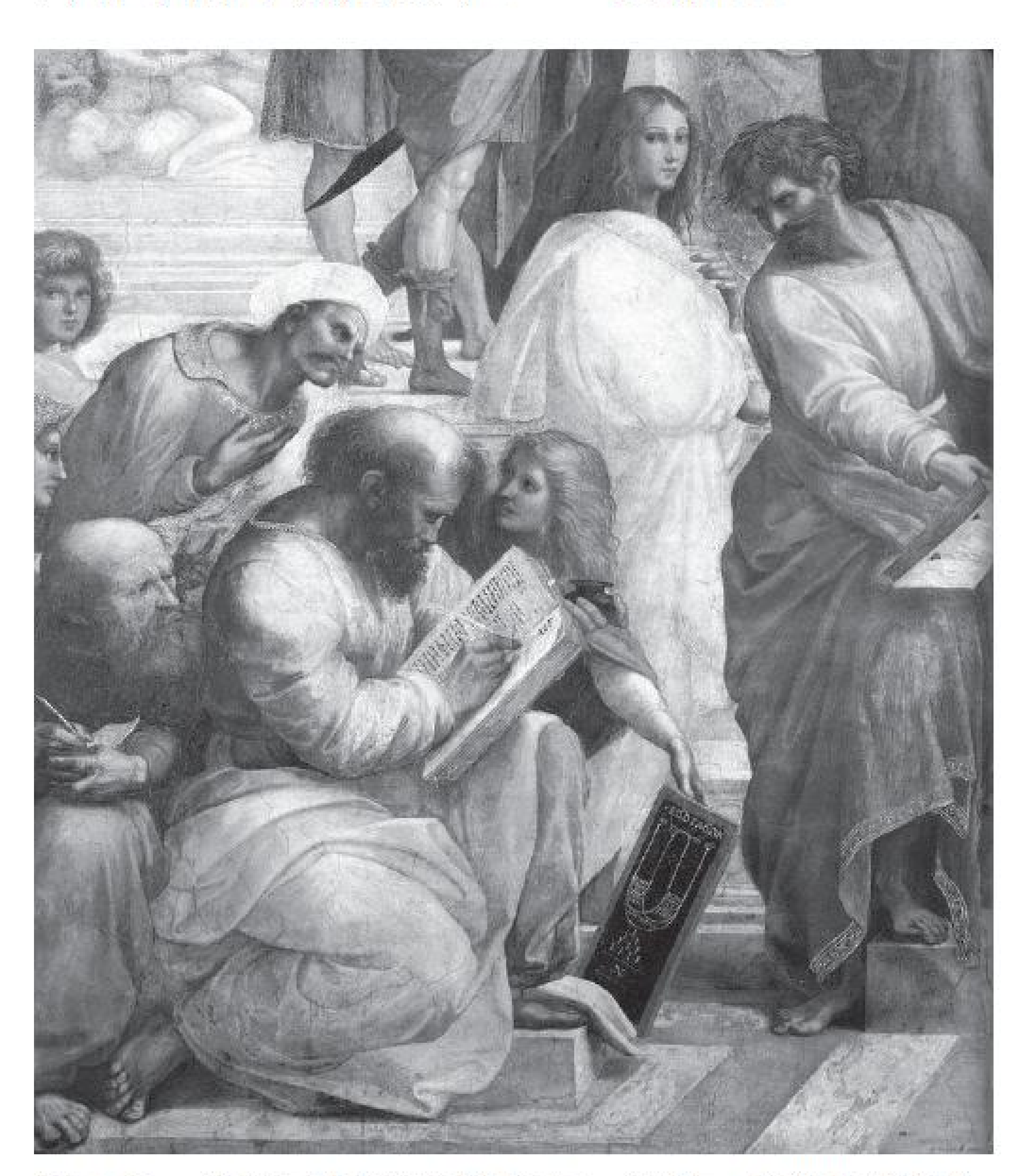


图 5-6 毕达哥拉斯在教音乐 （壁画《雅典学院》部分，现存梵蒂冈）

“嗯，我们说过这一点。可是我不能同意这句话！” 他争辩道。

“为什么呢？” 我说道。

“因为音乐是关于感情、感觉的表达，而数字是理性、推理的体现。如果说音乐和数字是两个居民的话，他们一定居住在一个国家的南、北两端，可能一辈子都见不上一面，更别说建立联系了，不是吗？”

“你说的有道理，不过毕达哥拉斯学派自有他们的主张，他们认为两者之间的联系天经地义，他们甚至试图在音乐和数字之间建立一种内在的联系。” 我说道。

“他真是一个奇怪的人！我实在想不明白，麻烦您好好讲讲这是怎么一回事。”

⊙ 毕达哥拉斯

“好，让我们回到 2500 年前的欧洲。你应该知道，欧亚大陆的交接处一直是文明集中的地方。” 我说道。

“是的，一片蓝色的地中海把欧洲东部的希腊和亚洲西部连接在一起。” 他说道。

“对，那你一定还记得我们以前讲到的安提基特拉机械吧？毕达哥拉斯的故事就发生在这一地区。如果你站在希腊半岛向东南眺望，你会看到一片小岛林立的大海，它叫作爱琴海。” 我说道。

“哈，说到爱琴海，我非常喜欢碧蓝

的爱琴海上的小岛，岛上依山而建的一座座白房子，安静地栖居在蓝天、大海和白云之间，就像一幅天然的画卷。听说爱琴海上有很多这样美丽的小岛，是吗？”

“对，爱琴海上的岛屿星罗棋布，仿佛上帝洒下的一串闪亮的珍珠，一点点把欧洲东部和亚洲西部连接起来，只要一艘木船就可以从其中一个岛屿渐渐航行到欧洲大陆。爱琴海上有一个岛屿叫作萨默斯岛，2500 多年前毕达哥拉斯就出生在这个岛上。”

“哦，主角要出场了！”

“毕达哥拉斯曾师从名家学习几何学、数学和哲学。年轻时去埃及和巴比伦游历，学习吸收了东西方的优秀文化。”

“那后来呢？”

“公元前 520 年左右，毕达哥拉斯来到意大利南部的克罗顿（Crotone，又名克罗托内），定居下来。”

“克罗顿在意大利的什么地方？”

“如果把意大利比作一只踢足球的靴子，西西里岛是足球的话，那么克罗顿就是一座位于脚掌的沿海城市。坊间一直以来流传着一个关于他和音乐的故事，虽然真实性已经不可考了。”

“不妨讲讲”， 他说道，“如果故事有意思的话。”

“那好。也许你在其他地方也会找到类似版本的故事，情节多少有些出入，但是重要的不是故事细节，而是毕达哥拉斯所发现的数学和音乐的关系。”

“好，请讲吧。”

“故事是这样的：有一天，毕达哥拉斯在街市上行走，路过一家铁匠铺，听到打铁铺子里传出铿锵有力、节奏明快的叮叮当当的声音，偶尔他会听到一声很特别的声音，这声音吸引了他的注意力。”

“是一种什么声音吸引了他？”

“虽然毕达哥拉斯是一名数学家，但是他对美有着一颗异常敏感的心，他心生好奇：这声音是怎么发出来的。于是他停下脚步，走向路边的一间铁匠铺，门口红通通的炉火映照在一位老者沧桑的脸颊上，也映照在一位年轻小伙子稚嫩的额头上，两人的脸因为汗水映照炉火显得满面红光。打铁的是师徒二人，他们先把铁器在炉火里烧红，然后合力搬到大铁墩上，老师傅抡小锤、学徒抡大锤，不停敲打锻造铁器，按照客人的要求锻造成不同的工具或者兵器。”

“嗯，打铁需要好体力。”

“师徒二人目光如炬，全身心地抡锤敲打，丝毫没有觉察到旁边站着的毕达哥拉斯。当两人同时抡起锤子砸到铁块上时，会发出一种和单独砸下去不一样的声音，听起来很独特。 毕达哥拉斯静静地看着师徒抡锤，咂摸着这种独特的声音，仿佛进入无人之境。”

“毕达哥拉斯也入迷了？”

“突然，他的嘴角露出了一丝不易察觉的微笑，一转身神秘地走了。”

“他有了一个奇妙的想法？”

“第二天，毕达哥拉斯又回来了，他请求铁匠让他看一下昨天打铁用的锤子，并量了它们的重量，还请求铁匠配合他做一些实验，试试不同锤子两两组合，同时

捶打，什么情况下会发出独特悦耳的声音。”

⊙ 音乐是数字的比值

“他有什么发现吗？”他问道。

“毕达哥拉斯发现有四种锤子两两组合同时击打铁器会发出和谐的声音，分别是 12 磅，9 磅，8 磅和 6 磅。”我说道。

“这四个数有什么特别之处吗？”

“如果它们两两相减，似乎并没有什么有规律的东西。”

“是的。”

“可是，这不要紧，毕达哥拉斯认为数与数之间最重要的关系，不是相减，而是相除，也就是两个数之间的**比值**更重要！”

“是吗？我算算看，12，9，8，6，它们之间的比值分别是：

12:6 = 2:1

12:8 = 9:6 = 3:2

12:9 = 8:6 = 4:3

9:8”

“这几个比值和音乐有关系吗？” 他问道。

“毕达哥拉斯非常擅于联想。他想到了他很喜欢的乐器——当时非常流行的里拉琴，从里拉琴里毕达哥拉斯获得了灵感。”

“里拉琴是什么？”

“里拉琴曾是西方弦乐之母。最常见的有 7 根弦，便于携带，游吟诗人经常带着它弹唱。如果有两个相同长度的琴弦，把其中一根弦从中间按住，弹奏剩下的一半琴弦，那么声音会变高。通常叫作声音提高了八度。”

“嗯，能够想象出来，弹吉他也是类似的。”

“如果一个琴弦按住 1/3 处，弹奏剩下的 2/3 琴弦，琴声也会变高，但是没有刚才那么高，只提高了五度。”

“嗯，也就是说琴弦越短，音调越高？”他问道。

“对，我们可以猜测琴弦的长度和音高刚好成反比，你同意吗？”



图 5-7 里拉琴 Lyre

“直觉上是这样的。”

“这是弹奏一根琴弦的情况。如果同时弹奏两根不同长度的琴弦，情况就不一样了。”

“哦，同时拨动两根琴弦吗？怎么不一样了？”

“如果精心挑选两根琴弦长度，同时弹奏它们，有时候你会听到一声非常好听

的声音，远远超过了弹奏一根琴弦的声音。人们把这种声音叫作**和声**。例如，两根琴弦长度比是 2:1，那么它们发出的和声就非常和谐好听。”

“那如果随便挑两个琴键一起按下呢？”他问道。

“如果同时按下中音的 1 和 2，发出的声音有点刺耳。”

“有点意思。可是这和毕达哥拉斯发现的铁锤有什么关系呢？”

“对于铁锤来说，12 磅和 6 磅锤子的重量之比正是 2:1，所以它们同时击打铁砧也会发出很和谐的声音！”

“哦，原来如此！”



图 5-8　毕达哥拉斯调试乐器

“如果你同意的话，每个人听一首曲子，最基本的要求是所有音符顺序弹出来后感到和谐，而不希望突然冒出一个音符听起来很突兀。”我说道。

“同意，这是最基本的要求。”

“可是如果一个里拉琴的演奏者不小心按到了一个错误的位置，就会发出很不和谐的声音。或者一个作曲家随便写一个音符，弹奏出来就会很不好听。你是不是觉得我们有必要创建一些规则来避免这些情况？”

⊙ 和谐之声哪里来？

“嗯，是很有必要。那如何创建规则呢？”他问道。

“我们可以先从最基本的需求开始，即任何两个音符之间听起来都是和谐的。如果我们有了一个中音 1，那么希望其他任意一个音符和这个中音 1 之间是和谐的。”我说道。

“嗯，这样就保证无论这个音是紧随着中音 1 还是和中音 1 同时弹奏，都不会出现奇怪的声音。可是怎么实现呢？”

“诀窍就是——和声！”我说道。

“和声？”

“对，例如，从一个中音 1 的琴弦出发，把琴弦缩短一半，频率变为 2 倍，就可以得到**八度和声**，这样我们就找到了高音 1。这两个音的琴弦长度比是 2:1，刚好和 12 磅和 6 磅的铁锤的重量比一样。”

“嗯，这一步很简单，那其他的音符怎么产生呢？”

“我们接下来可以找到中音 1 的琴弦的 2/3 长度，这个音听起来也很和谐。”

“这个音叫什么呢？”

“这个音比中音 1 高**五度**。”

“等等，请打住一下，我听得有点晕了，”他等不及地说道，“琴弦长度折半，声音就高了 8 度，可是长度变成 2/3，声音却高了 5 度，这是怎么回事？毕达哥拉斯的数学不是很严谨吗？我在这里怎么看不到数字之间的逻辑关系呢？”

“你问的有道理。这些八度、五度的名称可不是数学家起的，而且已经约定俗成了，这样吧，我们先这样记住，以后等我们创造了更多的音符，那时再解释就容易理解了，可以吗？”

“好吧，那接下来还能创造哪些音符呢？”

“如果琴弦变短为 3/4，弹出来的音符比原来高**四度**，对应于 12:9 或者 8:6 的铁锤组合。”

“好的。最后还有一个 9:8 的组合叫几度？”

“9:8 叫纯**二度**。以此类推，我们可以不断生成新的音符，而这些新音符和前面生成的音符是比值关系，这样就可以保证所有的音符听起来很和谐。”

12:6=2:1 → 纯八度音

12:8=9:6=3:2 → 纯五度音

12:9=8:6=4:3 →纯四度音

9:8 →纯二度音

“在这几种比例里面，所有的音听起来都是一样和谐吗？还是有些听起来更和谐？”他问道。

“不一样，一般来说八度是听起来最和谐的，接下来是纯五度和纯四度，最后是纯二度。”

“为什么是这样呢？有什么规律吗？”他一边说一边想，“你先别说，让我想一想。”

“好的，我等你。”我微笑着说道。

“让我看看，八度的比例是 2:1，纯五度的比值 3:2，纯四度的比例是 4:3，纯二度的比值是 9:8。”

“是的。”

突然，他眼前一亮，说道：“两两比值的分子分母越小，声音越和谐，是这样的吗？”

“对头！你说得完全正确。”

⊙ 换一个角度看音乐：它是一种波

“可是这背后又是因为什么呢？”他挠了挠头，沉吟了一下，追问道。

“回归！”

“回归？什么的回归？”

“音乐的回归。”我说道。

“音乐的回归？你的意思是……”他一边说一边用手比画着，“就像刚才说的用质数作为‘种子’，任意几个质数相乘就可以生成无穷多个新数。类似的，从一个基准音出发，乘以一定的系数就可以生成各种各样的音符？”

“正是如此，这样所有的音符通过一定的比例关系，都可以回归到最初的那个音上，不是吗？”我眨了眨眼说道。

“似乎是这样的，所以这就是你说的音乐的回归？”

“嗯，这是第一层意思，不过‘音乐的回归’还有另外一层意思。我这里说的音乐的回归的第二层意思，还真有点像回家过年，只不过用不着等一年，只需等几个毫秒就可以了。”

“几个毫秒？”他惊叹道。

“对，1 毫秒是 1 秒的千分之一。就在这短短的毫秒之间，一个音符跃了出来，跳了数十段优美的华尔兹，然后又随风而散了。”

“是谁在跳舞？”他不解地问道。

“我说的是声音波动的形状，就像一个弹来跳去的皮球，只不过用了一种通俗形象的说法而已。”

“也就是说把声音当成一种波？”

“对，你还记得最简单、也是最美、最优雅的波是什么形状吗？”

“最简单、最美最优雅的？让我想想。”他挠了一下头，“是正弦波吗？我只知道它很简单。”

⊙ 波的回归

“正是。把一根绳子拴在门把手上，手里拿着另外一头抖动绳子，绳子就会振动起来，这种形状就是正弦波。你还记得吧？”我说道。

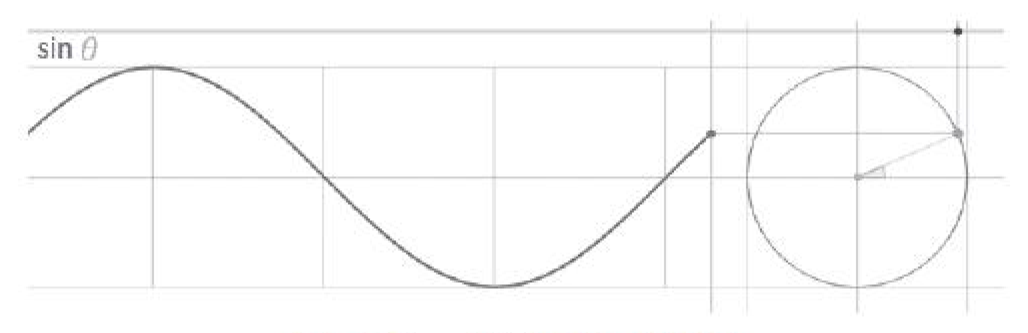


图 5-9　正弦波与圆周

“哦，想起来了，它确实很简单。不过为什么说它又是最美、最优雅的呢？”他问道。

“你还记得我们说过古希腊人认为世上最完美的形状是什么吗？”

“当然记得，是圆形——因为圆周上任意一点到中心的距离都相等。”

“好。如果有一个点做圆周匀速运动，它的高度随时间的变化就是正弦波。”我说道。

“嗯，正弦波的一个完整周期的形状，就是从 0 出发，上升到最高点，又降落到最低点，然后回到初始的原点。”

“对，你不觉得这是一个完美的回归吗？”我说道。

“哦！原来如此！我明白你想说的意思了。如果中间黄色的点是太阳，绕着它运动的绿色点是地球，那么地球绕太阳一周刚好是一年，完成了一次回归。”他惊叹道。

“对。而一个声波的形状从原点出发，经过一圈之后又回到出发的地方，就是一个回归。这就是我说音乐的回归的另外一层含义。”

“可是，怎么用这样一个正弦波去解释和声很好听呢？难道这也和回归有关吗？”

“我猜你是想说为什么 2:1、3:2、4:3、9:8 等这些比例关系意味着回归，是吗？”我说道。

“是的，麻烦您详细解释一下。”

“我先回顾一下我们之前得到的共识：2:1 的和声最好听，3:2 次之，之后是 4:3，最后是 9:8，是这样吗？”

"是的，我们说过。"

"好，我们来看看为什么？我试图给出一些解释，虽然不是严格的证明，但应该能让你记住。"

"好的，比起数学证明来说我更喜欢直觉上的解释。"

"让我们画一根长度为 1 的琴弦，当弹奏它时它会上下振荡，所以我画了一个梭子的形状表示琴弦的振动，我把它叫作一个包络。"

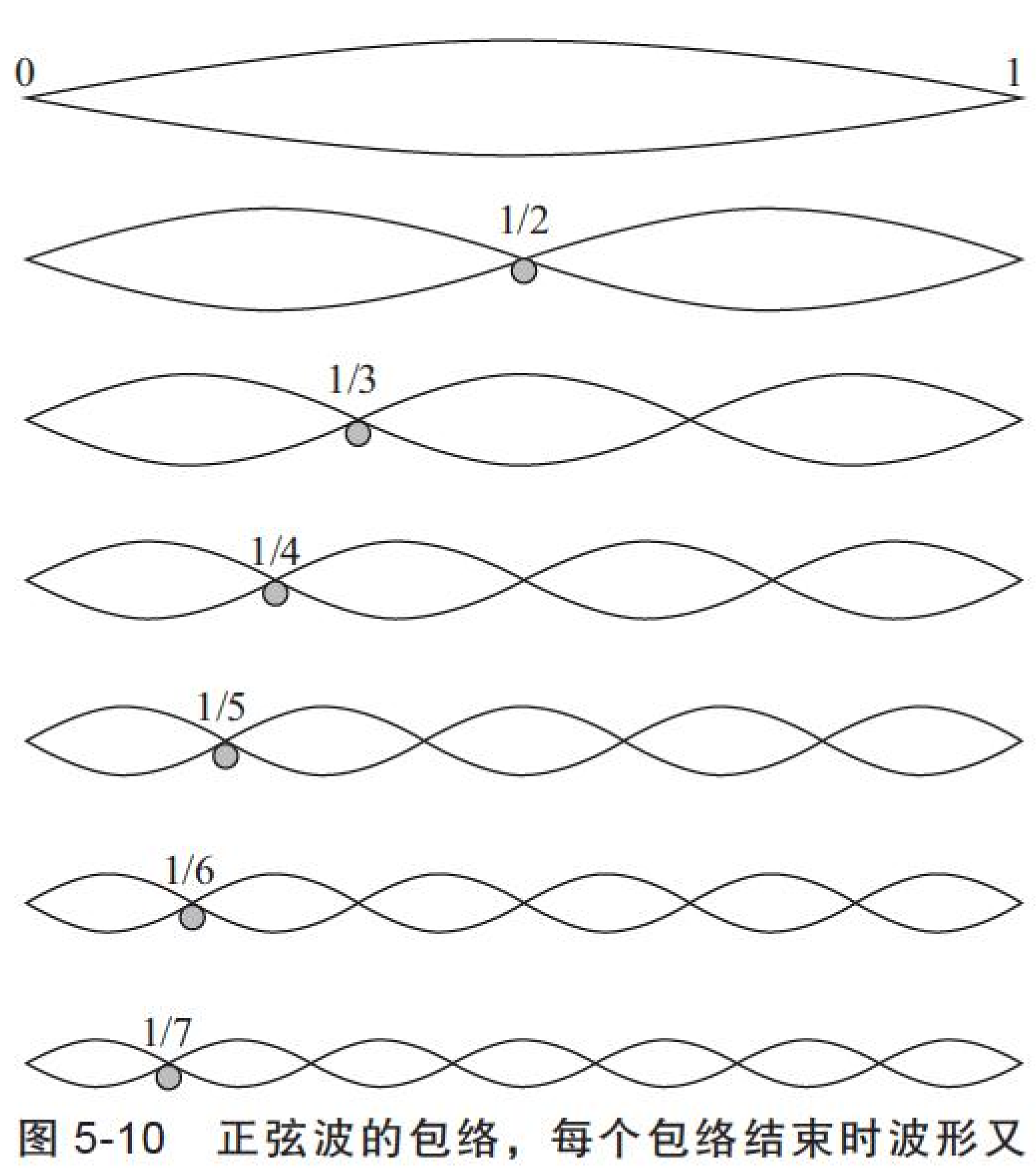


图 5-10　正弦波的包络，每个包络结束时波形又回到了起点

"嗯，这很简单，它代表最基本的那个声音的波形。"

"对。接下来，我按住这根琴弦的中间，分别弹奏左右两边的琴弦。你会听到声音高了八度，这样琴弦振动起来就像两个包络。"

"同意，我们可以一直做下去。"

"对，接着按住琴弦的 1/3 和 2/3 处，弹奏的声音更高了，声音频率变成 3 倍，这样就可以画出三个包络。"

"好的。"

"我们先看第一个和第二个波形。这两个波形在起始点和终点各有一个重合点，也就是说最多经过两个包络，这两个波形就又**同时回归**到共同的位置。"

⊙ 同时回归意味着和谐

"嗯，看到了，然后又开始新的一轮重复，那这跟声音和谐有什么关系呢？"他问道。

"当波形的出发点和回归点有重合时，声音听起来和谐。因为这样的过程**同时出发又同时回归，就像诗歌的押韵一样有规律**。"我说道。

"为什么呢？"

"我打个比喻你就听懂了。唐诗的五言和七言绝句很有韵律，你知道为什么吗？"

"是因为押韵，句子最后的一个韵母都相同。"

"没错，每句诗的最后一个音节押一下韵，就像是一次声音的回归，所以听起来好听。"

"哦，这下我明白了，对于声音来说，每经过 2 个包络就重合一次，所以八度的和声很好听！"

"是的。"

"对了，那如果两个声音波的频率不是整除关系呢？比方说五度和声，它们是第三个和第二个波形，3 ： 2 的关系？"他问道。

“哦……”我沉吟了一下继续说道，“这两个音也可以同时回归，不过要等更多的包络才会遇到一次同时回归。你看，经过 3 个包络，二者就可以重新回归到一处了。”

“哦，是啊。我懂了，以此类推，如果两个波的频率比是 4:3，那至多需要 4 个包络，两者才可以回归；如果频率比是 9:8，那回归所需的包络数量就要增加到 9 了。”他问道。

“对，回归所需的包络越多，和谐性就越差。”

“嗯，我终于明白了”，他舒展了一下身子说道，“如果一首诗要等 9 句才有一个押韵，那就不太好听了。”

“现在我们用完美的圆形来解释回归就更直观了。”

“好的，请解释一下吧。”

“既然正弦波是由一个点做圆周运动产生的，所以当波形回归到出发点时，这个点刚好转了一圈、回到了出发点。”

“同意，能举个例子吗？”

“比如有两个点做圆周运动，一个速度是 3，另一个速度是 2，它们对应着两个周期不同的正弦波。现在它们都从 12 点的位置出发，速度为 3 的转了 3 圈时、速度为 2 的点刚好转了 2 圈，它们俩同时回归到 12 点的位置。如果这两个做圆周运动的点来产生正弦波……” 我停下来，看了一下他。

“就可以用正弦波代表声音波形？！表示 3 ：2 的纯五度和声？！”

“完全正确！今天时间不多了，先聊到这里吧！”

“好的，老师再见！”

“再见！”

5.3 “宫商角徵羽”还是“Do Re Mi Fa So La Si”？

一周后，他和我在食堂碰面了。今天食堂人不多，我们坐下后，耳边传来一阵背景音乐。

“咦，这首曲子听起来有点熟悉！”我回头和他说道。

“嗯，是啊，旋律很优美。” 他也侧耳听了一下。

“我好像很久以前听过，不过记不起名字了，你记得它的名字吗？”

“让我想想，”他又听了一会儿说道，“好像是《**春江花月夜**》吧？”

“嗯，我想起来了，确实是这首！你是怎么想起来的？”

“我很喜欢这首曲子：春夜，潮水涨起，月亮在水中冉冉升起，美妙的月色下花朵散发出幽香，荡一叶扁舟于水上，感觉很有意境！”他说道。

“嗯，在这绝美的月夜里，却有一对恋人不得相见。”

“是啊，美景中平添了一份浓浓的离愁。”

“我想起另外一种和音乐有关的悲凉的离愁。”我说道。

“比恋人不能相见更加悲凉的离愁？恐怕只有生死之别了？”

“对，正是。”

⊙ 悲怆之音

“谁和谁的生死之别呢？”他问道。

“燕国的太子丹和他的爱卿荆轲之间的生死离别，离别时的音乐更加剧了这种悲凉的情感。”我说道。

“哦，你说的是**荆轲刺秦王**的故事吧？”他问道。



图 5-11　荆轲刺秦王

“对。荆轲特别喜欢游历天下、读书击剑、结交四方豪杰。他后来迁居燕国。荆轲素喜酒，一天他在街上酒至半酣，忽然听到一阵音乐，原来是高渐离在击筑，荆轲颇有感慨，和着乐曲唱了起来，越唱越激动，七尺男儿竟不禁泪湿衣衫，后来两人引为知己。当时，秦嬴政相继灭掉了战国七雄的魏国和赵国，下一步虎视眈眈，准备一举灭掉燕国，燕太子丹非常着急。”

“燕国太子丹是怎么找到荆轲的呢？”

“太子丹的忠臣田光向他推荐了荆轲。太子丹和荆轲都痛恨强秦，但是弱不胜强，商议之后认为只有一条生路：行刺秦王！秦国群龙无首必自乱，燕国方可自保。”

“但秦国宫殿戒备森严，行刺谈何容易？”

“所以他们要想接近秦王，只能以举国投降的方式向秦国示好，换来秦王亲自受降。在受降仪式上要献上燕国的全国地图，表示臣服。荆轲这认为还不够打动秦王。荆轲向太子丹提出要秦国叛逃到燕国的将领樊於期的人头，献给秦王。然后，太子丹寻找到了最锋利的徐夫人匕首，萃上剧毒，沾血即死，交给荆轲。”

“这下万事俱备，只欠东风了。”

“出发的日子到了，太子和宾客穿白衣，戴白帽，在易水河边列队为荆轲送行。荆轲的好友高渐离也来送行，他击着筑，荆轲和着曲子高歌一曲，歌声里有悲凉的**变徵**之声。想着此行有去无回，一行人站在瑟瑟的寒风中听了这哀伤的曲子，不禁相互垂泪而泣。”

太子及宾客知其事者，皆白衣冠以送之。至易水上，既祖，取道。高渐离击筑，荆轲和而歌，为**变徵**之声，士皆垂泪涕泣。又前而为歌曰：“风萧萧兮易水寒，壮士一去兮不复还！”复为慷慨**羽**声，士皆瞋目，发尽上指冠。于是荆轲遂就车而去，终已不顾。——《战国策・荆轲刺秦王》

“是啊，秦国虎狼之地，凶多吉少，真是生离死别！”

“荆轲上前唱道：**‘风萧萧兮易水寒，壮士一去兮不复还！’**”

“这两句已经传唱千古。”

“荆轲越唱越激昂，声音又变成了高昂慷慨的**羽声**，众人听了士气昂扬，怒发冲冠。于是荆轲驾车绝尘而去，头也不回。”

雄发指危冠，猛气冲长缨。
饮饯易水上，四座列群英。
渐离击悲筑，宋意唱高声。
萧萧哀风逝，淡淡寒波生。
商音更流涕，羽奏壮士惊。
心知去不归，且有后世名。
登车何时顾，飞盖入秦庭。
——晋　陶渊明《咏荆轲》节选

“这里面提到了**羽声**和**变徵**之声，都是中国古代的音名吧？”他问道。

“对。”

⊙ 五音的产生

“我突然想起一个成语，中国人形容一个人唱歌弹琴跑调说‘五音不全’。对了，是哪五个音呢？”他问道。

“宫、商、角、徵、羽！”我说。

“哦，是啊，我有印象。”

“其实早在战国时期的《管子・地员篇》里，把这五个音和家畜的鸣叫声做了比拟。”

凡听徵，如负猪豕觉而骇。
凡听羽，如鸣马在野。
凡听宫，如牛鸣窌中。
凡听商，如离群羊。
凡听角，如雉登木以鸣，音疾以清。

“啊，怎么这么奇怪，现在通行的音符是 do-1，re-2，mi-3，fa-4，so-5，la-6，si-7 七个音，可是古代中国却说五音，这是怎么回事？”

“嗯，还记得上次我们提到的音符的回归吗？”我问道。

“嗯，记得。我们上次聊到了苏武的 19 年归乡路，接着聊到了数字的回归，所有的数字都可以回归到质数，最后我们聊到了音乐和音符的回归。”

“是的，上次我们提出要创建一套规则来产生新的音符，接下来我们看看用这套规则，到底可以产生五个音符还是七个音符？”

“好啊，我很想知道宫、商、角、徵、羽是怎么来的！”

“我先卖个关子吧，”我说道，“借用《道德经》上的一句话：**道生一，一生二，二生三，三生万物**。”

“此话怎讲？”

“从中音 1 到高音 1，频率变高 2 倍，音调提高了八度。同理，把任何一个中音提高八度，变为对应的高音，都是频率提高 2 倍。我们把这个称作‘一生二’，你同意吧？”

“同意。”

“反之，把中音 1 的频率乘以 3 再除以 2，相当于琴弦长度变为原来的 2/3，音阶提高了五度。我们把这个叫作‘二生三’。”

“同意，不过”他说道，“一生二，二生三，可以理解，可是从三却直接产生了万物，而不是三生四、四生五，这样是不是太快了点？”

“别急，这只是一个比喻，帮助我们理解音符的产生。”

“哦，那怎么从‘三’一下子产生许许多多的音符呢？”

“和牛顿同时发明微积分的大数学家莱布尼兹曾说过：**‘音乐是心灵的算术运动’**，要想知道音乐的产生就要考察一下数学和音乐的关系。音符虽然繁多，但是规则却只有一条：就是反复利用三倍频率（五度关系）同时辅以二倍频（八度关系），就可以创造出许多新的音符来。”

⊙ 第一个五音

“什么是二倍频、三倍频？”他问道。

“我们这里讨论的是时间，但是把时间取倒数就是频率。二倍频就是把声音的频率加倍，声调随之提高八度；如果在此基础上再提高五度，就得到了原来声音三倍的频率。”我说道。

“哦，明白了。对了，我们上次说从 do-1 到 so-5 是五度，为什么呢？”

“在音乐里，如果从一个音出发到相邻的第二个全音叫作二度，从中音 1 到中音 2 就是二度；以此类推，从中音 1 到中音 5 就是五度。”

“哦，原来这么简单。”

“我们从 do-1 出发，提高五度，相当于频率先提高三倍，再减半，也就是相当于 do-1 的频率的 3/2 倍。”

“明白了，现在我们有了 do-1 和 so-5。”

表 5-1　从 do 产生 so

音名	do-1	so-5
频率倍数	1	3/2=1.5

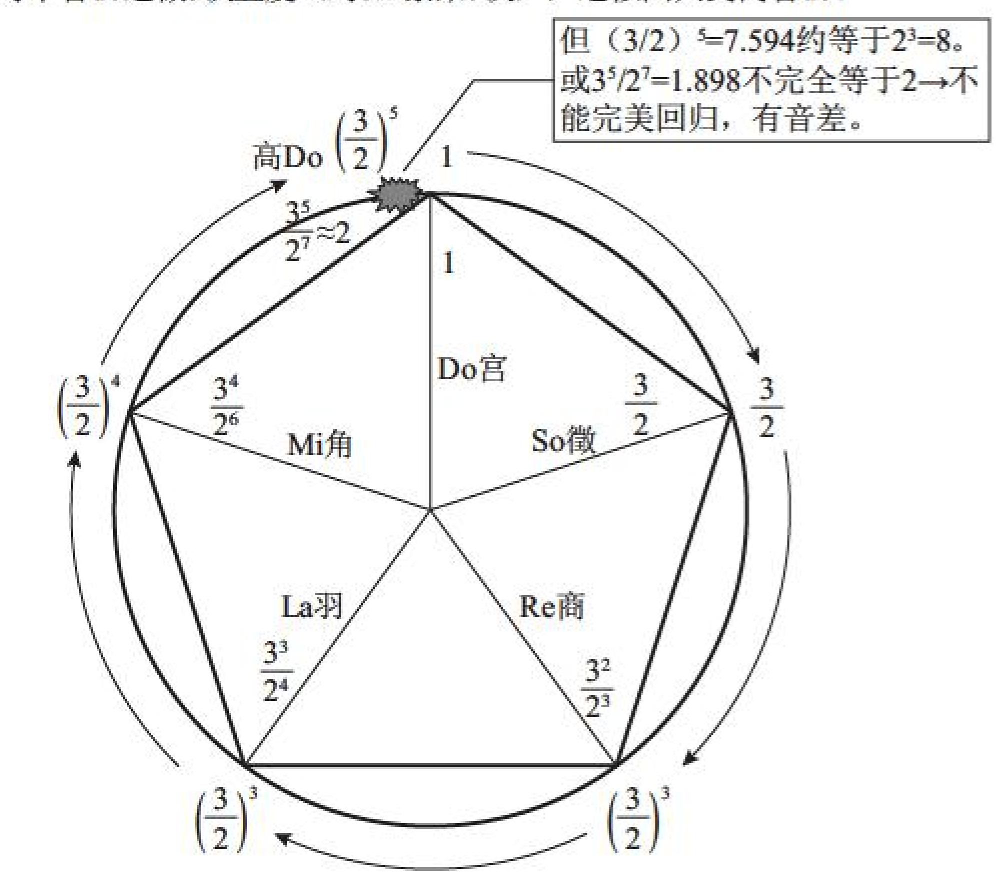
⊙ 第二个五音

“我们继续？”

“好！”

五音频率：按照五度相生法生成

对中音do连做5次五度（对3/2累乘5次），近似回归到高音do。



中国古代五音				
Do 宫	Re 商	Mi 角	So 徵	La 羽

	Do	So	Re	La	Mi	高Do
累乘	1.5^0	1.5^1	1.5^2	1.5^3	1.5^4	1.5^5
归一化	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{3^5}{2^7}$

图 5-12　五音

“我们继续从 so-5（就是 3/2 倍频）出发向上，提高 3/2 倍，就变成了 9/4，因为超出了八度（二倍频）范围，所以和它最相似的音就是减去八度，也就是频率减半，变成 9/8。这就是 re-2。”

“那总结一下这三个音的频率倍数如下。”他拿来一张餐巾纸，在上面写道：

表 5-2　从 so 产生 re

音名	do-1	re-2	so-5
频率倍数	1	9/8=1.111	3/2=1.5

他盯着这个表看了一会，“等一下！”

“怎么了？”

“啊，我明白啦！” 他大声叫道，引得邻桌的人侧目。

“你明白什么了？”

“我终于明白毕达哥拉斯为什么从数学中研究音乐。**原来它们都是比例！**有理数是两个整数的比值，而音符是两个频率的比值，这比值也是两个整数之比，例如，八度就是 2:1，而五度是 3:2！同样，从质数出发，乘以一定的比例就可以构造出所有的数，而从一个固定的音出发，乘以一定的比例就可以构造出所有的音符！”

“你说得很对！”

⊙ 生物学解释比例的含义

“可是，为什么音符是和频率的比值有关呢？难道这和人的听觉有很大关系吗？”他问道。

“对，生物学里有一个著名的**韦伯 - 费希纳定理**（Weber-Fechner law），说的就是这个意思，**人的听觉、视觉等对比值关系更敏感**。韦伯 - 费希纳定理是一个普遍存在的原理，以后你要是学了生物学以及电子学，都会发现类似的规律。”我说道。

“哦，是吗？不妨说来听听。”

“举一个视觉的例子吧。在一个黑暗的房间里有一支蜡烛，如果再点一支蜡烛，

立刻觉得比原来亮了很多，这是因为两根蜡烛的亮度翻倍了。但是，如果一个房间里有 10 支蜡烛，再多加一支蜡烛，感觉会明亮很多吗？”

“不会觉得比之前更亮多少。”

“那如果还想达到亮度增大很多的效果，你猜需要添加多少支蜡烛？”

“按照这种逻辑，还应该再添加 10 支蜡烛。”

“对，要让蜡烛数量翻倍才可以。”

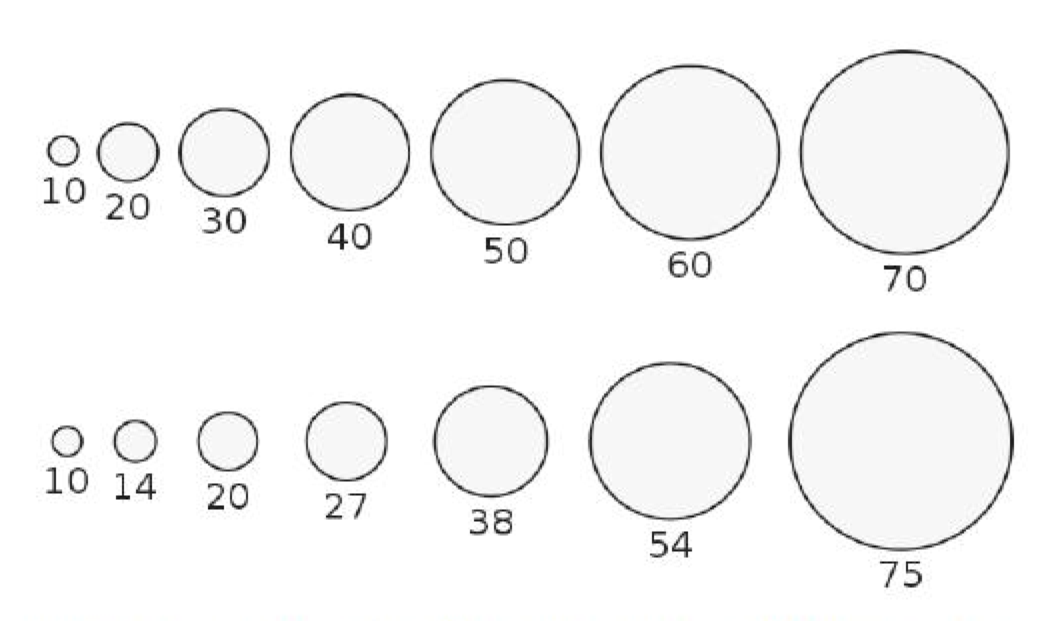


图 5-13　韦伯 - 费希纳定理在视觉上的例子：上面一行圆形等差变大（10-20-30-40...），看起来变大的趋势越来越缓慢；而下面一行圆形等比变大，所以看起来是均匀增加

“啊，我明白了，人耳所听到的音差主要体现在**频率比**，而不是频率差。要让耳朵识别出一系列的不同音符的差别，就要让它们符合一致的比例关系。”

“也就是让不同的音符频率尽量满足一个**等比数列**？”

“对，如果要让音符均匀分布，就需要让声音的频率呈现固定的比例关系。”

“明白了，看来只要反复利用 3/2 的关系，就可以把剩下的音符全部确定下来。”

“你说得很对，看来你已经发现创造音符的秘诀了。”

⊙ 剩下的五音也是比例

“那我们继续找第四个音！继续增加五度？”他问道。

“对，从 9/8 出发，继续升高 3/2 倍，变成 27/16=1.6875。这个音叫作 la-6. ”我说道。

表 5-3　从 re 产生 la

音名	do1	re2	so5	la6
频率倍数	1	9/8=1.111	3/2=1.5	27/16=1.687

“嗯，看来，这个方法确实简单，现在我们已经有四个音符了。”

“对，再用一次五度，就凑齐古代中国的五音了。”我说道。

“真不错，我们继续。”

“la-6 音继续向上，频率 27/16 乘以 3/2，得到 81/32。”

“这个数字介于 2 和 3 之间，也就是超过了 8 度。” 他说道。

“对，我们找和它最接近的音，也就是频率减半，变成 81/64=1.265625。这就是 mi-3。”

“哇！我们终于找全了五个音！”

表 5-4　从 la 产生 mi

五音	Do-1	Re-2	Mi-3	So-5	La-6
频率倍数	1	9/8= 1.111	81/64= 1.2659	3/2 = 1.5	27/16= 1.6875
中国五律	宫	商	角	徵	羽

“嗯，这五个音就是五代中国的五律：**宫、商、角、徵、羽！**”我说道。

“太棒了，宫、商、角、徵、羽，我

要牢牢记住它们。”

“这种每隔五度产生新音符的方法叫作**五度相生法**。”

⊙ 与五度相生法对应的三分损益法

“我很好奇，中国古代是用这种方法来产生五个音符的吗？”他问道。

“其实，中国古代产生音符的方法不是五度相生法，却比五度相生法更容易计算！”我说道。

“哦，是吗？是什么方法呢？”

“叫**三分损益法**！最早记载在战国时期的《**管子·地员篇**》里。”

“三分损益？怎么损益呢？”

“损是减少，益是增加。”

“三分是什么意思呢？像魏、蜀、吴三分天下那样吗？”

“嗯，所以我刚才说**三生万物**。”

“啊，原来你在这里等着我呢！那具体怎么三分呢？”

“把一根琴弦等分成三段，减去其中一段，长度变为原来的 2/3，中国古代称为**损**，于是音调就增加了五度。”

“哦，听起来有道理，那**益**呢？就是把琴弦增加吗？”

“对，增加 1/3，变成原来的 4/3 倍。”

“这样音调就降低到原来的 3/4？”

“对。只要反复利用 3/2 和 3/4，就可以创造出五个音符。”

“让我试试看？”

“好啊！”

“从 do-1 出发，先损 1/3，频率比变为 3/2，得到了 so-5。然后再益 1/3，频率比乘以 3/4，也就是 3/2×3/4=9/8，就是 re-2。之后再来一次损，就是 9/8×3/2=27/16，得到了 la-6，最后再来一次益 1/3，就是 27/16×3/4=81/64，得到了 mi-3。哇，和上面的结果一样。”

凡将起五音凡首，先主一而三之，四开以合九九，以是生黄钟小素之首，以成宫。三分而益之以一，为百有八，为徵。不无有三分而去其乘，适足，以是生商。有三分，而复于其所，以是成羽。有三分，去其乘，适足，以是成角。

——《管子·地员篇》解释如何从黄清宫音开始通过三分损益法得到其他四个音。

“对，但是三分损益法更简便。”

“为什么呢？”

“因为频率比始终没有超出 2，所以不需要像五度相生法那样，如果超出范围要降八度。”

“哦，果然如此。中国古代就这五个音吗？”

“五音只是俗称，其实早在战国时期，中国的**曾侯乙编钟**就有了十二个音，它是一套双音编钟，人们可以在**五个半八度的宽广音域**内进行演奏和创作，而欧洲直到 18 世纪初才在钢琴上达到同一水平。”我说道。

“真是没想到，编钟不只是大，而且音域如此宽广。那既然中国古代远不止五个音，为什么还俗称五音呢？”

“那是因为五音中两两之间都是全音，而多加的两个音和相邻的音出现的半音。全音听起来更加和谐。以五音谱的曲子有

一种独特的韵味，历史上称为**中国音阶**。”

⊙ 从五音到七音

“那加上变徵和变宫就变成了七音，这和西方的do-re-mi-fa-so-la-si是一样的吗？”他问道。

“嗯，可以这么说，因为西方有一种音律是用五度相生法产生的。”我说道。

“让我看看，宫、商、角、徵、羽分别对应于1-2-3-5-6，只剩下4和7没有确定，应该就是变徵和变宫了，怎么找到这两个音呢？”

“你猜猜！”

“继续用五度法确定？”

“对，要求是一样的，新产生的音符频率必须介于1倍和2倍之间。”我说道。

“好，那我们从刚才最后一个音mi-3出发。”

“从mi-3向上，找五度音，也就是频率81/64乘以3/2，得到243/128=1.8984，命名为si-7。”我说道。

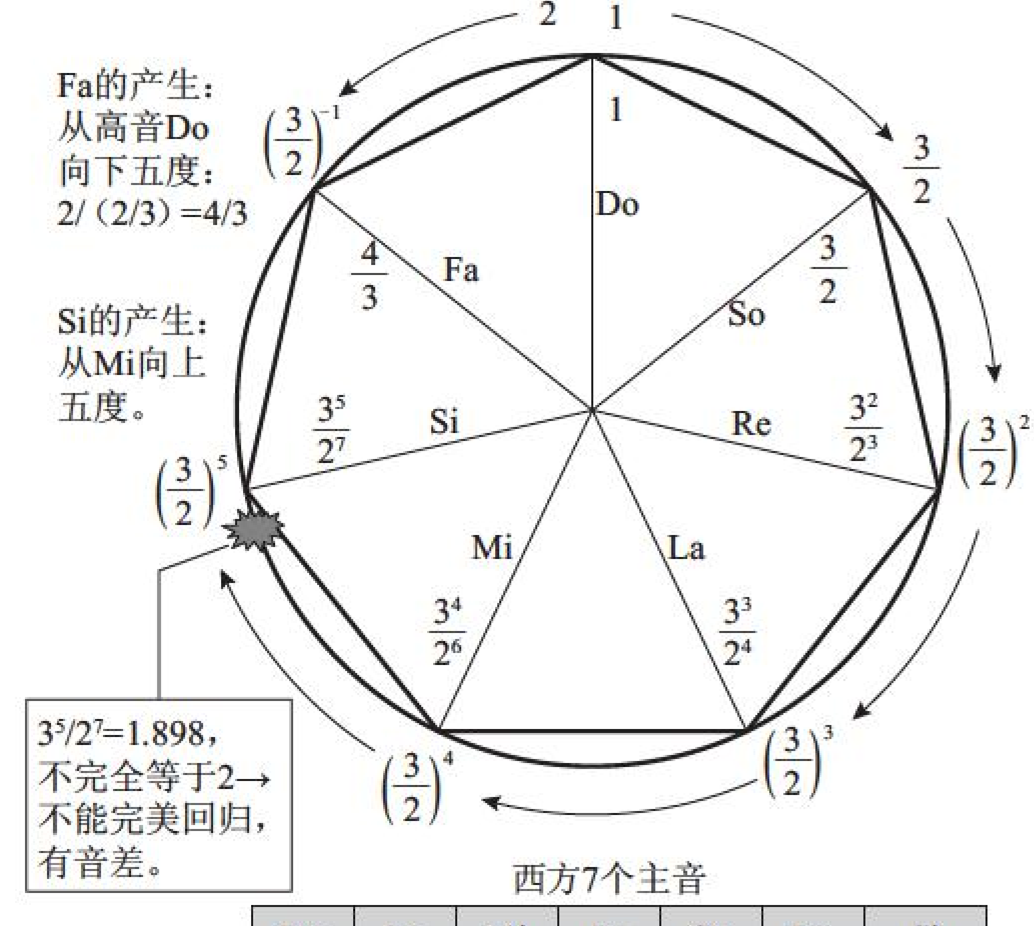
“嗯，胜利在望，就剩最后一个音了！继续增加五度吗？”

“不，正好相反，而是从高音1减小五度，也就是频率降低3/2倍，或者从中音1来一个益1/3。”

“哦，好，我看看，高音1的频率倍数如果是2，那么除以3/2就等于4/3=1.333，是这样的吗？”

“嗯，如果用三分损益法，就是对中音1益三分，得到4/3，结果和五度相生发一样，得到了最后一个音，命名为fa-4。”

“哇，这七个音终于找全了！”他说道。



西方7个主音

Do	Re	Mi	Fa	So	La	Si

		Do	So	Re	La	Mi	Si	Fa
	累乘	1.5^0	1.5^1	1.5^2	1.5^3	1.5^4	1.5^5	2×1.5^{-1}
介于1-2	归一化	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{3^5}{2^7}$	$2\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

图 5-14　七音

“我们把最后得到的这两个音插入到之前的五音里，变徵就是把徵降低半音，也就是so-5降低半音变成了fa-4，而变宫则是在清宫的基础上降低半音。”

表 5-5　用五度相生法产生的七个音的频率

七音	do-1	re-2	mi-3	fa-4	so-5	la-6	si-7
频率倍数	1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128
频率间隔	1	1.111	1.2656	1.333	1.5	1.6875	1.8984

"太棒了，我觉得最赞的地方是，这种方法保证了很多音符之间是很纯的五度关系，而五度音听起来是很和谐的。"

⊙ 更动听的纯律

"对，你说得没错，不过……" 我犹豫地说道。

"不过……什么？"

"有些音的频率比值看起来还是挺复杂的。"

"你说的是哪些音？"

"比如 mi-3 频率是 81/16。"

"哦，是啊，分子和分母都很大。"他说道。

"而 si-7 的频率就更绝了，是令人绝望的一个比值：243/128！"

"嗯，这样的音和其他音符一起弹奏，听起来和谐性要差一些吧？"

"对。"

"那怎么提高和谐性同时又不偏离原来的音调呢？"他问道。

"这是个好问题！人们想到了用分数来近似的方法。"

"近似？怎么近似法？"

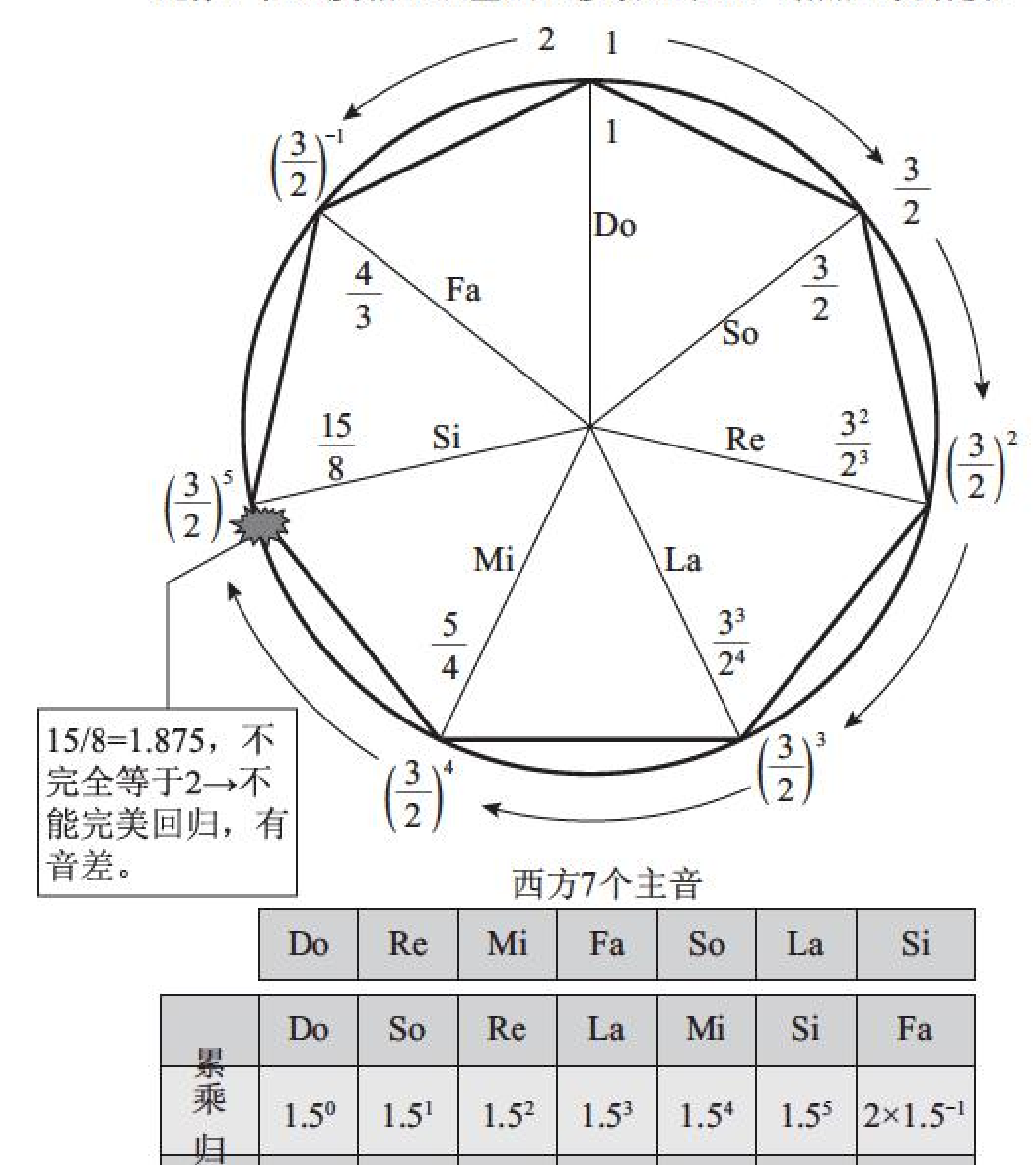
"比如 mi 的频率 1.2656，可以近似于 1.2，1.3 或者 1.25."

"嗯，1.2 是 6/5，1.3 是 10/13，而 1.25 则是 5/4."

"我们需要找一个比值，分子和分母比较小，而且接近 1.2656。"

"那就非 1.25=5/4 莫属了！"他说道。

"对，实际上人们也是这样近似的。"



	Do	Re	Mi	Fa	So	La	Si

	Do	So	Re	La	Mi	Si	Fa
累乘	1.5^0	1.5^1	1.5^2	1.5^3	1.5^4	1.5^5	2×1.5^{-1}
介于1~2 归一化	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{5}{2^2}$	$\frac{3\times5}{2^3}$	$2\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

图 5-15　纯律

"可是分子里面的 5 意味着什么呢？"

"频率要先变大 5 倍，也就是 5 倍频，然后降低八度（二倍频）之后再降低八度（二倍频）就可以了。"

"嗯，虽然是近似值，不过这倒也简便，更容易产生和声。那 si-7 呢？"

"si-7 就简单了，因为它和 mi-3 之间刚好相隔五度，所以只需把 mi-3 的频率比（5/4）升高 3/2 倍就可以，这样就得到了 15/8。"

"嗯，这样分子和分母的数值简单多了！"

"这种音律听起来很纯，所以又叫**纯律**。"我说道。

表 5-6　用纯律产生的七个音的频率

纯律	do1	re2	mi3	fa4	so5	la6	si7
频率倍数	1	9/8	5/4	4/3	3/2	27/16	15/8
频率间隔	1	1.111	1.25	1.333	1.5	1.6875	1.875

“很好听的名字，因为 mi 和 si 的频率比值更简单，所以这种纯律应该听起来更和谐了。”

⊙ 音律的回归难题

“可是无论是五度相生律、三分损益法、还是纯律，都有个无法解决的棘手难题。”我说道。

“哦，什么问题？”

“无论做完五次五度还是七次五度，**最终的音都无法实现完美的转调**。”

“为什么要实现完美的转调？”他问道。

“比如唱一首歌，如果一开始用中音唱一遍，到高潮时会用高音唱一遍，那么从中音转到更高的音调时，要让中间所有的音听起来不跑调。传统的五音和七音在转调时总有一些误差，听起来不太和谐。”

“哦，这背后的原因是什么呢？”

“是因为音符没办法**完美回归**！”

“回归，又是回归！”

“对，要完美地回归才行。”

“此话怎讲？”

“因为第一个音是宫，所以经过数次五度相生之后，如果音调能够回到宫音的整数倍，那就是**完美返宫**。如果能够完美返宫，那就又可以开始一轮新的循环，从而可以实现完美的转调。比如哥伦布环球航行，如果他没有回到起点，他就无法证明地球是圆的。如果一套音律无法完美返宫，也就无法重新开始新的音调。”

“但是五度相生并不能实现这个目的，为什么呢？”

“比如，从中音 do-1 开始，每次乘以 3/2，五次之后我们得到了 $(3/2)^5=7.594$，这个数值近似等于 8，也就是 2^3，但还差一点点。因为超出了 1 ～ 2 的范围，所以我们把它除以 4，相当于做了两次降八度，于是得到了 1.898，可惜这个数离 2 差了一点点。所以无法完美地回归。”我耸耸肩说道。

“嗯，虽然很多音之间是五度，但是转了一圈回来发现不能回到最初的起点，这对音乐演奏有什么影响吗？”

“当然有了，你会发现转调时有点麻烦，因为无法完美回归，所以下次再出发时就产生了音差，如果经过多次转调，那音就跑得很远了。”

“那西方的七音解决了这个问题吗？”

“没有解决，西方固守五度相生法，一直受到转调问题的困扰。”

“那这个问题有人已经解决了？”

“经过数千年的中外无数音乐家、数学家的不懈探索，这个问题终于在 400 多年前解决了。”

“是谁呢？”

“是**明朝的一个王子**。”

“不会吧，这么厉害，敢问他的尊姓大名？”

“哦，说来话长，今天时间不多了，我们下次再聊吧！”

“好的，老师再见！”

“再见！”

5.4 从明朝王子到巴赫——席卷全球的平均律

一周后，他和我在餐厅碰面了。他们刚刚坐定，他就立刻问道：

“上次我们说到的那个明朝王子是谁呢？”

“哦，这么着急，看来你很想知道。”我说道。

“既然是明朝王子，我猜应该也姓朱吧？”

“对，他确实姓朱，大名载堉，出生于明嘉靖十五年（1536 年），他发现的十二等程律又叫平均律，解决了东西方两千年来三分损益法和五度相生法音律不能返宫、不能自由转调的难题。”

“哇，真是奇才！”

⊙ 科学与文艺好手：朱载堉



图 5-16　朱载堉（1536—1611）

“剑桥大学的李约瑟博士主编的《中国科学技术史》里对朱载堉的发现做了高度而中肯的评价，并把这项发现称为‘**朱载堉的尊贵礼物**’。”

朱载堉对人类的贡献是发现了将音阶调谐为相等音程的数学方法。这是一种十分重要的使用体系，而今天所有西方国家的大众都认为它是理所当然的，甚至不知道它的存在。

平心而论，近 3 个世纪里欧洲和近代音乐完全可能受到中国的一篇数学杰作的影响，虽然传播的证据尚付阙如……毫无疑问，首先从数学上系统阐述等程律的荣誉应归之于中国。

“好厉害。那朱载堉到底是一个什么样的人，有如此才华能解决这千年难题？”

“李约瑟博士认为：朱载堉虽然远离欧洲，但却是一位**文艺复兴时代的人**。”

“文艺复兴时代的人？多么奇怪的称呼。”

“朱载堉生活在十六七世纪，同时代欧洲的杰出人物像达·芬奇、笛卡尔等人都是文理精通，融汇多个领域。李约瑟认为朱载堉也是这一类型的人物。”

“原来如此，那朱载堉精通哪些领域呢？”

“多得难以想象！除了音乐乐理之外，朱载堉精通天文、历法、数学、舞蹈等。”

“这么多领域！”

“他发明的**十二等程律**第一次系统解决了音符**旋宫**的问题。他在计算等程律时使用了当时**世界上最大的 81 列算珠的算盘，对 2 开了 12 次方，精度达到了小数点后 24 位**。他在世界上第一次发现了系统校准管乐器**管口效应**的方法。他第一个制作了**等程律乐器**并验证了自己的理论。他推算并指出当时大统历误差较大，修正了元代郭守敬授时历的缺陷，制定并进献了自己编制的**新历法**。”我说道。



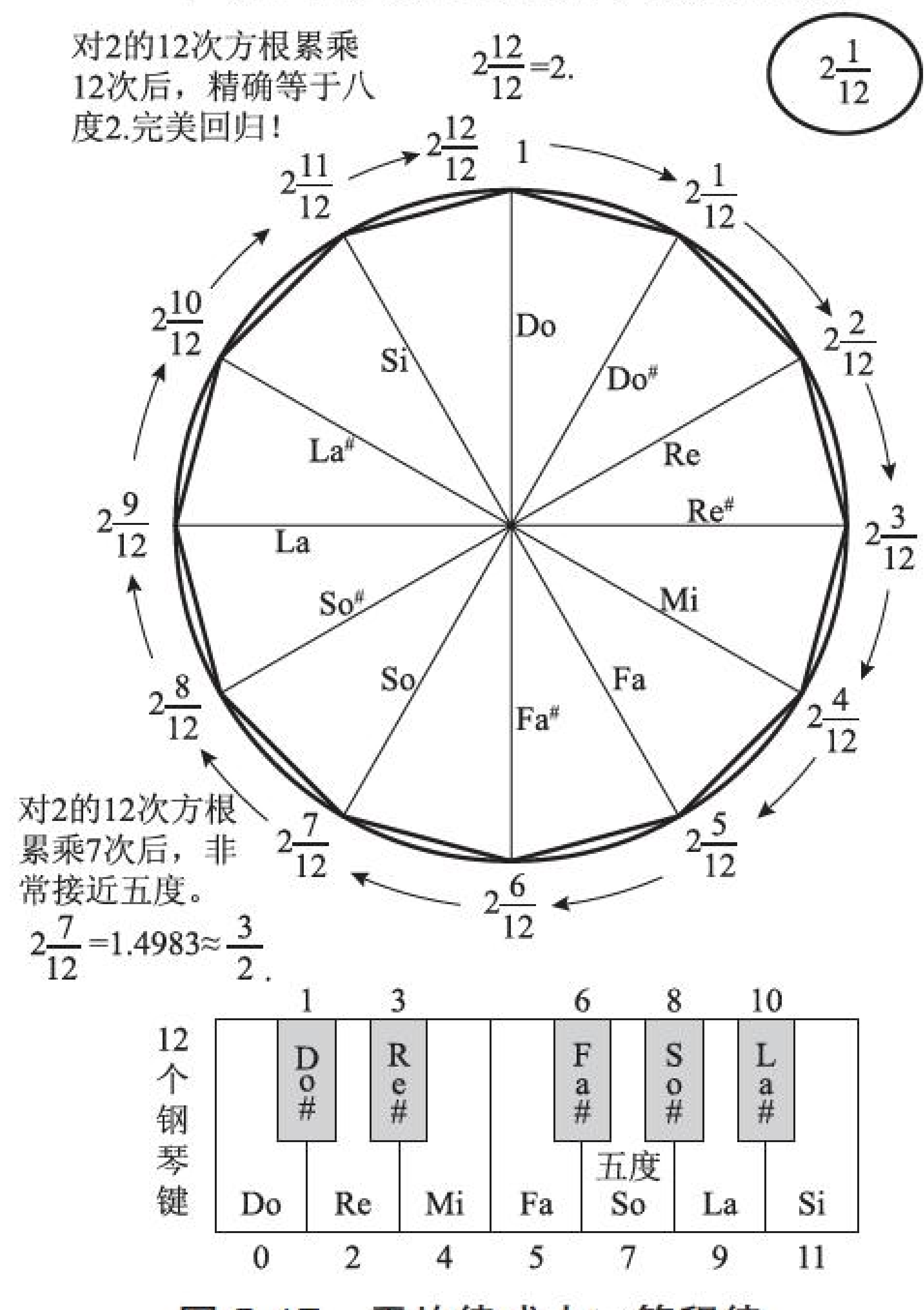


图 5-17　平均律或十二等程律

“数学、天文、乐理、乐器，无所不通。”

“除此之外，他自己谱曲、写诗，白描各种舞蹈动作，描绘了中国历史上最详尽的**舞图和舞谱**。”

“文艺范十足！”

“朱载堉测定了北京地区的**地磁偏角**为 4 度 28 分，这是中国历史上第一个有具体精确数值的地磁偏角记载。他还测定了**水银密度**为 13.55 克 / 立方厘米，与当前测量值 13.5458 非常接近。”

“不愧是世界级大牛，横跨文理，每一项拿出来都是顶呱呱！”他感叹道。

“近代著名学者刘半农（刘复）在 1933 年的一篇文章里也高度评论朱载堉的十二等程律这一发现。”他感叹道。

大家知道，火器、造纸、印刷是中国人的三大发明，到了近代，西洋人用所有的力量、所有的科学方法完全放上去，使这三种东西每一种都有飞速的进步、极度的改良，而我们必须回过头去跟他们学习……唯有明朝末年，朱载堉先生所发明的十二等律，却是一个一做就做到登峰造极的地步的大发明。他把一协分为十二个相等的半度，是个独一无二的方法。直到现在谁也不能推翻它、摇动它；他所用的算法，直到现在还是照样的做；他算出的数目字，直到现在还是直抄了用，不必我们自己费心。

全世界文明各国的乐器，有十分之八九都要依着他的方法造；即就北平而论，至少总有一二千架钢琴，却没有一架不用他的方法定律。这种发明，恐怕至少也可以比得上贝尔的电话和爱迪生的留声机罢。

“嗯，全世界的钢琴更是数以百万计，都用朱载堉的方法来定律，真是伟大的发现。”

“还有，清代著名学者、历算家江永研习乐律学五六十年，自认为颇有心得，但他在藏书家中一见到朱载堉的鸿篇巨著《乐律全书》，不禁‘**悚然惊，跃然喜**’‘**诧为奇书**’‘**一见而屈服**’。”

夫理数之真，隐伏千数百年，至载堉乃思得之。

窃恐伶伦造律，后夔典乐，其神解耳聪虽绝人，亦未必能致思及此也……

“朱载堉所解决的玄妙问题到底是什么难题，竟然让东西方有识之士苦苦追寻了一两千年？”

“这个问题貌似是一个纯粹的音律问题，但在朱载堉看来却远不止于此。这个音律返宫的问题关乎国家社稷的兴衰、宗庙祠堂的持久。如果解决了此问题，则有可能实现‘与天共谐’的宏愿，甚至实现天下大同。”

⊙ 音乐：通往灵魂的必经之路

“音乐竟然如此重要，关乎国家朝廷的兴亡？”他问道。

“对，千百年来中国人极度重视音乐。古代中国人认为，每一个朝代的灭亡，都是从‘礼崩乐坏’开始的，都是乐音系统与‘天’的不和谐造成的。”我说道。

“有这么大的影响？为什么呢？”

“你知道，中国人重视孝道，也极为敬重逝去的祖先。因此不论是皇室贵族，还是平民百姓，每逢新年到来，必先祭祖。把最好的祭品献给祖先，以告慰他们的在天之灵，同时祈求得到他们的祝福，保佑来年的国泰民安、家族兴旺。”

“同意，这是中国人的传统。”

“中国人深信，这些祖先虽然远去但并未消失，他们的灵魂一直存在并且关注着世上的人，他们暗中保佑好人、惩戒坏人。所以必须对祖先恭敬，并且在祭祀时把人世间的事情通达给先人，如一年当中有喜事则告慰祖先，如做下恶事则祈求原谅。”



图 5-18　祭祖时奏乐

“是的，必须对祖先诚心诚意。”

“而在祭祖时，为了能够让这些人世感情通达祖先的灵魂，音乐则是不二之选。只有音乐才能把那些无以言表的复杂感情，无论是悲伤还是喜悦、无论是缅怀还是思今，准确地传达给先人。”

“我原以为音乐是内心的自然流露、洗涤心灵的妙法，没想到音乐还是与祖先之灵沟通的渠道。”

“对，祭祀必有音乐。古人相信，悦人的音乐是通往灵魂的必经之路。”

“嗯，音乐远胜于文字，尤其是在表达感情时。”

“在农耕社会，农民种粮基本靠天吃饭，国家兴衰又与农作物收成息息相关。而收成好坏取决于对季节变换知识的掌握，

掌握二十四节气的变换，观测星空和日月变换，预测播种收割的时节，把这些记录下来并加以计算。这些天文、历法、数学、几何等知识都需要国家的皇室和士大夫阶层保存，并且代代相传。但这些并不能保证风调雨顺、国泰民安。”

“是啊，总是有风云不测的时候。”

“对，天灾总会不期而至，这些被解读为上天以及祖宗的不满和警戒。所以祈求和取悦上天和祖先，变得异常重要：祭祀用的物品必须是最好的，而祭祀的音乐也必须是最优美和谐的，只有那些涤荡心灵、淳朴悠扬的音乐才能感动祖先、让他们赐福人间。”

“嗯，我刚刚看了一部电影《寻梦环游记》，说的是墨西哥的亡灵节的音乐故事。这个节日人们纷纷祭祀祖先，并且有盛大的音乐表演，看来用音乐来祭奉祖先是全人类的共同做法。”他说道。

“我也看了这部电影，非常感动的故事，那个墨西哥唯一一个不喜欢音乐的家族里居然有一个小男孩不顾家族的禁忌在亡灵节去弹唱音乐。电影里最感动我的一句话是：**死亡不是真的逝去，遗忘才是永恒的消亡**。”

“嗯，我也很喜欢这一句。因为真正的死亡是世界上再没有一个人记得你。”

“而让人记住逝去的先人的最好方法就是**音乐**。所以埃克托才给自己年幼的女儿写了一首歌《请记住我》，他希望自己有一天离开人世后仍有人通过音乐记得他。虽然他写了很多好听的歌，但是这一次‘这首歌不是写给全世界的，是我写给我的女儿 COCO 的。’他渴望他的女儿以及后人记得他，这样他才不至于永恒地消亡。”我说道。

“是啊，事实上埃克托也做到了。只有音乐才能唤醒远去的记忆，时间流逝，但音乐会永久留存在人们的记忆里。”

“嗯，所以永远不要低估音乐的力量。”

⊙ 音乐十二律：与天和谐之道

“对了，在中国音乐的故事也很感人。我想起了在《论语》里有一个小故事，说孔子因为在齐地听到了古乐《韶》，‘三月不知肉味’，孔子说没有想到好的音乐是如此让人欢喜。”他说道。

子在齐闻《韶》，三月不知肉味，曰：“不图为乐之至于斯也”。

——《论语·述而》

“嗯，是的，《韶》是古乐，据说是大舜的音乐，原始质朴、浑厚自然，听起来让人心气平和，所以孔子认为《韶》尽善尽美。只有如此完美的音乐才配得上大舜治理天下达到的那种天下太平的景象。”我说道。

“所以如果祭祀的音乐出现了不和谐之音，不仅是对上天和祖先的大不敬，而且还有可能是天下衰败的征兆？”

“正是。如果一个朝代礼崩乐坏，则象征着衰败的开始。祭祖人通过吟唱、奏乐来达到与灵界的契合。中国人相信天人合一，所以演奏的音乐也必须与上天和谐统一。”

“怎么和谐统一？”

“祭典的音乐的音高，必须与季节、月份、日期乃至时刻等数字配合一致。例如，掌管音乐的伶官，在一年12个月要分别使用十二律其中的一律作为基准音，每月更替，十二月循环往复，十二律也循环交替。”

“真虔诚。”

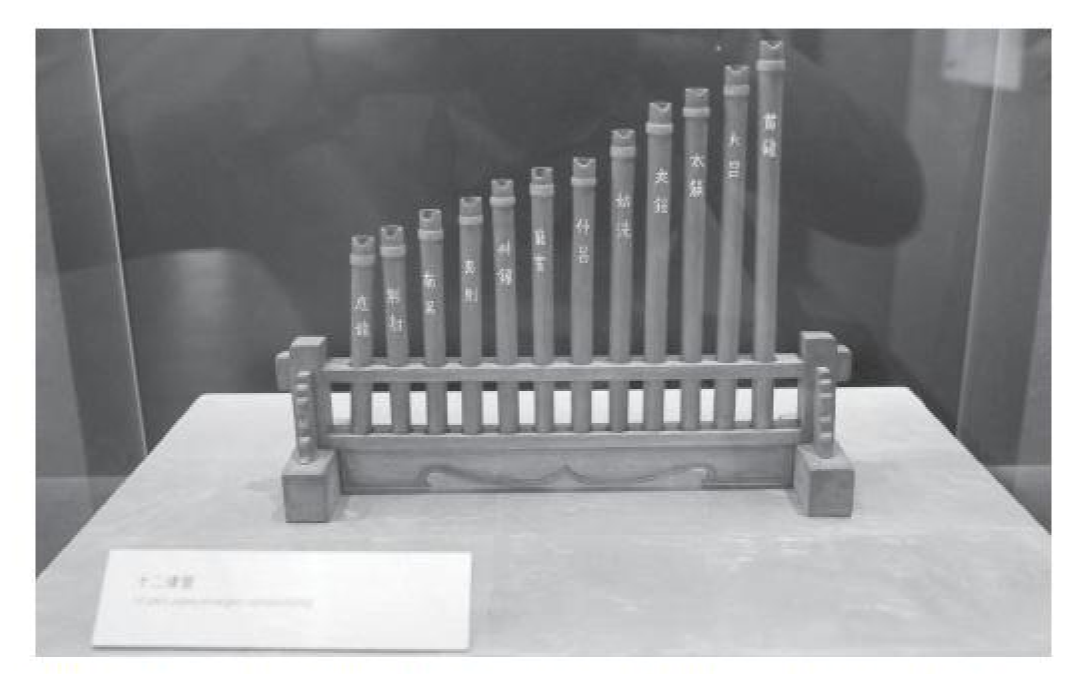


图5-19　十二律对应的律管：黄钟—大吕—太簇—夹钟—姑冼—仲吕—蕤宾—林钟—夷则—南吕—无射—应钟

孟春之月，律中太簇；仲春之月，律中夹钟；季春之月，律中姑冼；孟夏之月，律中仲吕；仲夏之月，律中蕤宾；季夏之月，律中林钟；孟秋之月，律中夷则；仲秋之月，律中南吕；季秋之月，律中无射；孟冬之月，律中应钟；仲冬之月，律中黄钟；季冬之月，律中大吕。

——每月对应一个音律《礼记·月令》

“所以第十二律结束后必须回到第一律，重新开始。这就要求音律系统必须精准，必须能够顺利返回到基准的宫音，也就是‘返宫’。”我说道。

“如果朝代更替了，怎么办呢？”

“朝代更替，则要建立新的乐音系统，以替代已经被上天抛弃前朝的礼乐，重新赢得上天的眷顾。这些新的乐律，要被严格记录在史书里。从《史记》开始，每一朝代的史书都必须包《历书》《律书》和《乐书》。”

“这些书是什么内容？”

“前者是关于本朝的历法，而后二者则是本朝祭祀的雅乐、乐器组合、舞蹈、音高系统、管乐器的孔距和弦乐器的弦长规定。”

“那基本的音高是怎么确定的呢？”

“传说中，最早的基准音是上古黄帝的乐官伶伦跑到昆仑山以西，采集到一段竹子，以它的长度确定了基准音——黄钟的宫音。”

昔黄帝令伶伦作为律。伶伦自大夏之西，乃之阮隃之阴，取竹于嶰谿之谷，以生空窍厚钧者、断两节间、其长三寸九分而吹之，以为黄钟之宫，吹曰“舍少”。次制十二筒，以之阮隃之下，听凤皇之鸣，以别十二律。其雄鸣为六，雌鸣亦六，以比黄钟之宫，适合。黄钟之宫，皆可以生之，故曰黄钟之宫，律吕之本。

——《吕氏春秋》

“这个传说可靠吗？”

“有人认为那时根本不可能创造出十二律。不过也有人认为伶伦放着大江南北的竹子不去采，而跑到遥远的昆仑山以西去采集竹子，其实是从中亚苏美尔人居住的地方引入了最早的音律系统，因为苏美尔人世界上第一个发现了音程的数字比值关系，制定了祭典音乐的音程数比原则。”

⊙ 无法完美回归的十二律

“那后来呢？”他问道。

“在《管子》里记载了三分损益法的计算方法，《淮南子》和《史记》中记载了完全的十二音系统，在《吕氏春秋》里还记载了十二律的计算方法。它们的目的都是为了确定音律的比值关系。”我说道。

“每一朝代的基准音都有变化？”

“嗯，从周朝到清末，基准音变化了 40 多次。每一次，人们都希望能够找到和上天最和谐的音高。但是每一次，人们都遗憾地发现，按照五度盘旋，产生的最后一个音，无法完美地回归到基音的八度。也就是说，五度和八度之间存在不可调和的因素。”

“那这不可调谐的因素是什么呢？”

“原因其实很简单，从毕达哥拉斯到管子，都以五度相生作为生律的方法，每隔新音律都是原来音符的 2/3 倍，或者 4/3 倍，这样所有的音符之间都是 2/3 的倍数。而返宫却要找到八度，也就是 2 的整数倍。”

“也就是说，无法调和 2/3 和 2 的关系？”

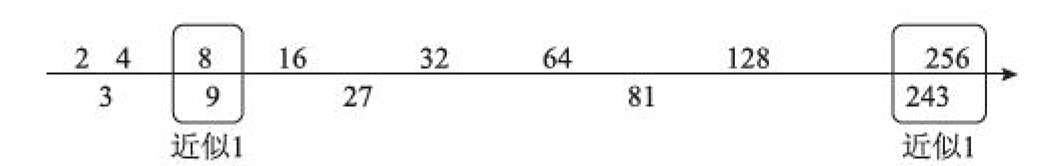


图 5-20　三分损益和五度相生无法完美返宫

“对，你找不到一个数，同时是 2/3 的幂和 2 的幂！换句话说，你找不到一个数，同时是 3 的幂和 2 的幂。”

“为什么呢？”

“你看，3 的幂永远是奇数，而 2 的幂永远是偶数。而奇数永远不可能等于偶数！”

“哦，是啊！”

“既然永远找不到一个数同时是 2/3 的幂和 2 的幂的整数倍，那五度相生法永远无法找到完美的返宫。”

⊙ 横空而出的十二等程律

“原来如此！那怎么办呢？难道必须抛弃五度相生法？另造他法？”他问道。

“可是两千年来，所有人都认为五度相生产生的音符优美动听，几乎没有人想过要抛弃这一优雅的方法。只有朱载堉，破天荒地批判五度相生法的缺陷，并且找到了一种全新的生律方法。”我说道。

“这是一种什么方法？”

“简单说，就是在八度之间找到 12 个音，相邻的两音之间听起来差别相同，也就是音程相等。所以叫作十二等程律，又叫平均律。”

“哦，巴赫的《平均律钢琴集》的名字就是从这里来的？”

“对，不过巴赫的平均律原文直译过来是‘足够好的调音律制’（The Well-Tempered Clavier），虽然耳朵分辨不出来细小的音程差别。”

“这个乐谱有什么好处？”

“由于采用了新的调律方式，转调变得很容易，而且即使演奏很多不同调的音乐，也不需要临时调换乐器了。”

“真是大大方便了演出。”

“当巴赫写作这一钢琴集的时候，平均律已经开始在欧洲普及，而这要归功于朱载堉发现的十二等程律。为了这个发现，世界已经等待了两千多年。”



图 5-21　巴赫

“这项发现为什么如此困难？”

“北德州大学音乐学院卓仁祥教授认为，三分损益法和五度相生法在东西方如此流行和普遍，被当作祖宗定法和成律，而且确实非常优美动听，因此不敢跨过藩篱一部。朱载堉的发现，被科学史家戴念祖先生评价为‘**非有扭转乾坤的巨大魄力就不能跨越一两千年的传统藩篱**’。”

⊙ 朱载堉的天时、地利、人和

“为什么是朱载堉而不是西方人或者其他中国人能够跨越这个巨大的藩篱？”他问道。

“天时、地利、人和。”我突然蹦出来三个词。

“此话怎讲？”

“首先，从天时上看，中国古代音乐最重要的用处是祭祀，每个月都有一个特定的音律与之对应，每个月换一次，一年十二个月刚好循环一次。中国人探索音律是基于天人合一的理念，所以不会满足于听觉上的大致和谐，所以律制必须严格精准。而西方人探索音律主要是为了使用，只要听觉上满意，能够实现一定范围的移调即可，所以没有动力驱动他们去探索精准到小数点后 24 位的乐律规则。相反，宋元朝以来，中国的版图统一要求全国性的统一音高，要求自由旋宫的新音律出现。”

“那地利呢？”

“朱载堉贵为王子，身出皇室，父亲朱厚烷是郑恭王，王宫里书籍丰富，乐工、典乐官齐备，为他学习和研究乐律提供良好的教育条件。”

“我记得明朝实行宗藩制。帝王的子弟被分封到各省、州为王。一则保家卫国，二则避免在京城对皇权造成威胁。”他说道。

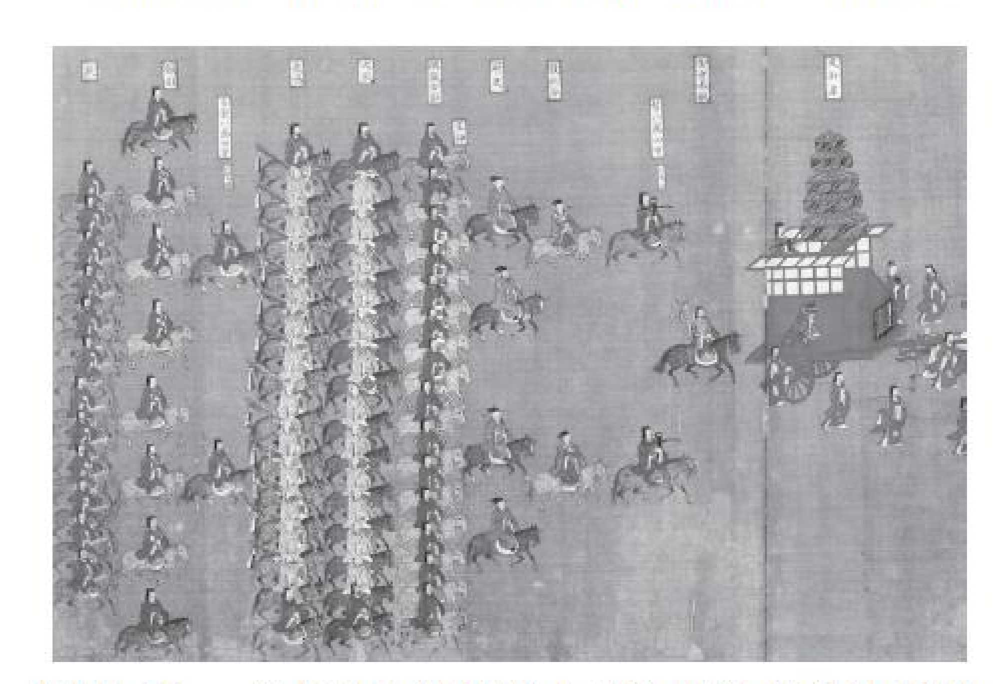


图 5-22　《大驾卤簿图》局部 北宋皇家礼乐队

“对，明成祖朱棣的长子即位，次子被封为郑靖王。郑是封邑，靖是谥号，而王则是爵位。郑靖王即是朱载堉的上五世祖。每个王府，都设有宫城，郑王府位于怀庆府内。王宫之内，乐生、乐工、乐器齐备。朱载堉从小衣食无忧，接受了良好的教育，并且可以随时与宗庙里的乐工、典乐官切磋音乐舞蹈、谈论雅乐、讨论乐律。”

“能有这么好条件的人寥寥无几，用今天的话形容就是含着金钥匙出生的

高富帅。”

“不过对朱载堉最重要、也是最关键的却是人和。因为王宫的地利虽好，可是在朱载堉十五岁的时候，他却从王宫里搬了出去。”

“为什么呢？”

“父亲朱厚烷是一个忠贞之士。当时的嘉靖皇帝沉迷于道教和炼丹，很多大臣皇族纷纷吹捧道教的神奇，而朱厚烷却秉直进谏皇上远离道士的蛊惑，引起皇帝极度不满。正巧他的族人因为一些家族之事正好对朱厚烷不满，看到朱厚烷失宠，于是向嘉靖皇帝参奏谋反，皇帝大怒，下旨夺去郑王王位、降为庶人，关入高墙软禁起来。”

“哇，这变故来得太突然了。”

“嗯，作为王子，朱载堉自然也被剥夺了世子的衣冠，不得与父亲再见面。本来王子十五岁就要选婚，完成人生大事，自然也无法指望了。”

“这对一个少年王子，无异于五雷轰顶。”

“是的，神坛坍塌，重重摔到地下。朱载堉从一个敦厚朴实的翩翩王子变成了愤世嫉俗的青年。以前是人人捧、人人宠的王子，降为庶人后，就连以前的亲戚见面了都侧着脸不打招呼。世间冷暖、世态炎凉，一下子让这个少年变得沉默寡言。比较一下十五岁前写的诗和十五岁以后写的诗歌，就可见这个少年经历了怎样的人情世故的变迁。”

十五岁之前朱载堉写的诗：《南陔三首》

南陔有风，吹彼芑棘。厥景娑娑，欲静弗得。孝子事亲，当竭其力。父母之恩，昊天罔极。南陔有风，吹彼桑梓。慕我父母，终身敬止。勗哉伯仲，以及娣姒。恪尔晨昏，絜尔甘旨。景薄桑榆，日亦云暮。父母俱存，兄弟无故。虽有至乐，宁不深虑。一则以喜，一则以惧。

十五岁以后朱载堉写的诗：《黄莺儿•求人难》

跨海难，虽难犹易；求人难，难到至处。亲骨肉深藏远躲，厚朋友绝交断义。 相见时项扭头低，问着他面变言迟。 俺这里未曾开口，他那里百般回避。锦上花争先添补，雪里炭谁肯送去。听知！自己跌倒自己起，指望人扶耽搁了自己。

“前一首诗，仿佛是一位浑厚古朴的少年，颇有诗经古风。而后一首愤世嫉俗，满满地对社会的嘲讽，反差太大了。朱载堉很愤恨那个诬告父亲的人吧？”

“在任何一个少年的心中，这种想法应该很正常吧。父亲无辜入高墙，一家人骨肉分离。从前族人都是笑脸相迎，现在却在背后戳脊梁骨。虽然他仍然可以居住在王宫之内，但他为父亲鸣不平，父亲入了高墙自己也决不在宫中享受。”

“嗯，是个孝子。”

“朱载堉于是搬出了王宫，在宫外自己搭了一个简陋的土屋，铺些稻草睡在上面。虽然土屋难以御寒，但在这个小小少年的心中，一团烈火却在熊熊燃烧。一股愤懑之情转变成一股冲劲和动力。他似乎看到了那些先贤，‘昔西伯拘羑里，演周易；孔子厄陈蔡，作春秋；屈原放逐，著离骚；左丘失明，厥有国语……’，都是在幽禁之中，奋发有为，做出了一番事业。”

“他在土屋里做什么呢？”

“他幽居在土屋里长达17年。他不能与父亲、祖母、弟弟相见，唯一让他能有所寄托的就是读书——各种各样的书：数学、历代天文历法、律书、乐书……”

“17年！从一个毛头少年，变成了青壮年，这得有多么坚强的意志！他的父亲在高墙内境况如何呢？”

“虽然衣食都要自己动手，但一有时间朱厚烷就拿起书研究乐律，时而弹琴抒发己怀。”

“再后来境遇有改善吗？”

“嘉靖四十五年，皇上驾崩，隆庆即位，新皇帝不再迷恋道教，问罪和罢免宫廷里的道士，为朱载堉的父亲平反，并且因为秉直进谏而对其特别尊重。后来到了万历十五年，赐厚烷书院名‘景贤’。朱厚烷恢复了爵位之后，自然朱载堉也恢复了王子冠带。”

“这一天他们等得太久了。”

⊙ 黄钟逆生仲吕

“是啊，回到王宫后，朱厚烷和朱载堉终于见面了。父子团圆，有着说不完的话。不过最令他们感兴趣的却是乐律。常年的分离，并没有让他们彼此生疏，反而在十几年的独处中对音律有了各自新的看法，正好互相交流启发。”

“这就是朱载堉的‘人和’？”他问道。

“对。朱厚烷研究乐律不循规蹈矩，而是别有心得，他对朱载堉的教诲令其豁然开朗。”我说道。

“为什么这么说呢？”

“在朱载堉所著的《律吕精义》里，他写到他研究乐律是为了完成父亲的遗志。父亲希望他能够找到一种新律法，不仅可以从**仲吕顺生黄锺，返本还元**；而且还可以从**黄锺逆生仲吕，循环往复**。而要做到这一点，不可再用传统的三分损益法。”

“那依朱厚烷，他是怎么验证三分损益法不可行呢？”

“通过试验来验证。在十五六世纪，欧洲已经从古希腊亚里士多德式的经验主义中走了出来，不再相信那些天圆地方式的经验判断，地理大发现已经证明地球不是平的，而是圆的，所有这些都要用试验来验证才可靠。而朱厚烷父子也正是循着同样的路径来发现十二等程律，这项发现的起点就是怀疑和试验。”

“他们怀疑大名鼎鼎的三分损益法有问题？”

“正是。”

“那通过什么试验来验证呢？”

“通过吹笙、抚琴，听音验证。如果仲吕可以顺生黄钟，那么反过来黄钟应该可以逆生仲吕，这样循环不已，就可以证明新的律法可以实现完美返宫。朱厚烷发现，三分损益法产生的音律并不能实现这一目的，他把这一观点告诉朱载堉，并嘱托他好好研究一番。”

> 援笙证琴，昭然易晓；援琴证律，显然甚明。仲吕顺生黄锺，返本还元；黄锺逆生仲吕，循环无端，实无往而不返之理。笙琴互证，则知三分损益之法非精义也。
>
> ——朱载堉《律吕精义》

“这是一个非常重要的怀疑？”

“对。朱载堉谨记父亲的看法，潜心思

考，对照古代各种律书，自己亲自试验。经过了多年探索，终于豁然顿悟：如果不用三分损益法，音律甚至可以做到更加精准！”

“是吗？！”

“对。朱厚烷说不仅要让仲吕顺生黄钟，还要反过来让黄钟逆生仲吕，三分损益法只能做到前者，无论如何都做不到后者。既能正旋、又能反旋，才可以实现完美返宫。”

“这下朱载堉有了明确的目标。”

⊙ 跨越千年落篱

“对。有了目标，他就开始摸索突破这一问题的线索。不过，要突破三分损益法的藩篱，还要有另外一个非常关键的人物出场。”我说道。

“此人是谁？”他问道。

“不是别人，正是朱载堉的外舅祖——何瑭。”

“何瑭是什么人？”

“朱载堉的父亲曾经资助过何瑭，所以两家关系很好。何瑭（1474—1543）也是一代忠臣，和王阳明是同时代的人。因为对抗宦官刘瑾，自知不为朝廷所喜，于是辞官回家，研究乐律，做出了千古发现。而和他同朝的王阳明也因为秉直进谏遭到了刘瑾的陷害，最后被流放贵州龙场，痛定思痛，豁然顿悟，成就了一代心学。”

“那何瑭曾经也指导过朱载堉吗？”

“何瑭去世时，朱载堉才八岁，不过后来朱载堉恢复王子冠带后，迎娶了何瑭的孙女为妻。虽然从未与这个外舅祖讨论过音律，朱载堉却受到何瑭留下的著作的深深影响。”

“朱载堉在何瑭的著作中得到什么启发？”

“何瑭在其所写的《乐律管见》第九章里，指出《汉书》的一个重大错误：历朝历代都遵循九寸作为黄钟之律，在此基础上增加一寸，作为标准的长度单位一尺。何瑭表示这种说法无论如何令人难以信服！”

五声之本，生于黄钟之律。九寸为宫，或损或益，以定商、角、徵、羽……度者，分、寸、尺、丈、引也，所以度长短也。本起黄钟之长。以子谷秬黍中者，一黍之广，度之九十分，黄钟之长。

——《汉书·律历志》

“他竟然敢怀疑《汉书》！但是他的依据是什么呢？”

“何瑭说：所有的度量衡都取法于黄钟。度就是长度，量是体积，衡是重量。黄钟是一段金属律管，以它的长度作为标准长度，以它的重量作为标准重量，以它的容积作为标准的体积，吹奏这个律管得到的音作为标准音高。因此，黄钟是所有度量衡和音律的基准。”

“哦，没想到黄钟如此重要！”

“既然黄钟是所有度量衡和音律的基础，地位如此重要，为什么还要在黄钟上再增加一寸才作为标准的长度单位呢？这不是多此一举吗？何瑭质问：为什么不直接用黄钟的长度作为一尺呢？！”

“是啊，问得好！那何瑭如何解释历代都用黄钟九寸呢？”

“何瑭认为，三分损益法离不开数字3，而如果用9寸作为黄钟的基准，计算起来

比较容易。你还记得我们上次提到《管子》三分损益法中，以九九八十一作为宫音基准，乘以 2/3 和 4/3 得到其他音的数字。这样计算起来得到的都是整数，很方便。”

“哦，我想起来了。”

“但是，何瑭表示，不能因为方便计算，就死守着黄钟九寸的说法。”我说道。

“这个怀疑对朱载堉有什么启发？”

“朱载堉也在苦苦思索，如何才能确定黄钟的基准音。而何瑭的论断为朱载堉拨开云雾。在《律吕精义》中朱载堉说，黄钟的宫音，何必拘泥于九寸的长度？音律取决于声音，而不是律管长度。拘泥于九寸的说法是错误的。一旦抛开这个限制，朱载堉发现，一扇关闭了千年的沉重大门正朝他缓缓打开了一条细缝，一束微光从外面照射进来。”

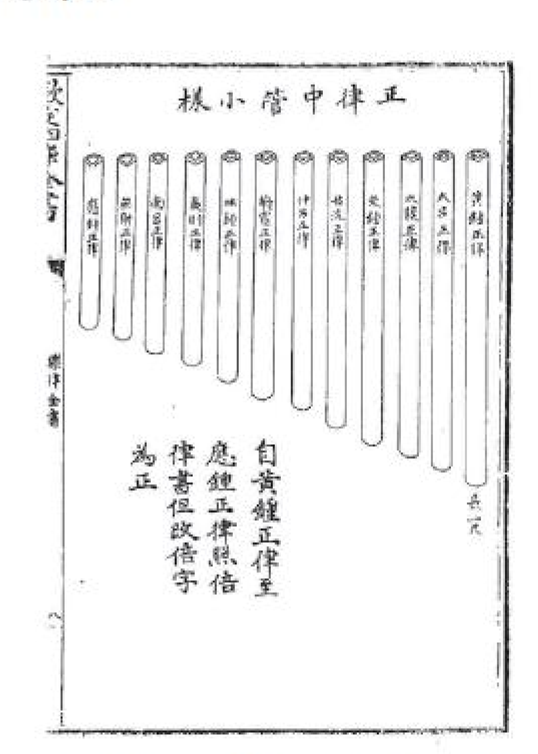


图 5-23 朱载堉提出的平均律黄钟长一尺

律由声制，非由度出。黄钟之声既定，则何必拘九寸。执守九寸为说，误矣！

——朱载堉《律学新说》卷一，《律吕本源第一》

“哦，朱载堉应该很感激何瑭吧！”

“是的，他认为何瑭的这一发现，揭示了千年未解的秘密，破解了长久以来的疑惑。朱载堉坚信这是律学的**第一要紧处**，而何瑭则是历代第一个发出这个论断的人。同时朱厚烷也支持何瑭的这一论断。”

何氏此论，发千载之秘，破万古之惑。律学第一要紧处，其在斯矣。此则唐宋诸儒之所未发也。

——朱载堉《律学新说》卷一，《律吕本源第一》

“有了这两位前辈的教诲和启发，这下朱载堉得到了独一无二的‘人和’！”

“对。万历十九年，郑王朱厚烷去世。明神宗听闻很悲痛，辍朝三日以志哀思，并赐谥号‘恭’，史称‘郑恭王’。”

“现在只剩下朱载堉一个人奋斗了。”

“两位先贤离世后，历史的重担就压在了朱载堉身上，他立志完成父亲的遗愿，找到能够返宫的音律体系。他踩在两位巨人的肩膀上，靠着自己顽强的毅力和精益求精的精神，利用巨型算盘奋力计算，终于找到了那个精确到小数点后 24 位的神秘数字，攀上了人类前所未有的高峰！”

“嗯。”

“从此，人类的音乐找到了一个共同的音律、一个无论如何转调都不会跑音的乐律体系、一条从最低沉的音铺设到最高音之间的音律高速公路、一个主宰着全世界数百万架钢琴和亿万件乐器音调的灵魂！”

“那朱载堉是如何做到的呢？”他问道。

“今天时间不多了，我们下次再聊吧！”

“好的！”

5.5 冬至大寒与黄钟大吕？

一周后，他和我在餐厅碰面了。

“上次我们说到的朱载堉是站在前辈的肩膀上攀上了音律世界的顶峰，他推开了关闭了一两千年的沉重的大门，为我们打开了另一个奇妙的音乐世界。”我说道。

“嗯，天时、地利、人和具备，太巧了。”他说道。

⊙ 黄钟之音从何而求？

“可是我们上次却没有提到另一个重要的‘人和’。”

“哦，是吗？这个‘人和’是谁？”

“朱载堉自己。”

“你是说他自身的才华吗？”

“不全是。一个人能够以一己之力跨越千年的藩篱，虽然聪明才智不可或缺，但还有更重要的原因。”

“那是什么？”

“你还记得年少时那些令他悲伤欲绝的家族恩怨吗？”

“记得。”

“他的父亲无辜被关进高墙，自己被剥夺了王子冠带。朱载堉的人生仿佛跌进了冰洞，天空阴云密布，北风呼啸，雨雪交加。但中年以后，他渐渐看淡了世事无常。”

“那些家族恩怨渐渐在他心中随风而去？”

“嗯，他避开尘世干扰，一头扎进另一个世界里。那里没有人世纷争和尔虞我诈。他静心无虑，潜心思考。即使重新恢复王子地位，他也从未想过动用手中的权力去报复当年的告发者，虽然这对于一个赢得皇上敬重的人来说，这样做轻而易举。”

“哦，他在做什么呢？”

“他静静的，像一位沉静的儒者，平静的外表下面不再涌动仇恨与愤懑，而是充满了思考和喜乐。他沉浸在思考和计算中，孜孜不倦地追求一个谜一般的数字，追求一个完美的音律体系，追求能让音律完美返宫的方法。”

“他为什么如此痴迷呢？”

“因为他深信找到了这个完美的音乐体系，音律将永远和谐，音乐和上天完美呼应，礼乐将不再崩坏，国家将长治久安。”



图 5-24　编钟已有 12 音律

“我知道了，你说的‘人和’是指朱载堉内心的平静？”他问道。

“对。朱载堉能够找到完美返宫的音律、找到黄钟逆生仲吕、循环无端的秘诀，首先要让内心沉静下来。”

“哦，这没那么容易吧。”

“不论曾经遭遇哪些不平和白眼，不论曾经遭遇那些身世起伏，都要暂时放下，回归到一颗平和的内心。”

“嗯。”

⊙ 黄钟音的回归与四季的轮回

“静谧深夜，朱载堉遥望星空，思考着乐律之谜。上天到底把谜底藏在哪里？他抚今追远，思考着古往今来的宇宙的秘密：春华秋实，花开花谢，是一年四季的轮回；日泽光华，旦复旦兮，是一昼夜的轮回；月盈月亏，是一月的轮回。”我说道。

“嗯，万物周而复始，循环不已。”

“可是朱载堉自问，他所挚爱的音律如何才能经过十二律回归到黄钟之音？”

“是啊，这是一个千年大哉问！”他说道。

“对于他自己的人生遭遇而言，他已经搬出土屋，回到王宫。冬至已经过去，物极必反，否极泰来。你还记得吗？我们以前说过，冬至意味着**阴极之至，阳气始生**，从此以后阳气开始集聚，**一阳生复，二阳来临，三阳开泰**。”

“嗯，我们说过冬至一阳生，是万物复苏的开始。”

“对，朱载堉也开始从人生的冬至中复苏。极寒的终点意味着温暖的回归，而人生的低谷也预示着新的希望和追求。他从音乐中寻求慰藉，也寻求音乐的谜语。在人生际遇的巨变、和时节的渐变中，他体察到了音乐的变化。”我说道。

“这是什么意思呢？”

“我想，对于一位跨越天文、历法、音乐、舞蹈多个领域的百科全书式的人物，朱载堉很自然地会从季节的变化中寻找答案吧。”

“哦，很有可能。”

“朱载堉知道，从冬至开始太阳每隔12个月多一点回归一次，是一年。而那个被称为岁星的木星每隔将近12年回归一次，是一个地支的轮回。”

“嗯。”

“但他也十分清楚，太阳回归并不是刚好12个朔望月，而是12.3682…月，而木星的回归，也不是刚好12年，而是11.86…年。每个数字后面都有很多个小数位，似乎没有尽头，难道天意真的难测？朱载堉自问。”

“嗯，这个问题很难回答。”

“可是，他经过努力推算已经把12.3682后面的小数部分变得又更加精确，准确性甚至超过了元代著名科学家郭守敬制定的‘授时历’。”

“这会令他稍感欣慰吧？”

“是的，他想既然天意都有准时，何况音乐！但是他对两千年来音乐的研究很不满意！”

“为什么呢？”

“朱载堉认为，历代的律家固守三分损益法，就像很久前的历法家认为一年有

365 又 1/4 天那样。”

“一年 365.25 天？那是春秋时期人们对一年长度的看法吧？”他问道。

“对。朱载堉认为三分损益法就像一年 365.25 天一样，只是大概的数字，并不准确。但是自从汉代以来千余年，人们因为怀疑四分之一度不准而不断修正，到元代授时历已经准确到了 365.2425 天，这和目前的公历已经完全一致。但在律法上，两千年来人们却从来没有怀疑三分损益法，结果时间越久人们对其越是恭敬，不敢越雷池半步。”我说道。

“哦，是啊，为什么会这样呢？”

“朱载堉不禁大声质问，为何研究律法和历法的人的智力水平相当，历法不断进步，而音律则原地踏步，为何相差如此悬殊呢？”

盖律家所谓三分损其一者，犹历家所谓四分度之一也，皆大略之率耳。自汉刘洪以来千有余载，疑四分度之一者疑之转深而转密；信三分损其一者信之弥久而弥竦：何律历二家愚智相较、霄壤相悬也！

——朱载堉《律吕精义·序》

“这就是怀疑和盲信的区别吧？！”

“对，怀疑是科学进步的驱动力。朱载堉认为只要有质疑精神，同样可以把音乐计算得像历法一样精准。”

⊙ 音乐与数字相互印证

“哦，他这么说的依据是什么呢？”他问道。

“因为朱载堉相信，音乐生于数字，数字和音乐本是一家。如不信，则可以用计算出来的数字和琴音相比对，它们一定吻合得严密无缝。”我说道。

夫音生于数也，数真则音无不合也……数与琴音互相校正，最为吻合。

“哦，只有深刻理解数学的人才会这么想吧？”

“对，朱载堉平生最大爱好不是别的，正是数学。不仅酷爱，他总是要固执地把数字的精度计算到极限。他相信，既然历法家能够把回归年长度计算得分毫不差，他同样可以用数学把音律的比值计算得分毫不差。他用大算盘一遍一遍不厌其烦地演算，得到一个数字就记下来，积累了很多数字之后，再计算它们之间的比值，久而久之，他豁然开朗了。”

余为人无所长，惟算术是好。因其所好而益穷之，以至求乎其极。用力既久，豁然贯通。

“他领悟到什么了？”

“朱载堉发现，这些雅乐的高深之理，完全可以用浅显的语言清清楚楚地表达出来。而那些别人看似迂腐繁杂的乐律学问，却在他的数字聚光灯下原形毕现。音律不再是三分损益法得到的那些近似数值，而可以用非常精准的数字描述得分毫不差。”

以浅近之辞，发挥高深之理，以幽微之数，研究迂阔之学，得其精而忘其粗。

“那他受到什么启发？”

“他想，既然从冬至到下一个冬至是一个轮回，那么从黄钟到下一个清黄钟也应该是一个轮回，两者都是一个完美的圆形。”

“圆形？”

“对，既然要完美返宫，最完美的形状就是圆形。只有把圆形等分之后，每一份才是均等的。”

⊙ 节气与音律的对应

“节气和音律怎么对应呢？”他问道。

“你看，从冬至出发，经历春分、夏至、秋分再回到冬至，刚好经历了一年。而在音律上，从黄钟音开始，逐渐缩短律管长，就有了大吕、太簇、夹钟……当律管长减小到黄钟音律管长的一半时，刚好经历了十二律，音调变大了两倍，回归到了清黄钟音。”我说道。

黄钟—大吕—太簇—夹钟—姑冼—仲吕—蕤宾—林钟—夷则—南吕—无射—应钟—清黄钟

“哦，是啊，它们都是回归。”

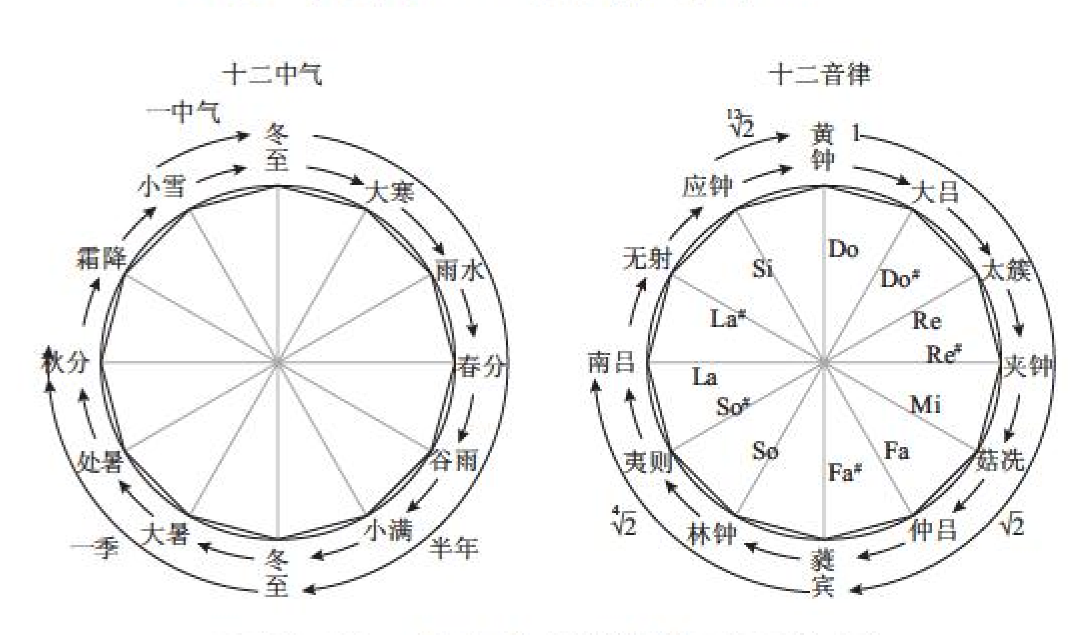


图 5-25　节气与音律的对应关系

“对。从黄钟音到清黄钟总共是十二律。朱载堉想，能不能找到一种方法把黄钟到清黄钟之间等分为 12 份？”

“就像等分一年的节气那样？”

“对。如果把音律比作历法，那 12 个相邻的律就是 12 个中气，也就是 12 个节点。”我说道。

“哦，是啊。”他若有所思。

“如果能找到一种均分的音律体系，这样从黄钟音出发，既可以从高音旋转到低音，又可以从低音旋转到高音，这样无论怎么转调都不会跑偏，就可以实现完美返宫。”

“这真是一个绝妙的主意！那如何均分音律？”

“还记得吗？我们以前讲过，商朝时只有四个节气，两分两至，把一年等分为四份。而最先被测定的是**冬至和夏至**，因为它们的影长分别是最长和最短的，那么有了冬至和夏至就把一年二等分了。”

“嗯，是这样的。”

“这样就迈出了 24 等分的第一步。接下来把冬至和夏至之间的时间继续二等分，就找到了秋分和春分。”

“嗯。”

“接下来，把这四个节气之间的时间都作三等分，就找到了所有 12 个中气的对应的时刻。最后一步，把相邻中气之间的时间二等分，就找到了其余 12 个节气的时刻。所以首先要把黄钟到清黄钟的八度作二等分。”

“那他是如何二等分的呢？”

“如果黄钟音的律管是 2，清黄钟音律管是 1，这两个音之间的等距的音律叫蕤宾。”

“这么说，等分黄钟和清黄钟的蕤宾的律管应该是 1.5？”他问道。

“不，你忘记了吗？音乐讲求的是比值而不是差值。”我说道。

“是哦，我差点忘记这一点了。那 1 和 2 中间的数应该是多少呢？让我想想，是根号 2 吧？”

“正解！只有根号 2 才是 1 和 2 之间的等比中间值。这样就实现了二等分，相当于找到了夏至和冬至。”

“那如何实现四等分呢？也就是找到南吕和无射这两律对应的数值。”他问道。

“应用同样的原则，就会发现从蕤宾到南吕的比值。等于从南吕到黄钟的比值。这样南吕就应该是蕤宾和黄钟的等比分界点。”

“嗯，同意。”

“从蕤宾和黄钟是根号 2，所以其一半就是把根号 2 继续开平方，也就是 2 的 4 次方。”

“现在已经完成四等分了。”他说道。

“对，这相当于在夏至和冬至之间找到春分和秋分。”

“离十二等分只差一步之遥了。”

“最后，把任意两个四等分之间音律平分三份就可以了。所以继续把四等分之间的比值开三次方，也就是把 2 的 4 次方继续开立方，就得到了 2 的 12 次方。这就是任意相邻两律之间的音程，相当于任意两个中气之间的间隔，比如从应钟到黄钟。”

“嗯，原理搞清楚了，那怎么计算呢？”

“朱载堉需要先计算 2 的平方，然后开方，最后再开立方。”

“不过，2 的开方计算不是那么简单吧？”他问道。

“是啊，我们现在知道，根号 2 是无理数，有无穷个小数位，可朱载堉那时还没有计算器呢！更何况要计算 2 的 12 次方！”

“是啊，上天似乎出了一道难题，来考验朱载堉的智慧。”

⊙ 还是离不开高超的计算能力

“虽然朱载堉没有计算机，但是他有算盘。”

“算盘？算盘不是做加减乘除的吗？还能用来开平方？开立方？”

“据文献记载，朱载堉之前确实没有人用算盘做过开方。他应该是世界上第一个用算盘开平方、开立方的人。”

“哇。我记得用算盘计算需要口诀的，莫非他自编了一套开方口诀？”

“正是。例如，朱载堉开立方口诀：‘一已上开一，八已上开二，二十七已上开三……’”

“我的天哪！”

“那个时代，算盘是世界上最先进的演算工具。朱载堉在计算比值时发现，开根号得到的数值必须非常精确。我先考考你，第一个数值根号 2，你还记得等于多少吗？”

“哦，1.414 吧。”

“这是三位小数，精度远远不够。”

“那朱载堉要用算盘计算到多少位小数？”

“你大胆猜一猜！”

“10 位？”

“为什么？”

“因为我的手机里的计算器是 10 位。”

“大胆一些，继续猜！”

“天哪，比我的手机还强大！ 15 位？”

“再大胆些！”

“20 位应该到极限了吧？！” 他咽了咽口水说道。

“No! 是 24 位！”

“难怪清代的著名学者江永‘一见而屈服’，不服不行啊！”他感叹道。

“是啊，光用汉字写下这串数字都要好几分钟，别说算了。精确到小数点后 24 位，这称得上算学上的奇迹了。”

“24 位小数，那他用的算盘得有多大？”

“总共九九八十一档！连起来有几米长。”

“前无古人，恐怕后来人也寥寥无几。”

“真是奇思妙想。”

“有了这巨型算盘和朱载堉自创的开方口诀，朱载堉实际上拥有了当时世界上最先进的计算工具。这套工具一旦开动起来，世界为之震颤。最后，朱载堉终于计算除了 2 的 12 次方等于 1.059463094359295264561825。”

“好长的数值！”

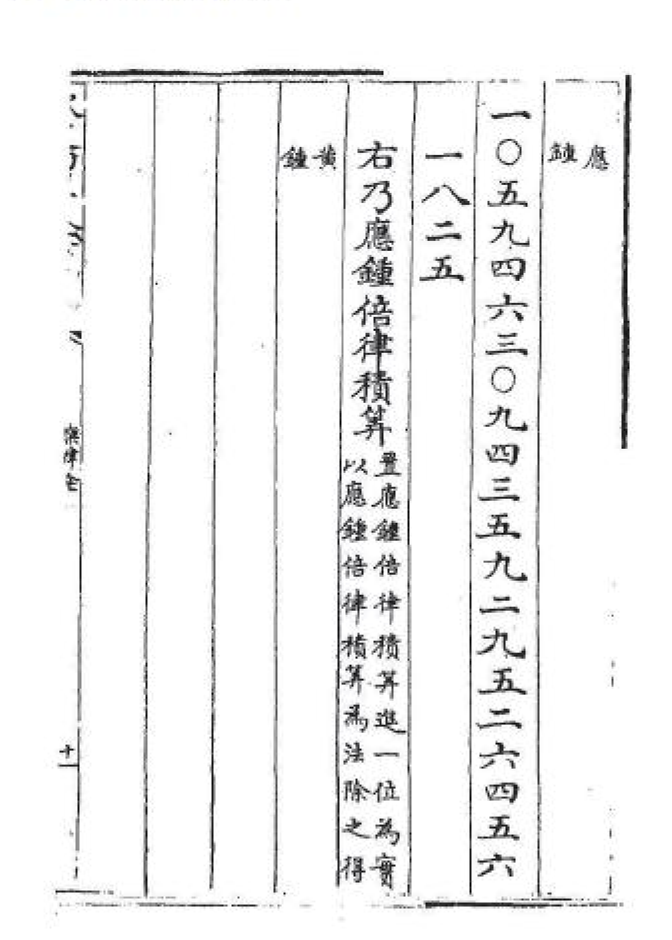

應鍾
一〇五九四六三〇九四三五九二九五二六四五六
一八二五
右乃應鍾倍律積筭
置應鍾倍律積筭進一位為實
以應鍾倍律積筭為法除之得
黄鍾

图 5-26　朱载堉得到的 2 的 12 次方的数值：1.059463094359295264561825

“因为相邻音律之间都是这个比值，所以从 1 出发，逐个乘以 2 的 12 次方，就得到了每个音律的数值。”

律名	比率
正黄钟	1.0000000000000 00000000000
倍应钟	1.059463094359295264561825
倍无射	1.122462048309372981433533
倍南吕	1.189207115002721066717500
倍夷则	1.259921049894873164767211
倍林钟	1.334839854170034364830832
倍蕤宾	1.414213562373095048801689
倍仲吕	1.498307076876681498799281
倍姑洗	1.587401051968199474751706
倍夹钟	1.681792830507429086062251
倍太簇	1.781797436280678609480452
倍大吕	1.887748625363386993283826
倍黄钟	2.000000000000000000000000

“哇，大功告成！”

“嗯，看着这组奇妙的数字，朱载堉不禁自嘲。”

“自嘲什么？”

“他说自己不过是在搞那种无用的屠龙之术，有其巧而无其用。”

全同相马，有其巧而无其用。殆似屠龙，一以自喜，一以自笑。安知来世读吾书者，不喜吾之所喜，而笑吾之所笑哉。

“那可不一定，有时候**无用之用，堪称大用**。”

“嗯。不过他接着说：谁能料到后世之人再读到我的书，不会欢喜我所欢喜的？不会像我一样发出会心之笑？！”我说道。

“嗯，何其自信！”

⊙ 随心所欲而不逾矩

“有了这个神奇的数字，朱载堉的十二等程律还差最后一步就可以完工了。”我说道。

“哦，是吗？我以为已经完工了，还差哪一步呢？”他问道。

“生律方法！”

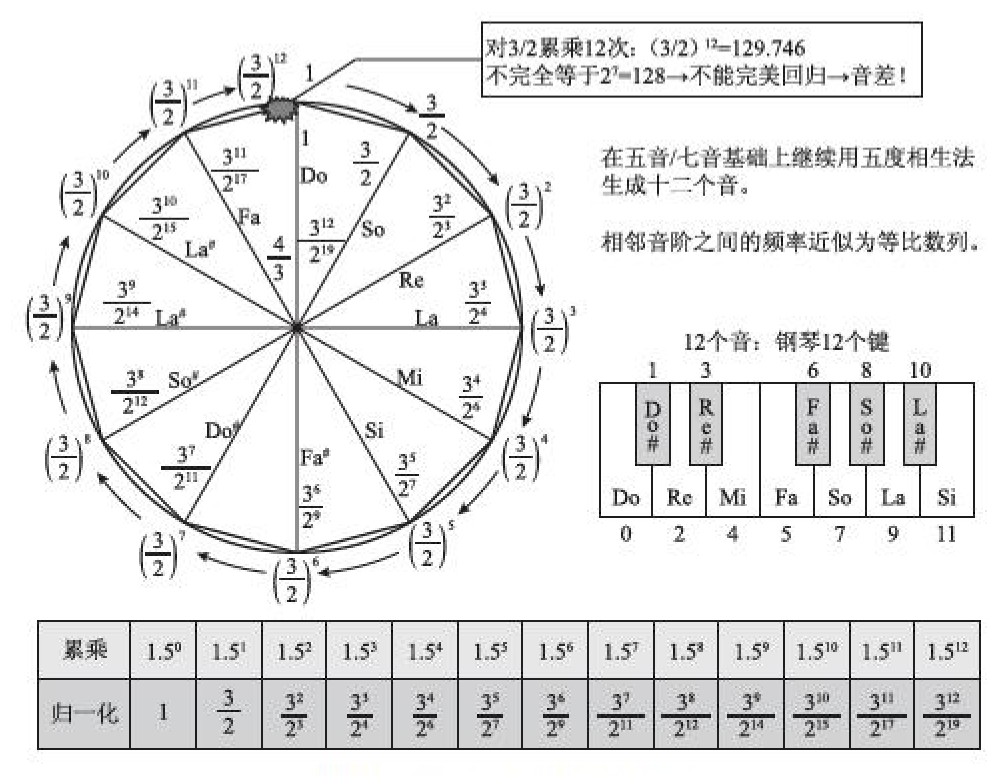
“这是什么意思？”

“就是如何从任一律出发产生出所有其他音律。我们对比一下十二等程律和五度相生法的生律方法，就会发现朱载堉的十二等程律的优点了。”

“好的。那五度相生法是如何生律的？”

“五度相生法的生律法叫**隔八相生**。”

“是什么意思？”



累乘	1.5^0	1.5^1	1.5^2	1.5^3	1.5^4	1.5^5	1.5^6	1.5^7	1.5^8	1.5^9	1.5^{10}	1.5^{11}	1.5^{12}
归一化	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{3^5}{2^7}$	$\frac{3^6}{2^9}$	$\frac{3^7}{2^{11}}$	$\frac{3^8}{2^{12}}$	$\frac{3^9}{2^{14}}$	$\frac{3^{10}}{2^{15}}$	$\frac{3^{11}}{2^{17}}$	$\frac{3^{12}}{2^{19}}$

图 5-27　五度相生

“举一个例子你就明白了。从 do 音升高五度，频率增大 3/2 倍，就得到了 so 音。从 do 到 so，在钢琴上是八个等距的半音，所以叫隔八相生。”

“为什么是八个呢？”

“你看，从 do 出发，算上黑键，也算上起始的 do 和结束的 so，总共是 do, do#, re, re#, mi, fa, fa# 和 so 八个音。”

“原来如此。那继续升高五度呢？还是隔八相生吗？”

“我们可以继续验证一下。从 so 出发升高五度，得到了高音 re，超过了八度范围，所以降低八度回到 re，这时频率又增大了 3/2 倍后降低了 2 倍，变成了 9/8 倍。”

“怎么找到八个半音呢？”

“我们仍按照刚才的方法，从 so 出发，有 so, so#, la, la#, si，之后就回到 do，因为降低了八度，接下来是 do# 和 re，总共还是八个半音。”

“有点意思，有点像我以前玩的打怪游戏，当怪物从屏幕右边消失的时候，它又会从屏幕左边回来。移动到琴键最右边的 si 之后，又从键盘的最左边的 do 回来了。”他说道。

“你比喻得很恰当，确实如此。三分损益法只能单向从左向右生律。”

“哦，是啊。那十二等程律呢？也是单向的吗？”

“不，它突破了隔八相生的单一方法，可以正向也可以反向，总共有四种方法生律。”我说道。

新法不拘隔八相生，而相生有四法，或左旋或右旋，皆循环无端也，以证三分损益往而不返之误。

“哇，是哪四种呢？”

“朱载堉的著作里花了四段文字描述这四种方法，不过我们不需要那么麻烦，只需做一个跳棋的小游戏就可以找到这四种方法。”

⊙ 四种生律方法一应俱全

“哦，是吗？六角跳棋吗？”他问道。

“不，是我发明的一个小游戏。拿一个石英钟，平放。拿一颗跳棋放在 12 点位置。”我说道。

“如果没有石英钟呢？在纸上画一个可以吗？”

“当然可以。这个游戏的规则是，如果以 12 点的位置作为黄钟音，其余 11 个小时作为其余的十一个音律。那么从 12 点出发，每次跳的步数一样，怎样跳可以把所有的小时数字都跳一遍，不多不少？”

“哦，这不是很简单吗？我立刻就想到两种。第一种就是顺时针，每次跳一点，从 12 点到 1 点，然后 2 点、3 点、4 点，最后回到 11 和 12 点。第二种是逆时针，从 12 点到 11 点、10 点、9 点，然后回到 1 点和 12 点。”他说道。

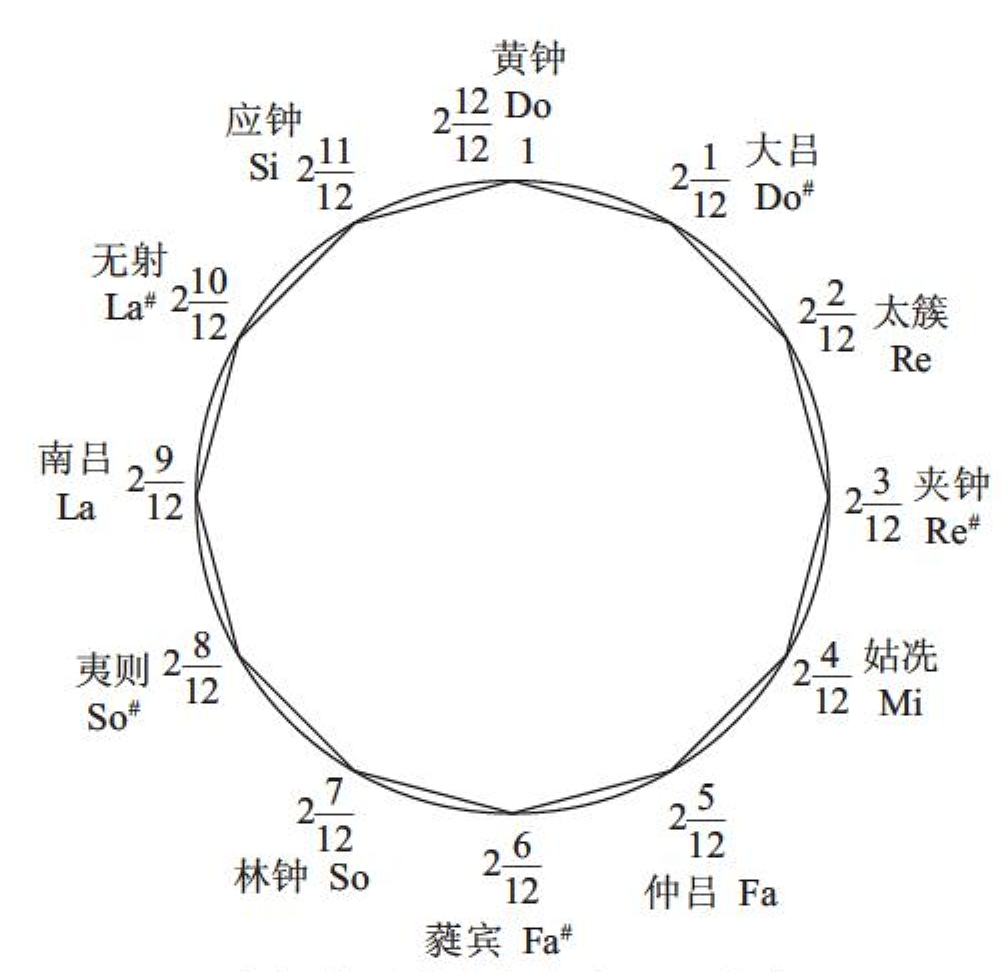


图 5-28　顺时针 - 隔二相生产生十二律

“嗯，正解。你的步长是 1，分别用正向和反向旋转，或者说步长分别是 1 和 11 的正向旋转。可是还有两种方法，就不是一眼能看出来了。”我说道。

“哦，我再试试。如果步长是 2，那么从 12 出发，就是 2、4、6、8、10、12，只能跳到偶数，而没法到达奇数。如果步数是 3，只能到达 3、6、9、12 这四个数字。如果步长是 4，只能到达 4、8、12 这三个数字。都无法产生十二个音律。”他说道。

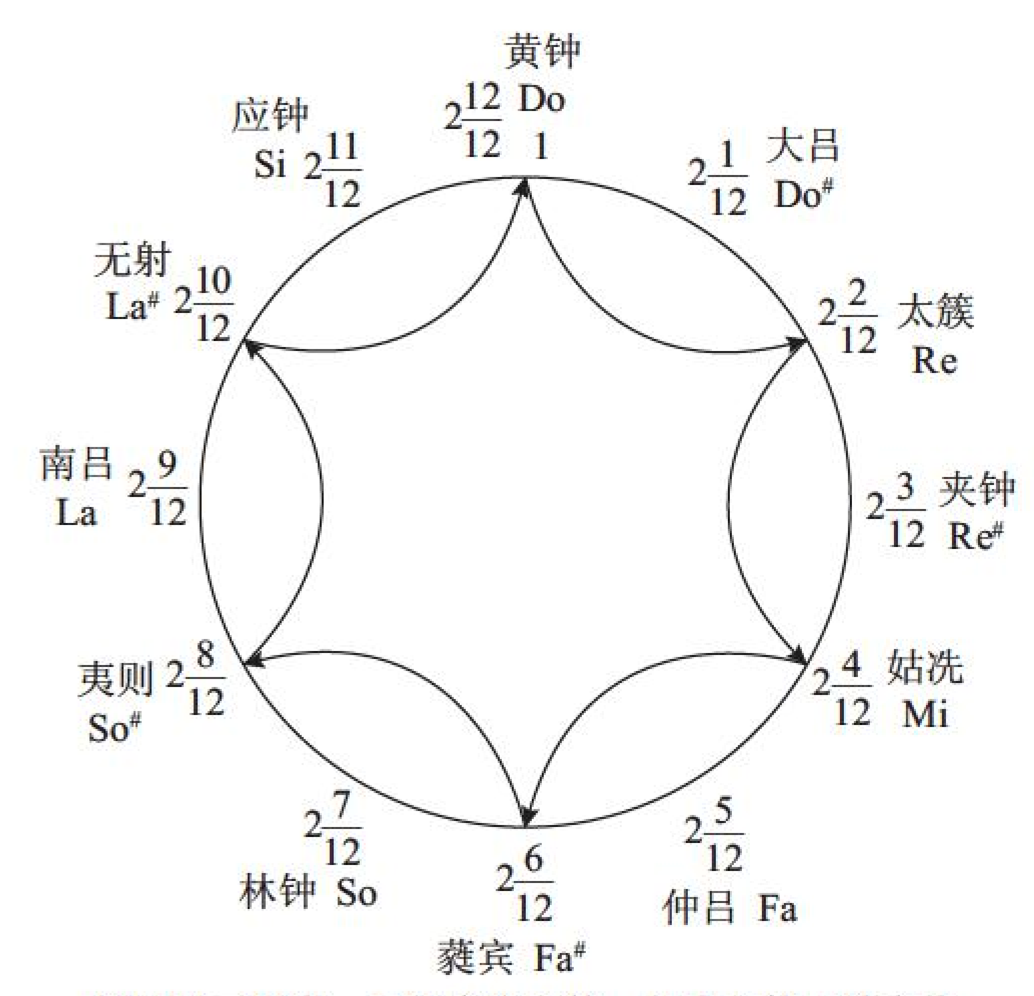


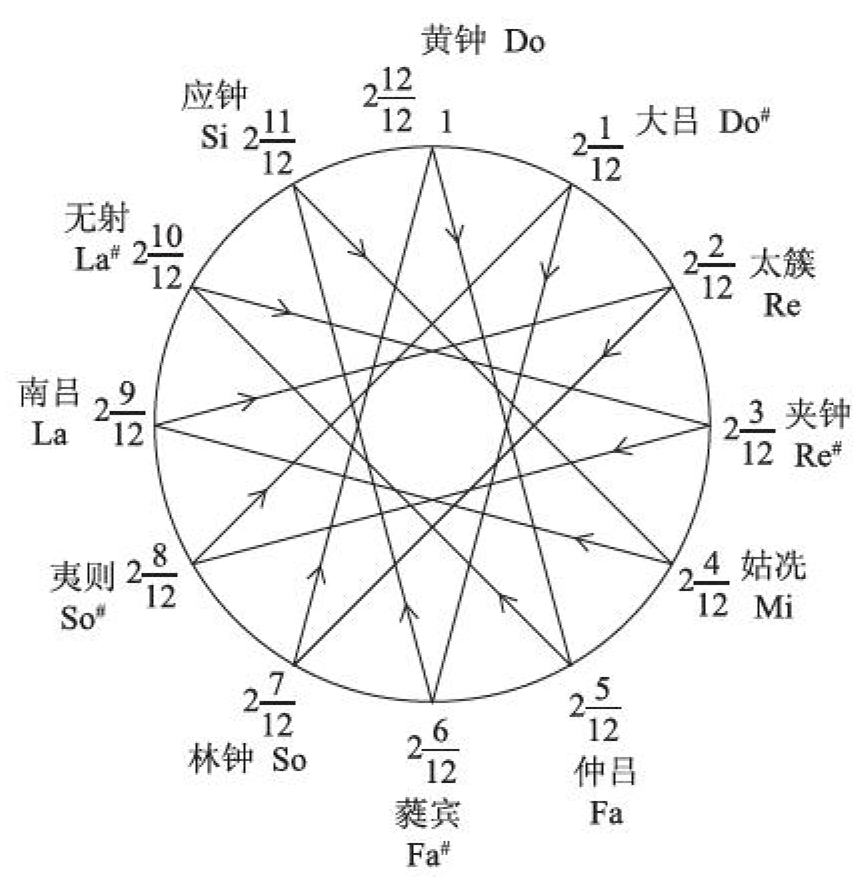
图 5-29　步长为 2，只能生成六律，无法产生十二律

“对，再试试其他的步长。”

“如果步长是 5，可以到达 5、10、3（15）、8（20）、1、6、11、4（16）、9（21）、2、7、12 点，回到了 12 点。刚好每一个数字都跳过了，不重复也不少。这算一种生律方法吧？”他问道。

“对，算上跳棋的起始数字和结束数字，例如，从 5 到 10 总共 6 个数字，所以叫隔六相生。跳 12 次回到出发点，完美返宫。”

“有意思。如果一次跳 6 步、8 步、9 步和 10 步，都无法把每一个点跳到。如果一次跳 11 步，拿就和逆时针一次跳一步一样。”

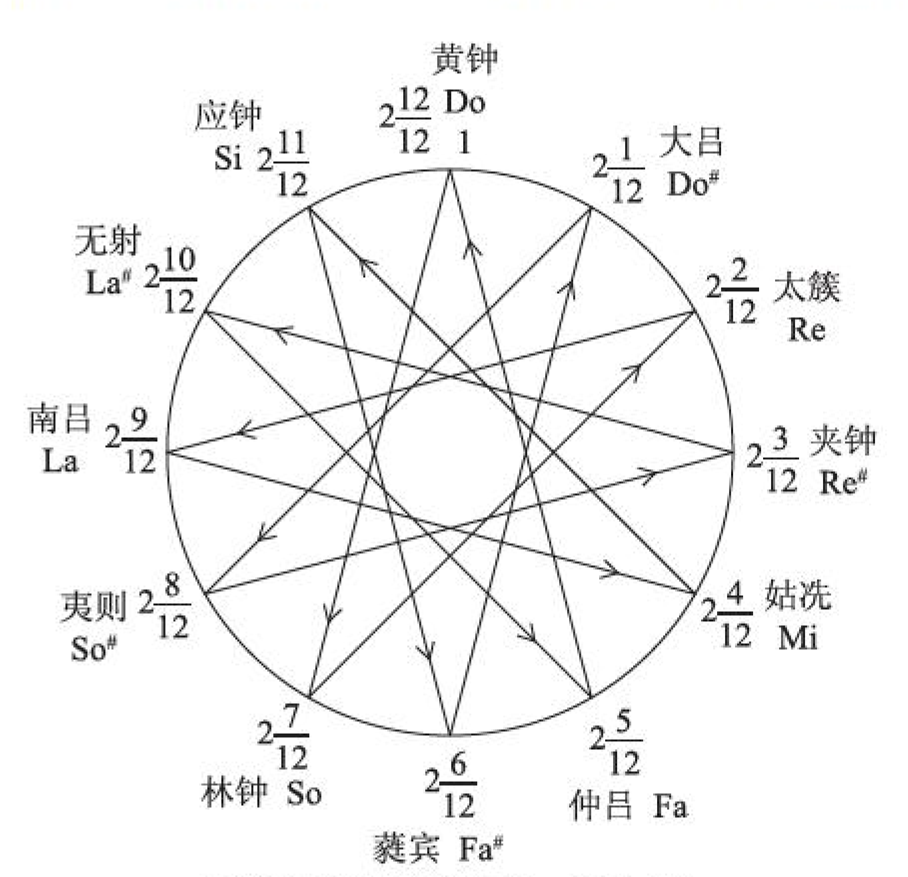


朱载堉提出的旋宫方法：隔六相生
经过12次后，产生了12音律，恰好回到黄钟。

图 5-30　步长为 5，隔六相生，可以依次生成十二律：黄钟—仲吕—无射—夹钟……黄钟

“现在，只剩下跳 7 步了。”我说道。

“好，最后再试一次：从 12 出发，分别是 7、2（14）、9、4（16）、11、6（18）、1（13）、8、3（15）、10、5（17）、12。回到 12，不多不少刚好 12 次，没有重复也没有遗漏。这是第四种生律方法吧？”他问道。



朱载堉提出的旋宫方法：隔八相生
经过12次后，产生了12音律，恰好回到黄钟。

图 5-31　步长为 7，隔八相生，可以依次生成十二律：黄钟—林钟—大簇—南吕……仲吕—黄钟

“对，因为每次的步数是 7，加上首尾两步，所以是八步，也就是隔八相生，这其实就是三分损益法。”

“哦，看来三分损益法的生律只是十二等程律的一种情况而已。”

“对，三分损益法只能隔八相生。”

“如果做一个逆时针的隔八相生会怎样呢？”

“那就刚好是隔六相生了。”我补充道。

“哦，是啊，隔八相生和隔六相生刚好是顺时针和逆时针关系。”

“这后两种方法正是朱载堉的父亲朱厚烷教导他的：**仲吕顺生黄钟，返本还元；黄钟逆生仲吕，循环无端**。无论正旋还是反旋，都能生律，十二等程律都能顺利返宫。”我说道。

“哇，真有先见之明！这对父子真是奇人！”

“嗯，有其父必有其子。”

⊙ 殊途同归

“对了，我有一个问题，这样得到十二等程律与三分损益法相比有什么不同？”他问道。

“其实，如果在有限的几个八度内，二者差别不大。用耳朵很难区分出来，这其实是好事。”我说道。

“为什么呢？”

“比如用三分损益法得到的五度，音律比值是 1.5，而用十二等程律得到的音律比值是 2 的 7/12 次方，等于 1.4983，二者差别如此之小，以至于一般人很难察

觉出来。”

“哦，所以等程律得到的第七个音律和三分损益法得到的五度没有什么区别？”他问道。

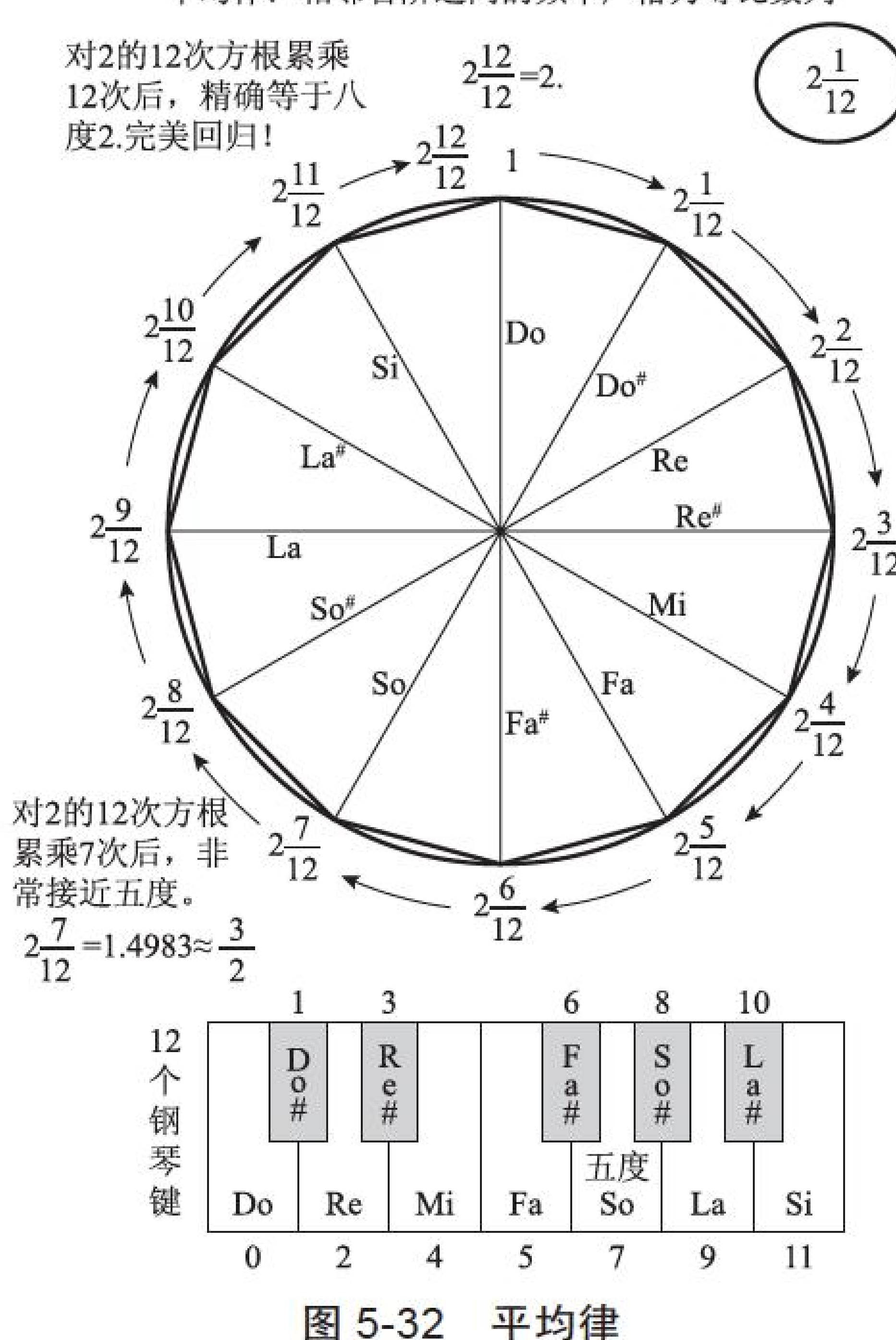


图 5-32　平均律

“对，它们听起来几乎没有区别。”

“那如果在很宽广的音域内呢？”

“那十二等程律的优势就体现出来了，例如，在一些现代电子音乐中，它可以随意转调。”

“哦，既和谐又随意转调，十二等程律集悦耳和转调优点于一身。”他赞叹道。

“总结一下，朱载堉的十二等程律解决了历代律法的三大误区和缺陷：黄钟之长定为九寸；三分损益不能返宫；只能隔八相生。”

“我在想，这么优雅而精准的音律，朱载堉之前的人为什么没有想到呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧！”

“好的！老师再见！”

“再见！”

5.6 登上《自然》的音律高人

一周后，他和我又见面了。

“上次我们说到朱载堉想出了计算十二等程律的方法，解决了三分损益法不能完美返宫的问题。”我说道。

“嗯，朱载堉做出了不可替代的贡献。”他说道。

“不过，三分损益法也有可取之处，就像牛顿力学定律虽然无法准确计算接近光速的运动，远不如狭义相对论准确，但它在日常工程计算中仍管用。”

“嗯，用朱载堉的十二等程律计算得到的第七律和五度非常接近，几乎听不出来。”

“不过，反过来说，相对论毕竟是对牛顿经典定律的一次革命性突破，而朱载堉的十二等程律也是对三分损益法的历史性创新。”我说道。

⊙ 为什么是朱载堉?

“是的，可是我有一个问题，为什么偏偏是朱载堉而不是别人发现了十二等程律？”他问道。

“你为什么这样问呢？”我问道。

“中国历史这么悠久，人才如此多，朱载堉的前人就没有优秀的既懂音律又懂数学的奇才吗？这些人中难道就没有一个人想到十二等程律吗？”

“哦，你说得对，朱载堉之前确实有过许多数学音乐奇才，他们对这个问题进行了深入研究。”

“他们是谁呢？”

“例如，汉代的京房，他用三分损益法一直计算下去，得到了 53 个音律。为了和甲子 60 相对应，他又额外算了 7 个音律，最终达到了 60 律。”

“哇！一个八度里有这么多音律。”

“可是，还有更多的呢！钱乐之继续用三分损益法算下去了，居然算到了三百六十律。”

“三百六十律？！我怀疑他的耳朵到底有多灵敏，能在一个八度内区分三百六十个不同的音调。”他惊讶地说道。

“但无论是京房还是钱乐之，他们都紧紧攥着三分损益法不放，每隔音律是下一个音律的 2/3 或者 4/3 倍数，因为分数是有理数，所以所有的音律都是有理数，从未敢跳出这个范围，去无理数的世界里尝试一下，所以仍存在不能返宫和音律不等距的问题。”

“难道没有人跳出三分损益法去寻找答案吗？”

"有，这个人是南北朝的何承天。你还记得吗？我们在谈论祖冲之的时候提到过何承天编制的历法，祖冲之对这个历法进行了修正。"

"哦，我想起来了。"

"何承天认为三分损益法之所以不能返宫是因为在起始的黄钟音和终止的清黄钟音之间存在音差，他把这个音差平均分配到十二律当中，在十二律的音差部分形成了一个等差数列，这可以说是抛弃五度相生法的一个例子。"

"哦，那它的效果怎样呢？"

"嗯，比较接近平均律。不过朱载堉认为何承天的做法是'强使还元，不能取信于人'。"

"哦，朱载堉的意思是这个反复原理上讲不通？"

"对。之后又有人对三分损益法进行了修正，例如，刘焯的等差管律，王朴的纯正音阶律，蔡元达十八律。"

"等差数列？我们现在知道音律之间应该是等比数列吧？"

"对，隋朝的刘焯大胆违背三分损益法，构建了音律等差数列，虽然失败了，却为朱载堉打开最终的大门提供了借鉴，除了三分损益法，其他方法也可以尝试。"

"朱载堉对前人方法存在的问题都了解吗？"

"他心里一清二楚。虽然揭开新的律法仍是迷雾重重，不过朱载堉对自己信心十足。他把自己创建的方法称为新法，而之前的叫旧法。"

⊙ 新法密率

"新法比旧法好在哪里呢？"他问道。

"朱载堉认为新法相邻两个音律之间的比值更加准确，所以叫密率。后人把朱载堉的方法称为**新法密率**。"我说道。

旧法往而不返，别造新法。

——《律吕精义·内篇》

"这个密率就是上次我们说过的1.059……后面有24位小数吗？"

"对，就是我们上次说的对2先两次平方，然后开三次方得到的。"

"奇怪了，在加减乘除、乘方、开方这么多中运算方式中，朱载堉是怎么想到开方运算的，而且是先开平方、再开平方，然后开立方的？莫非他有神助？"他不解地问道。

"其实朱载堉本来也是相信三分损益法的，因为这个阵营声势浩大，为首的就是大名鼎鼎的学者朱熹。"

"哦，朱熹，一代理学宗师！"他惊叹道。

"嗯，朱载堉冥思苦想古代的音律，可是久久不得其解。一天他抚琴放松一下。在悠扬的琴声中，朱载堉思绪开始在音乐中飘散开来。长久的音乐训练让他的耳朵异常灵敏，他似乎不是用耳朵来听音乐，而是直接用心灵来体察音律。"

"这境界一般人难以达到。"

"琴声低沉时，他也情绪低落；琴声悠远，他的思绪也飘到了天尽头。当琴声再次低沉地把他拉回现实时，他似乎觉察出琴音有些不对劲，可是又说不上来。个

中滋味，恐怕只有他自己心里清楚。”

“嗯。”

“朱载堉低头看自己手指抚琴的位置，刚好是三分损益法所教导的方法，千真万确，一点都不错。这是无数宗师教导的方法，历经千年传习。”

“对啊。”

“可是朱载堉惊奇地发现，这个方法的琴位和琴音就是有那么一点不合。”

“哦，到底哪里出了问题呢？”他问道。

“朱载堉知道，抚琴比吹奏笛子复杂得多，一手在特定位置按住琴弦，另一只手弹琴。当琴弦按下的位置稍有不同，琴音就变得不一样了。如果严格按照三分损益法来抚琴，有些音之间的音差大，而有些音之间的音差小，并不均等，所以音调听起来忽高忽低。”我说道。

“什么都逃不脱他那灵敏的耳朵！”

“朱载堉昼夜思索，试图穷尽这背后的原因。他把古代从春秋战国到汉唐一直到最近的音律经典书籍都拿出来，逐一审查，什么也没有找到。但是当他用算盘一一验算这些律法时，音律背后的数字在他的算盘上突然变得清晰起来。”

“他有了什么发现？”

“他突然发现，这些数字无论怎么计算，都无法穷尽。他终于豁然醒悟了！”

“醒悟到什么了？”

“这些都只是近似而已。虽然这些都是前人留下的珍宝，但朱载堉意志已决，不能膜拜这些先贤留下来的音律了。”

“近似？前人算得都不够准确？”

“嗯，朱载堉认为，两千年来所有人都把古代音律奉为圭臬，从未有人怀疑。这些记录在经典书籍中的方法都不可信。朱载堉下定决心、抛弃三分损益法，自己尝试新的计算方法。”

“但如果这样，他就形单影只了。”

“嗯，确实如此。他遇到了前未有过的困难。朱载堉意识到，只有计算得极为精确才有可能解开音律的最终奥秘。可是现有的工具却不够用了。”

“那他怎么办？”

“他一不做二不休，干脆自己开始先发明了新的工具。他做了 81 档的双排算盘。加减乘除不够，他自己发明了开平方和开立方口诀。”

“嗯，遇山开路，遇水架桥。”

“他操起大算盘，打得噼里啪啦响。打完算盘，得到一个数字，他把新计算出来的数值标记在琴弦旁边，以和三分损益法得到的位置作比较。他在这个位置上弹一下，验证是不是那个音。”



图 5-33　朱载堉制作的双排大算盘

“嗯，理论结合实践。”

⊙ 乐工的启发

“他没日没夜地计算，反反复复弹琴验证。连王宫里的乐工们都觉得王子这些天不对劲，茶饭不思。乐工们看到朱载堉在琴弦旁边标注的新音律，很是好奇，于是攀谈起来。”

“他们谈了什么？”

“朱载堉说这是他计算出来的新音律，并请教乐工如何找到最佳的音律位置。一位资深的乐工拱手说道：按照古法是‘四折去一，三折去一’。说者无意听者有心，朱载堉眼前一亮，立刻在一堆凌乱的纸堆里找出一张算纸，上面有一串数字。他匆匆把这个数字打到算盘上，口中念念有词，指尖灵活地在圆润的算珠上飞来飞去。乐工们看呆了，悄悄地退到了一遍，面面相觑，默然不语。”

“这是怎么了？”他问道。

“一顿天昏地暗的日子之后，朱载堉的脸上挂上了久违的微笑。”我说道。

“他悟出什么了？”

“乐工所说的四折、三折，正是朱载堉想要的。”

“他想要的什么？”

“四折去一、三折去一里的‘折’，本意是把琴弦折叠，是乐工在琴上找位置的口诀。但对于朱载堉这样的数学家来说，‘折’意味着开方。”

“啊哈！一语双关，惊醒梦中人！”他惊叹道。

“朱载堉惊喜地发现：如果四折就是开四次方（也就是开两次平方），三折就是开立方，先开四次方再开三次方，总共就是开十二次方，他去算盘上演算，果然能够完美返宫，得到了梦寐以求的十二等程律！”

“哇，巧了！”

“虽然思考的过程只有朱载堉心里清楚，不过在虚虚实实之中，朱载堉捅破了那一层窗户纸，找到了通往音乐殿堂的神秘数字，他激动地把这一段经历特意记录下来。”

臣尝宗朱熹之说，依古三分损益之法以求琴之律位。见律位与琴音不相协而疑之，昼夜思索，穷究此理。一旦豁然有悟，始知古四种律皆近似之音耳。此乃二千年间言律学者之所未觉。惟琴家按徽，其法四折去一，三折去一，俗工口传，莫知从来。疑必古人遗法如此，特记载于文字耳。

——《律吕新说·卷一 密率相求第三》

⊙ 仅有计算还不够

“那接下来，朱载堉怎么验证他的十二等程律是对的呢？”他问道。

“既然要用实验验证，就必须有用十二等程律制成的乐器，还要用十二等程律写成的乐曲。”我说道。

“朱载堉找人去制作乐器和谱曲了？”

“不，都是他一个人做的。”

“不会吧？！我听说数学学得好的，弹琴弹的好，手工很巧的，作曲有灵感的，但是同时把这些都摆弄得很厉害的，朱载堉是独一人。那他是怎么做的？”

“首先朱载堉自己制作了音高标准的律管。他采集了金门山竹，选取那些长节的

小竹子，所有竹子都要粗细相等，然后做成三十六根长短不一的律管，正律十二代表中音，倍律十二代表低音，半律十二代表高音。”

“可是竹子不易长时间保存吧？”

“对，他还制作了铜制律管。在他著作里他详细描述了如何制作沙模、烘干、浇铸、钻孔、抛光、截断，最后镀金的一系列工序。”

“简直是一个高级技工。”

“律管做成后，就可以做听音实验了，务必保证八度相和、五度相和。”

“嗯，然后就可以制作乐器并调音了？”

“对，之后朱载堉制作了各种十二等程律乐器，有编管、排箫、笛、笙、琴瑟、钟磬等。他创造了世界上种类最多的十二等程律乐器。除此之外，朱载堉还制作了均准来定音律。”

“均准是什么？”

“它是一件用于定音律的弦乐器，有多根弦，本身就是一件乐器，也是世界上最早的基于十二等程律的弦乐器。”

“哦，我想起来了，钢琴的里面其实也是琴弦。”

“对，而且现代钢琴也是按照等程律来定律的，所以朱载堉创造的均准可以说是现代钢琴调音定律的始祖。”我说道。

“难怪刘半农先生称赞道‘全世界文明各国的乐器，有十分之八九都要依着他的方法造’。”

⊙ 发现管口效应

“在制作十二等程律标准律管的过程中，朱载堉又有了一个重要发现——管乐器的管口效应。这个发现在 300 年后于 19 世纪末竟然登上了著名的学术期刊《自然》（*Nature*）。”我说道。

“哦，什么能够吸引《自然》的眼光呢？”他问道。

“我们知道，笛子、箫等管乐器有一个开口，这个开口会影响律管的声调大小。对于琴弦等弦乐器来说，弦长减半，音调刚好提高八度。但是对于开口的管乐器，管长减半，音调变化却不是八度。”

“那是几度呢？”

“朱载堉用各种长度和内径的律管做试验，并比较律管和弦乐器的差别。他发现开口律管长度减半，发音都将比正常的音调降低一律。管长减半，音调变化不是刚好八度，而是大七度。”

以竹或笔管制黄钟之律一样两枚，截其一枚分作两段，全律、半律各令一人吹之，声不必相合矣。此昭然可验也。

“那这是什么原因引起的呢？”

“今天我们知道，这是因为开口律管内的空气柱要稍微超出管长，相当于管长变长，所以管音要降低一些。这就是管乐器的末端效应。朱载堉发现了这个现象，并且给出了校准的方法。”

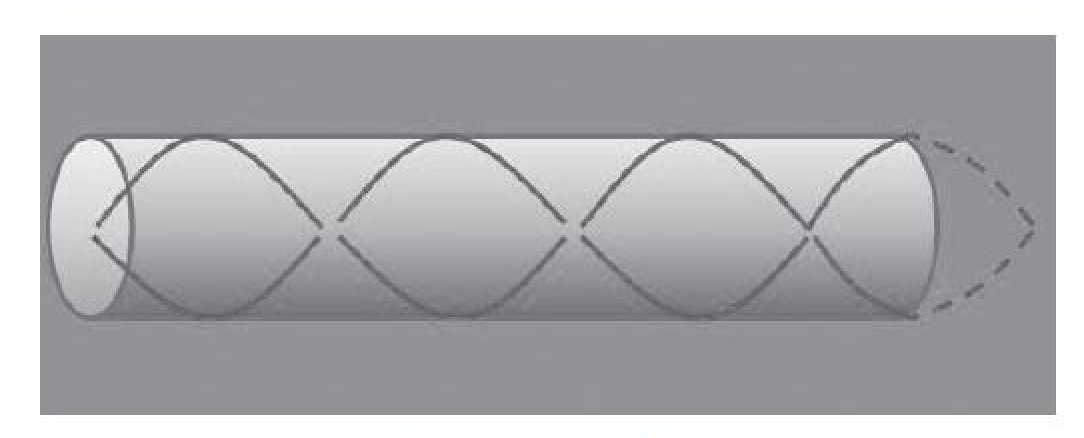


图 5-34　管口效应

“这跟《自然》杂志有什么关系呢？”

“到了清朝末年，江南制造局成立了编译馆，著名学者徐寿任总管。我们现在使用的元素周期表里的大部分元素名称，就是他们翻译过来的。编译局翻译的各国科学著作有英国物理学家 John Tyndall 教授的《声学》（*On Sounds*）。徐寿研读了这本书后，亲自做实验，发现里面竟然有一个错误。”

“什么错误？”

“书中提到，开口管里的振动模式的个数与管子的长度成反比。换句话说，笛子长度减半，声调提高八度。徐寿认为这一点不准确，需要修正才行。”

“哦，这不是朱载堉曾经提到的管口效应吗？”

“对。为了验证他的观点，徐寿用开口的乐器做了实验，发现长度 9 英寸的黄铜管发出的声音频率并不是 4.5 英寸的黄铜管频率的八度，而是要缩短到 4 英寸才是八度关系。”

“嗯，这和朱载堉观察到的现象是一样的。”他说道。

⊙ 登上《自然》

“徐寿把自己的实验结果写了下来，并写了一封信，请当时编译局的英国传教士傅雅兰把信件翻译为英文，分别寄给了 John Tyndall 教授和《自然》杂志。”我说道。

“他在信里写了什么？”

“信中他解释了自己的疑惑和实验，并且说：中国明朝朱载堉已经观察到，律管减半或者加倍，音调变化八度这一规律仅对弦乐器有效，而对开口的管乐器则无效。”



图 5-35　清末科学家徐寿

“后来呢？”

“《自然》杂志收到来信后，邀请声学博士斯通 Stone 审稿。斯通博士对此很感兴趣，他把自己的意见附在信后，他写道：

ACOUSTICS IN CHINA

THE following letter to Prof. Tyndall has been sent to us for publication by the writer, Mr. Fryer. It will be seen that a really scientific modern correction of an old law has singularly turned up from China, and has been substantiated with the most primitive apparatus. Dr. W. H. Stone, to whom the letter has been submitted, has kindly appended a note.

TO PROF. TYNDALL, LL.D., F.R.S., &c.

DEAR SIR,—My friend Mr. Hsü has brought some interesting facts relating to acoustics before my notice. As he is the father of the native official who translated with me your work "On Sound," and as he refers particularly to that work, I venture to forward you a translation of his remarks, in the hope that you will satisfy his mind on a subject in which he takes such deep interest. He says:—

"In ancient Chinese works on music it is stated that strings or pipes produce an octave or twelve semitones higher or lower by halving or doubling their length.

"In a work written during the Ming dynasty by Chen-toai-yoh it is stated that this rule will only hold good with strings, but not with open pipes such as the flute or flageolet.

"Some years ago I tried to investigate the cause of this difference and its exact amount. A round open brass tube, say nine inches long, gave a certain note by pressing the end of it against the upper lip and blowing through an *embouchure* made

图 5-36　《自然》刊登的《中国声学》

‘很有意思的是，证实这个鲜为人知的事实却是来自遥远的东方，而且是以如此简单的实验方法得到的。’”

“是啊，朱载堉和徐寿的实验如此简

易有效。”

“杂志编辑也在信上添加了按语，并且添加了标题‘中国的声学’加以发表。”

看来，发现对旧定律的真正有科学意义的现代修正却来自中国，并且以最原始的器具证明该修正是有依据的。

“Acoustics in China”, Naure vol.23（1880.11—1881.4）, pp.448-449（1881.3.10）

“嗯，几百年后朱载堉的发现终于在世界的另一头得到了响应。”

“不仅如此，朱载堉其实走得更远。他甚至还提出了一种系统校正管口效应的方法。”

“哦，是吗？怎样系统地校正呢？”

“修改管乐器的直径。”

“真是奇妙的想法，为什么这么做呢？”

“因为朱载堉发现影响音高的除了律管的长度，还有律管的直径，也就是所谓的‘广狭’或者‘空围’。”

“和律管直径有什么关系呢？”

“朱载堉发现只要律管直径按照 2 的 24 次方构成等比数列，就可以校正管口效应。”

“为什么是 2 的 24 次方呢？”

“因为朱载堉认为决定音律的因素在于‘积数’，也就是律管的容积。而容积一方面与律管长度成正比，另一方面也与直径的平方成正比。既然十二律的变化是按律管长度的 2 的 12 次方等比变化，那律管直径也应该按照 2 的 24 次方变化。”

“啊，我明白了。”

“朱载堉自己做了实验验证。200 年后，比利时声学家、布鲁塞尔乐器博物馆馆长马容（Victor-Charles Mahillon）也对此进行了验证。马容在 1890 年的《布鲁塞尔皇家音乐年鉴》上高度评论朱载堉的贡献。”

在管径大小这一点上，中国的音律比我们更进步了，我们在这方面，简直一点都没有讲到。王子载堉虽然没有解释他的学理，只把数字给了我们，我们却不难推想得之；而且我们已照样制作了律管，实验所得的结果可以证明这学理的精准。

“朱载堉只给出了数字？”

“其实马容没有读完朱载堉的著作，朱载堉把数字和原理都给出了。”

“朱载堉自己发明新理论，自己制作乐器，还发明了校正的方法，真是全才。”

“不仅如此，他还亲自作曲呢！”

“哦？！也是为了验证十二等程律？”

“正是。有了理论，有了定律器，有了乐器，剩下的就是演奏了。朱载堉自己创作了大量乐曲，包括《诗经》《仪礼》里的《关雎》《鹿鸣》《文王》《采萍》《沧浪之水》《夏训》《商颂》等。他编写了大量的练习谱（操缦谱）、旋宫谱、合乐谱（总谱）、律吕字谱、琴谱、瑟谱、工尺谱，等等。”

“哇，数不过来了。”

“其中最惊奇的要数合乐谱，既有领唱的词曲，又有合唱的词曲，还有琴瑟谱、鼓板节奏谱，甚至还附加上对应的舞蹈动作。”

“如果这不是全才，谁是全才！”学生感叹道。

“你说得对！十二等程律的乐理、乐器和实验都完成了，朱载堉却迟迟不予雕版印刷。”

“哦，他有什么顾虑吗？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

"好的，老师再见！"

5.7 让国高风

一周以后，我和他又见面了。

⊙ 三缄其口

"上次我们说到，朱载堉创建了十二等程律的乐理体系，迟迟不予印刷。为什么呢？"他问道。

"因为这是一个非常超前的成果。就像哥白尼和达尔文所担心的一样，朱载堉也担心他的理论一经公布于众，可能会引起轩然大波，所以他一直在耐心等待，等待着发布他的著作的合适时机。"我说道。

律吕之学，乖谬久矣。盖由宗守"黄钟九寸""三分损益""隔八相生"此三言之谬也。夫此三言实为律家大谬，然举世宗守之。闻臣此言而不以臣为大谬者，盖亦几稀。是以臣愚虽得之于心，而缄之于口，韫藏多年，不敢形于纸笔。为此故也。

——《进律书奏院》

"为什么可能会引起轩然大波呢？"

"朱载堉认为律学的错误由来已久，都是由于固守'黄钟九寸''三分损益''隔八相生'这三个错误概念，时间长达千年。要想扭转千年的结论，谈何容易。虽然他已找到了更好的十二等程律，但举世都理所当然地认为三分损益法是对的，而那些认同自己观点的人可谓寥寥，所以朱载堉只能缄口不言，更不敢写成著作公之于众。"

"哦，果然，就像哥白尼用日心说替代地心说，达尔文用进化论替代创造论，朱载堉也面临着世俗的怀疑，不得不慎重对待，是这样吗？"

"是啊，哥白尼在发布自己的著作前，把书稿藏在书柜里长达二十多年，达尔文在发布《物种起源》之前也将书稿藏匿了二十多年。朱载堉的著作从著述到进献皇宫等待了十一年，到全部发布又经历了十一年，总共也有二十多年。"

"但为何后来朱载堉还是公布了他的著作呢？"

"那要源于万历二十三年（1595）年，皇帝下诏知会天下王府进献书籍，朱载堉认为进献自己著作的机会到了。朱载堉把自己的著作命名为《乐律全书》。万历三十四年，全部印刷完毕进献，皇上圣心大悦：'奏览。具见留心乐律，深可嘉尚。'"

"朱载堉终于得到了官方认定。"

"遗憾的是，朱载堉的著作进献皇宫后就没有了下文。不过就在朱载堉著书之时，他做的另一件大事足以让他名留

青史。”

⊙ 让国高风

“哦？比十二等程律还大吗？”他问道。

“即使没有十二等程律，单单这一件事也足以让朱载堉千古流芳。”我说道。

“是吗？”

“朱载堉的父亲郑恭王去世后，按照约定，他应该继承父亲郑王的王位。不过朱载堉却提出了一个让皇帝和朝廷无比震惊的请求：让出本应世袭的国爵，把王位让给本族旁支。”

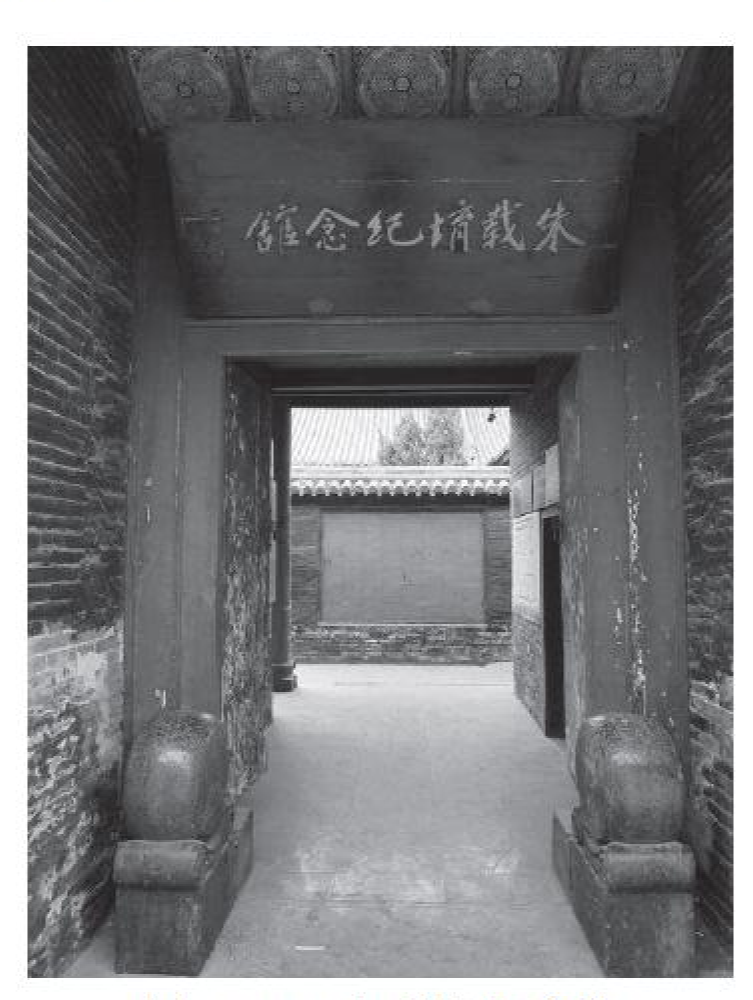


图 5-37　朱载堉纪念馆

“哦，我没听错吧？！”

“是的，你没有听错。”

“可是”，他惊讶地说道，“朱载堉可是在土屋里等了整整十七年才恢复了王子冠带，然后现在自己有机会当王了，却要让出别人称羡不已的亲王爵位！这在旁人看来简直不可理喻吧？”他说道。

“是的，连朝廷也不愿意轻易批准。”我说道。

“这确实太不寻常了。”

“但是没过多久朱载堉又上疏请求出让国爵，皇帝当然又没有批准。于是，在十五年间朱载堉七次上疏朝廷让爵。”

“朱载堉为什么如此执着让出爵位呢？”

“他认为，按照宗藩条例，旁支盟津王这支比载堉祖上的东垣王更长，所以应该把爵位出让给盟津恭懿王的曾孙载玺。”

“这载玺是谁？”

“不是别人，他的祖父正是当年诬告朱载堉父亲叛逆的祐橏，他的告状让朱厚烷深陷高墙、父子不能相见达十七年之久。”

“哦，如果是一般的让爵也就罢了，这受让之人竟然还是自己年轻时仇人的后代，朱载堉如此让爵，真是世所罕见！”

“是的，朱载堉冰释前嫌，做出如此宽宏之举。人们怎会料到，五十年后朱载堉却将王位让给祐橏的孙子！”

“单凭这一点，朱载堉也会赢得世人的尊重！”

“嗯，皇帝和礼部不同意让爵，其实也有许多原因。除了本朝无前例可循的缘故外，还有就是让爵涉及大家族的方方面面，实在难以操作。但朱载堉坚持十五年七次提出让爵，最后皇帝和礼部被朱载堉打动了。”

“嗯，决心不可谓不大！”

“最后皇帝和朝廷终于被朱载堉说服了。万历皇帝下旨称赞载堉：‘载堉恳辞王爵，让国高风，千古载见，朕嘉尚不已’，并且下旨建立一座让国高风牌坊。”

“确实是千古罕见。”

“礼部称朱载堉让爵一事为‘亦诏代天潢一盛事，千秋万古一美谈，可以丹青治化、照耀简编者也’。朱载堉在古稀之年终于获准让爵。”

“那后来他在哪里度过晚年呢？”

“朱载堉迁出了王府，搬到城外一处安静之处，过着平民百姓的生活，时而抚琴，时而与隔壁的农人饮酒，陶然自乐，像一个与世无争的仙人。”

余著《乐律全书》，八音备矣。此篇惟用一人吹律，一人弹琴，一人击缶而歌。余亦自歌，而乐在其中矣。

“嗯，也许只有在乡间的闲适生活中，朱载堉才找回了真我。”

“又过了五年，1611 年 5 月 18 日，朱载堉驾鹤而去。朝廷听闻，隆重治丧。第二年朱载堉葬在九峰山之原，一代科学艺术巨匠就此安息。”

“现在还存有朱载堉当年的遗迹吗？”

“在今天河南沁阳，有一座朱载堉的纪念馆，里面有一块当年的朱载堉墓碑、以及双排大算盘的复制品。正殿门前一副对联刻画了朱载堉的一生功绩。”

丹水扬翰墨，十二等律历算闻四海

九峰隐名宦，七疏让国高风仰九州

“朱载堉的一生跌宕起伏、却如此丰富多彩，令人感念不已。”

“嗯，如果回顾他的一生，我想起《道德经》最后一章的一段话：天之道，利而不害。圣人之道，为而不争。”

“为什么这么说呢？”

“朱载堉的音律体系荫泽全世界，可谓‘利而不害’。”

“我明白了，后一句‘为而不争’是说他的让国之举吧？”学生问道。

“正是。”

⊙ 一路向西

“朱载堉去世后，他的十二等程律命运如何呢？”他问道。

“当朱载堉进献自己的著作时，一位打开东西方大门的传教士也正在中国积极奔走，并且于不久后来到北京觐见了皇帝，他就是著名的利玛窦。”我说道。

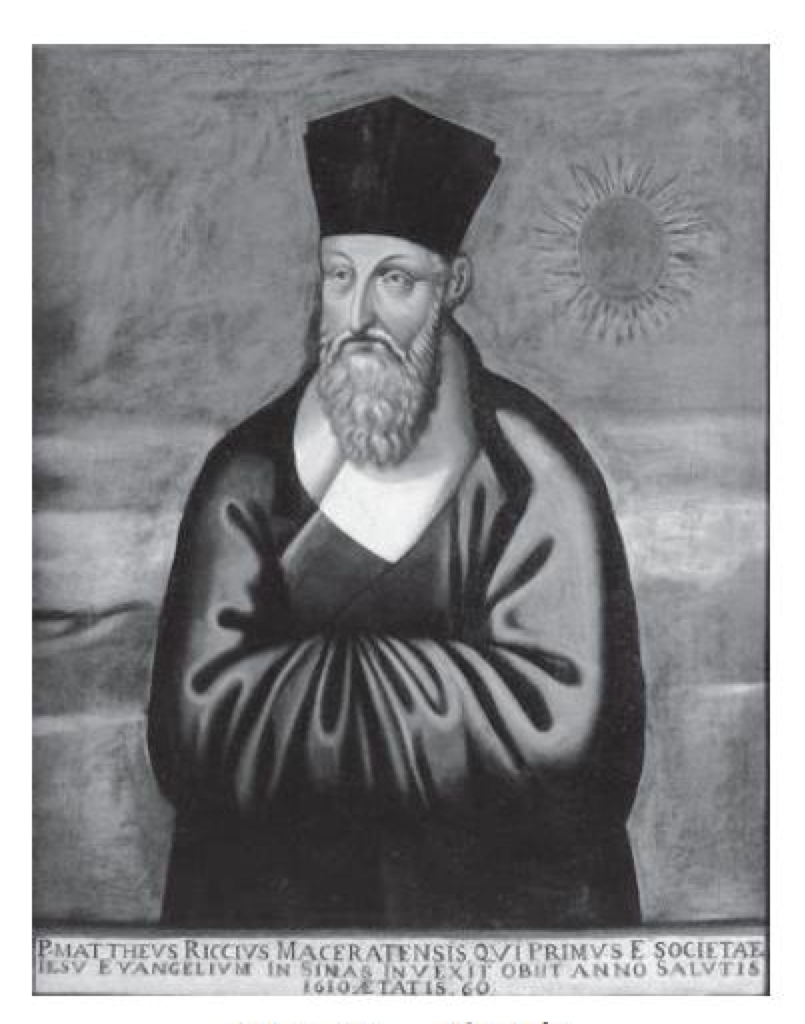


图 5-38　利玛窦

“哦。他会对十二等程律的传播产生影响？”

“对。利玛窦带来的世界地图让中国人大开眼界，他带来的自鸣钟赢得了皇帝的欣赏，他的天文学知识让中国人认识到另外一种不同的宇宙观，他用自己扎实的儒学学识赢得了士大夫阶层的信任和尊重，

包括当时的著名科学家和士大夫徐光启，京城人士都以认识利玛窦为荣。”

“那利玛窦和十二等程律有什么关联呢？”

“还记得吗，朱载堉把自己的著作进献给皇宫，其中不仅有乐律著作，还包括自己研究的新历法。他请求朝廷修改历法，而礼部一开始并不同意，在朝政上引起了不小的争议。利玛窦注意到了这个争议，并且很有可能审阅了朱载堉进献的新历法和乐律书籍，并且告知了自己的好朋友徐光启。若干年后，徐光启后来官拜钦天监，最终说服礼部，部分接纳了朱载堉的历法。”

“哦，是啊，徐光启也是著名的历法家和科学家。”

“利玛窦在日记中记录了朱载堉的两个著名的数字 7491 和 6674。这个数字后来也出现在荷兰科学家斯蒂芬的论文里。”

“这两个数字有什么特别之处？”

“这两个数字其实是朱载堉的著作里两串数字的缩减，原来的数字更长，分别是 667419927 和 749153538。在《律吕融通》中朱载堉写道：如果黄钟的长度为 1000000000，则以 749153538 除之，便成为林钟的音，这样继续除 12 次，就回归到黄钟。而 667419927 则是高出基音完全四度的音。”

“原来如此，这是十二等程律的精髓所在。”

“利玛窦熟知音律，深知此数字的重要性，他在与欧洲人士通信时，很有可能把这些数字写在了信里，传播给当时欧洲学术圈的交流中心法国修道院的梅森修士（Marin Mersenne），从而让荷兰物理学家斯蒂芬（Simon Stevin）了解到这一数字，为日后他的音乐论文写作提供了灵感。”

“那十二等程律是否会是独立起源于欧洲呢？”

“李约瑟博士不这么认为。他曾经写道：‘令人惊奇的是，关于等程律的欧洲起源，很难找到确切的根据，而在中国关于这项发明的一切事实都很清楚。’”

“为什么这么说呢？”

“斯蒂芬在 1585 年的一篇未发表的文章里提到，用 2 的 12 次开方作为两个相邻音律音调的比值，就可以得到十二个音律。但是他自己的计算却显示相邻两个音律之间的比值不是像朱载堉那么精确到小数点后 24 位，只给出了一个大概范围：1.059200 ～ 1.0600904，而且音律之间的比值并不等距，从学术观点看，斯蒂芬的论著有明显的差错。”

“那如果等程律是从中国传到欧洲的，又是通过什么渠道呢？”他问道。

“虽然朱载堉花了很大篇幅论述他的等程律，但是李约瑟认为要传播这一定律却非常容易。”我说道。

传播这伟大思想所需要的不是一册书，只要一句话就够了。他们只要将第一音的弦长除以 2 的 12 次方，就得到了第二音的弦长，然后再除以 2 的 12 次方就得到了第三音的弦长，以此类推用十三次，就得到了一个完全八度。这样一句话就能使十二等程律的全部问题在欧洲得到解决。

——李约瑟

“嗯。”

“后来，欧洲人最终了解和传播了等程律。1636 年，梅森出版的书《宇宙和谐》（*Harmonie Universelle*）中出现了朱载堉的 1.059463，而不是斯蒂芬的 1.0595。到了 18 世纪，欧洲普遍采用了等程律。19 世纪德国的科学家赫姆霍兹在《论音感》中写道：“中国有一个王子叫载堉的，把八度分成十二个半音以及变调的方法。’如今，十二等程律已经是世界普遍采用的音律体系。”

“这可以称作一场音乐的革命了吧？”

“对，十二等程律在中国播下种子、生根发芽，但到了清朝，乾隆和康熙居然大举批判朱载堉的十二等程律。在遥远的欧洲，十二等程律却开花结果、引起了一场巨大革命。”

⊙ 知识的传播者

“真是巨大的反差。”他说道。

“在这场音律算式的全球传播过程中，不得不提的两个关键人物：利玛窦和梅森。”我说道。

“他们有什么作用？”

“利玛窦智商情商极高，他采用文化顺应的策略而不是直接传教。他明白中国人聪明好学，不会轻易相信上帝。但是中国人的极度自信让他们缺乏全球范围的眼光以及中国在世界所处的相对位置。于是他带来了世界地图和最新的科学知识，身体力行儒家的交友之道，以此赢得了中国人的尊敬。他敏锐地意识到了朱载堉著作里最重要的部分，并告知了他的欧洲伙伴。”

“那梅森呢？”

“梅森最令人称奇的是他获取知识的途径。在那个通信和交通不发达的时代，他却在自己的书斋里接待来访的学者，和他们讨论最新的研究成果。同时他还与全世界的科学家保持通信，传播最新的科学知识。他收录了利玛窦以及他的继任者传来的信件，并与其他科学家分享，让这些知识得以广泛传播。”

“哦，真是一个活跃的学术交流中心。”

“如果细看一下，你会发现梅森、利玛窦和朱载堉有一种共同的特质。”

“哦，什么特质？”

“知识渊博、爱好广泛、诚挚谦虚。”

“哦，是啊，世界因他们的努力而回响着和谐的音乐。”

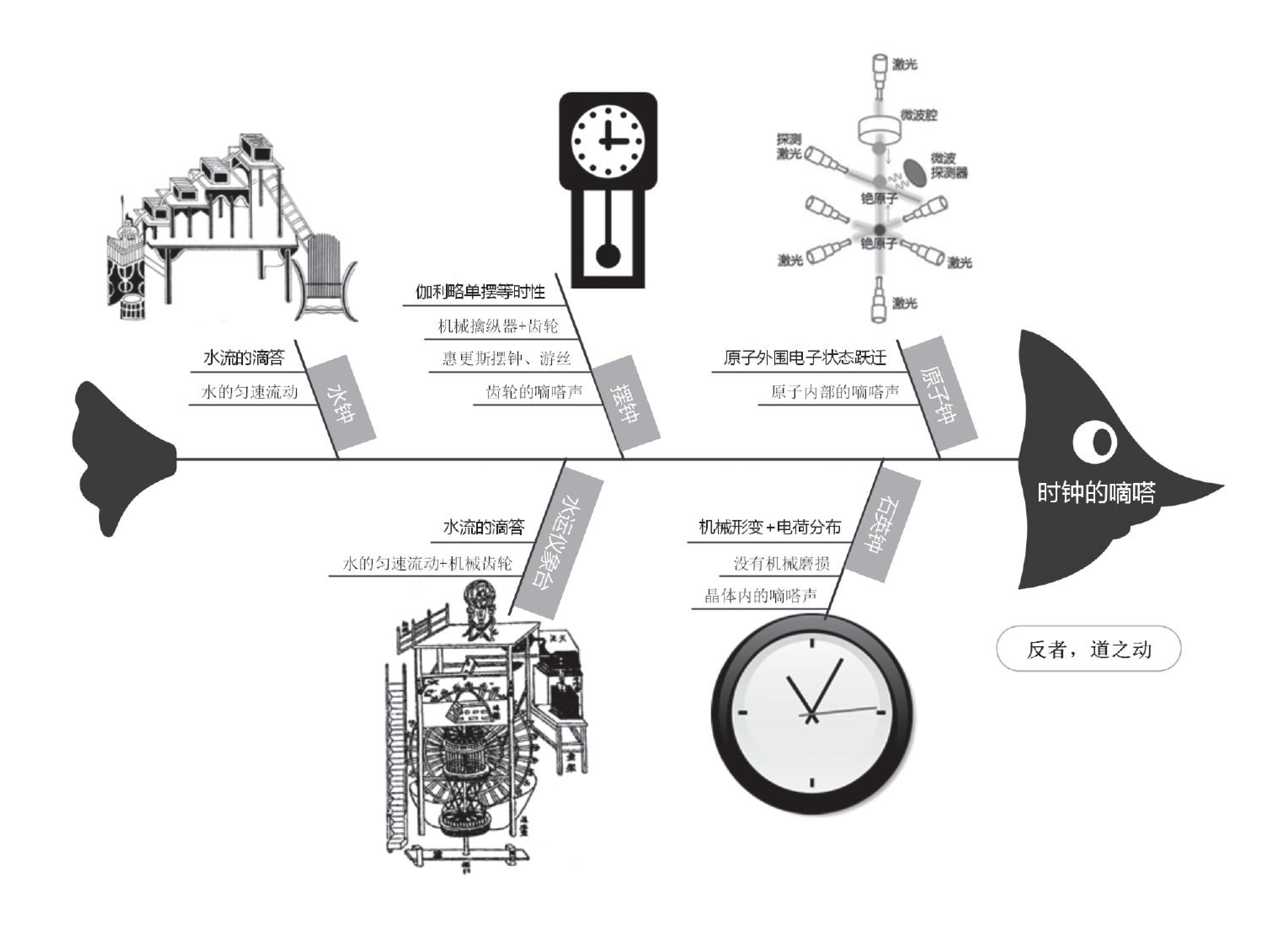
“而朱载堉则突破了有理数的界限，独自探入了神秘莫测的无理数境地，成为抓住真理的第一人。”

“我想他的功绩人们一定会铭记，不过他的品格我觉得则更会千古流芳”学生说道，“今天我看到了一个不一样的朱载堉。”

“哦，时间不多了，我们今天先聊到这儿吧。”

“好的，老师再见！”

“下次见！”


时钟的嘀嗒
反者，道之动
水钟
水流的滴答
水的匀速流动
水运仪象台
水流的滴答
水的匀速流动+机械齿轮
摆钟
伽利略单摆等时性
机械擒纵器+齿轮
惠更斯摆钟、游丝
齿轮的嘀嗒声
石英钟
机械形变+电荷分布
没有机械磨损
晶体内的嘀嗒声
原子钟
原子外围电子状态跃迁
原子内部的嘀嗒声
激光
微波腔
探测激光
微波探测器
铯原子
铯原子
激光
激光
激光

6.1 时钟里的天之道

一周之后，我和他又见面了。他们坐下后，我说：

“还记得我们聊过的安提基特拉机械吗？”

“当然记得了，这个话题我们曾聊了那么多。”

“嗯，上次我们说到 2006 年 Freeth 团队在《自然》上发布了文章，揭示了安提基特拉机械能够预测月食和行星位置的秘密，距今已经十多年了。不过最近安提基特拉的沉船上又有了新的发现！”我说道。

“是吗？让人感觉很意外，毕竟发现这艘沉船已经 100 多年了。这次有了什么新发现？”他问道。

“2016 年 8 月底，考古学家们又一次潜入到安提基特拉岛附近的海底，在沉船下面的泥沙里居然有了惊人的发现——人类的骨骼！”

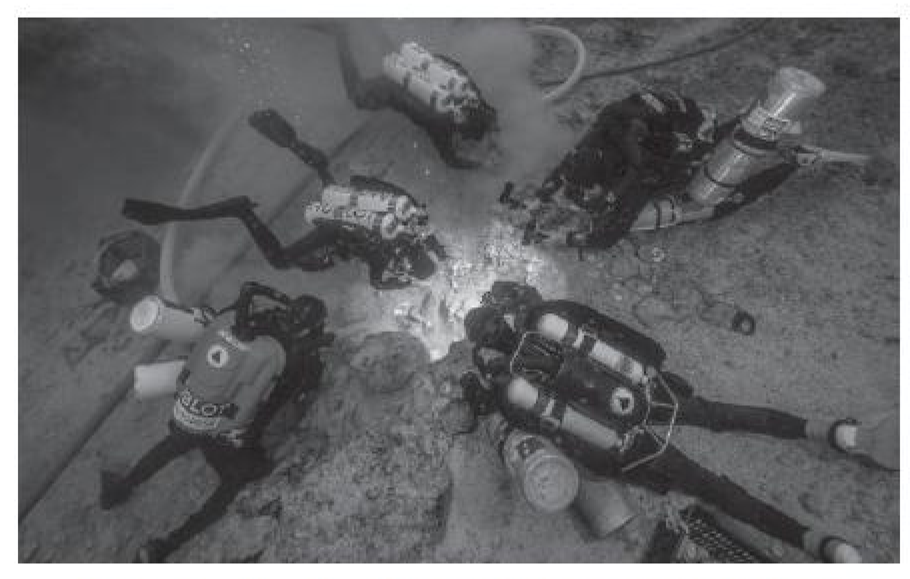


图 6-1　发现安提基特拉沉船里的头骨

“哦！ 2000 多年前的骨骼在海里还能保存至今！”

“对，这让考古学家非常惊喜！非常幸运的是，骨头埋在泥沙下面，所以才没有被冲走和腐蚀。有了骨头，就可以分析里面的 DNA，就可以解开安提基特拉沉船更多的秘密。”

“有什么结果了吗？”

“这是一块头部的骨头。现在科学家还在尽力分析，从骨头上的铁锈上看，这个人可能是被铁链捆在船上的，沉船时没来得及逃生。从沉船的规模上看，这艘船总共有 20 名水手。”

“难怪！期待有更多的秘密。”

⊙ 惨痛的教训

“不过，这次沉船打捞让我想起了另外一起规模更大的沉船事件，丧生的人数远远超过了安提基特拉沉船，有近 2000 人葬身大海。” 我说道。

“哇！这么多人！”他惊讶地说道。

“事情发生在距离地中海千里之遥的大西洋，时间是 1707 年 10 月 22 日。”

“到底发生了什么灾难呢？”

“这天夜里，英国皇家海军的四艘主

力战舰正在大西洋上航行，为首的旗舰‘联合’号劈波斩浪，上面安坐着皇家海军上将克罗地斯利·肖维尔爵士。这支威武的舰队准备返回英格兰的母港，一切似乎都很顺利。战舰上的导航员认为舰队位于法国西部布列塔尼的西侧，因此只需向东北航行就可以顺利进入英吉利海峡，返回英国。但不幸的是，他们判断的位置有误……”

“所以，后果很严重？”

“嗯，他们判断的位置比实际偏东了数百海里。等待他们的不是熟悉而温顺的英吉利海峡，而是英格兰康沃尔郡西侧锡利群岛被称为‘主教’和‘教士’的暗礁。”

“似乎很不妙！”

“四艘海军最好的军舰全部触礁，无一幸免地沉入海底，近 2000 人被迫跳入冰冷的海水里，葬身鱼腹，海军上将也不幸罹难。消息传回英国，举国震惊。”

“这对英国海军的打击太大了。”

“嗯，英国海军痛苦地意识到，他们迫切需要找到一种精确而可靠的方法，能确定军舰在茫茫大海里所在的位置。”

“是啊，可是那时候并没有卫星导航，又能有什么好办法测量经纬度呢？”他问道。

“确切地说，当时缺乏的是在大海中准确测量经度的方法，因为测量纬度，要比测量经度容易很多。”我说道。

“为什么这么说呢？”

“你知道，纬度指示南北的位置，越接近赤道，正午的太阳越接近头顶；越接近北极，夜晚的北极星越靠近头顶。所以白天只要通过太阳的高度，就可以确定纬度；而夜晚通过观测北极星的高度，也可以确定出纬度。”

“那经度呢？”

“就没那么简单了！经度是关于东西方向的，可是并没有什么是绝对的东和西。经度线的起点位于英国格林尼治天文台，是人为指定的，并不是像赤道和南北极那样是天然存在的。”

⊙ 依旧离不开时间

“那有什么办法测量经度呢？”他问道。

“16 世纪，弗莱芒物理学家杰玛·弗里希斯提出了一种用**时钟测量经度**的方法。”我说道。

“用时钟测量经度？也就是说通过时间来测量空间。多么奇怪的想法！它的原理是什么呢？”

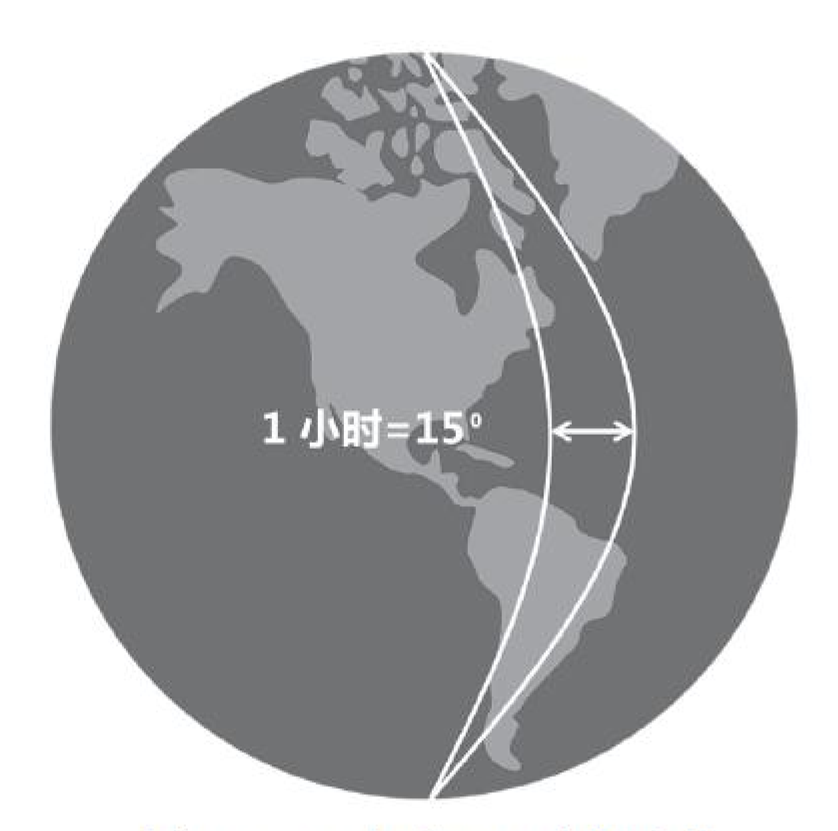


图 6-2　1 小时 =15 度经度差

“你知道，地球 24 小时自转一周刚好是 360 度，所以每小时对应于经度的 15 度。如果甲、乙两地恰好在一个小时的时间间

隔内经过正午时分，那么两地在经度上相距刚好 15 度。”

“嗯，同意。”

“所以如果能够测算出两地的当地时间，二者相减，就可以用 1 小时 =15 度这个简单的公式计算出两地的经度差了。”

“想法是很好，可是这谈何容易？古代又没有电话，不可能告知彼此的当地时间。”

“对，他们缺少一个共同参照物。不过有人想到了一个绝妙办法，可以让异地的人找到一个共同参照物。”

“能让相距很远的人都能同时看得到？那会是什么呢？”

“月食！”

“哦？太有想象力了！具体怎么做呢？”

“两地的人同时看到月食发生，记录下当地时间，以后彼此通信告知当时的时间，计算出时间差，就能推算出经度差了。”

“这个方法不错！不过我怀疑这方法能用在航海上吗？月食又不是天天有，况且船只的位置随时在移动。”

“嗯，所以要想在大海中知道自己的位置不是那么容易。不过这种用时间测量空间的方法却是一个简单易行的主意。所以弗莱芒物理学家杰玛·弗里希斯提出一种在航海时测量经度的方法：船上携带一台钟表，出发时调整为出发港的当地准确时间，那么在海上时时记录的是出发港的当地时间。要测算船只所处的经度时，只需比较海上的当地时间和出发港的时间，就可以计算出二者的时间差和经度差。”

“好主意！不过，我还有个问题，怎么知道海上的当地时间呢？”

“白天可以用日晷仪。例如，日晷仪的影子最短之时，就是正午 12 点。此时查看船上的钟表，如果指示的是 11 点，那么两地之间的经度差就是 15 度。夜晚，可以看星辰的位置，一年中每一天恒星在每一时刻的位置都是可以提前估算出来的，对比星图就可以知道当地时间。”

⊙ 急需精准的时钟

“看来什么也难不倒有心人！不过英国海军那时候为什么不采用这一技术来确定经度呢？”他问道。

“很遗憾，在 18 世纪初，这种测量经度的方法还存在一个技术上的关键缺陷。”我说道。

“什么缺陷？”

“时钟很不准，到了海上受到颠簸就更不准了。根本无法准确记录时间，以至于造成的经度计算误差非常大，根本没法用！”

“要走多准才能满足要求呢？”

“比如，要估算英国到西印度群岛的经度差，误差小于半度，那么钟表在两个多月内走时的误差不能超过 2 分钟。”

“2 个月误差 2 分钟，要求真苛刻！”

“英国军舰沉船事件 7 年后，英国海军迫切需要的精确测量经度的方法仍然没有出现。终于在舆论和海军将士的强烈要求和推动下，国会通过了一项《经度法案》。”

“国会还会专门通过这样一个测量方面的法案？法案是怎么规定的？”

“这项法案更像是一个悬赏，它规定

哪个人能提出一种测量误差不超过半度的方法，就可以赢得两万英镑的奖金——这一数目大约相当于当时200名工程师年薪的总合。”

“真是一笔巨款！重赏之下必有勇夫？”

“对。不仅如此，欧洲各国也都意识到了精准测量经度的重要性，纷纷出台悬赏方案。西班牙国王菲利普三世悬赏一万达科特，荷兰、法国也纷纷效仿。一时间，应征的方案如雪片一般飞舞，荷兰收到了二万五千种方案，法国收到了十万种方案。甚至著名的科学家伽利略也写信给西班牙国王，推销自己的方案。”

“最终伽利略赢了吗？”





图6-3　约翰·哈里森（左）和他发明的第四代钟表H4

“没有。英国的奖金被一个名不见经传的木匠的儿子约翰·哈里森夺得。他经过数十年努力，几次更新换代，最后设计出来的钟表重量仅3磅，在航海测试中，在81天的航程中仅有5秒钟的误差，经度误差远小于规定的半度。”

“哇！真是一项伟大的发明，一台小小的钟表竟然解决了影响无数船只和海员命运的大难题。”

“嗯。所以我们绕了一圈又回来了。”

⊙ 什么驱动着时钟？

“回到哪里了？”他问道。

“回到了安提基特拉机械。还记得吧？只要旋转安提基特拉机械的旋钮，随着齿轮转动，机械表面的指针就会指示出当前的日期，以及日月、五大星辰的位置，甚至预测出日食、月食发生的时刻。虽然安提基特拉机械可以预测未来时间发生的事件，但是它却有一个缺陷。”我说道。

“什么缺陷？”

“它无法自己运转，而要靠手动旋转手柄的方式，让指针旋转到特定日期，才能指示出星体的位置。它没法主动随着日月的旋转而转动。换句话说，它是被动式的。”

“你的意思是？”

“只有时钟——一种能够自己运转的装置——才能指示出时间的变化和流逝。而这种机械时钟，要等到1000多年后才被发明出来。”

“可是，机械时钟究竟和安提基特拉机械有何根本不同？为什么时钟能够自己走动？为什么能够指示时间的变化呢？”

“那首先要弄明白时间是什么？爱因斯坦曾说：‘时间就是时钟说的话。’不过这几乎是一句废话。”

“为什么呢？”

“因为紧接着人们会问，时钟是什么？他又可以回答说：‘时钟是一种报告时间

的东西。’车轱辘话，没有尽头。”

“哦，那时间究竟是什么呢？”

“这个问题很难用一两句话说清楚，不过时钟到底是什么却是可以搞清楚的。”

“是吗？那时钟的本质是什么呢？我也正有此疑问。”他说道。

“你有什么疑问？”

“除了使用发条的机械钟，还有使用电池的电子表和石英表，还有计算机和手机上也能指示时间。听说还有一种原子钟，非常精准。总之，林林总总，实在很难搞清楚它们的区别和原理。”他说道。

“确实很难一下子想清楚，不过这是一个很好的问题。我们可以从最简单的开始。你能告诉我你的最基本的疑问是什么吗？”

“我想，我的最简单的困惑就是，为什么这些钟表——无论是机械钟还是电子钟、原子钟——它们都会自动运转？”

“这不是显而易见的吗？因为有电池和发条呀？”我说道。

“可是——”他迟疑了一下，想了想怎么表达。

“可是什么？”

“举个例子吧，石英钟依靠电池运转，可是电池只能提供一个直流的电压，就像一个水压，它是单向的一种推动。按照力学定律，推动一个箱子，它会向前走，不会来回摆动。可是电池的直流电压却可以把它转变成一种指针的循环往复的运动。似乎没有道理。”他说出了自己疑惑，松了一口气。

“嗯，这是个好问题。看来时钟的问题不是那么简单。时间像射出去的箭，单向运动；也像河流的水，由高到低。而时钟，这个指示时间的装置，却做的是循环往复的运动。所以你的问题是：为什么时钟也能够循环往复地运动？”

“对，这正是我想知道的。”

⊙ 依然是回归

“既然时钟是一种循环往复的运动，也就是说它会定时回到起点，回到曾经出发的地方，然后再次出发。这让我想起诺贝尔文学家获得者、诗人艾略特（Thomas Stearns Eliot）曾经写过的一首诗歌。”

我们叫作开始的往往就是结束
而宣告结束也就是着手开始
终点是我们出发的地方

——艾略特《荒原》

“难道回归和重新开始是一种普遍的现象？”他问道。

“不知你是否听过尼采提到的‘永恒回归’？”我说道。

“什么是永恒回归？为什么要回归？”

“宇宙是无穷无尽的，而手里的牌是有限的。或者说，宇宙万物的方生方灭是没有止境的，但宇宙的元素的种类是有限的。要想让有限的元素穷尽无限的可能，唯一的方法就是回归（复返、再现）。”

“能举个例子吗？”

“所有语言无论古今，声母、韵母或元音辅音的音节都是有限的，只有几十种之多，而音节的组合所表达的意思则几乎是无限的，从有限到无限，必定导致相同

发音的词汇的重复出现。”

“哦，明白一些了。”

“可是——” 我和他同时说出了这个词，相视一笑。

“我就知道你会说这个‘可是’！说吧，‘可是’后面是什么？” 我说道。

“可是，这循环往复背后到底是什么在驱动呢？虽然有限对峙着无限导致了循环往复，但背后的机理又是什么呢？难道有一种统一的规律在起作用吗？”

“这又是一个很难回答的问题！让我先想一想。我们还是从最简单、最朴素的思想开始吧。”

“好啊。”

⊙ 时钟里的天之道

“提到最朴素的思想，就不由得想起老子，以及他那本谜一般的《道德经》。那些关于正反、高下、柔弱刚强、有余和不足的论断，时不时出现他的著作里。在这部书里老子提出了天之道，也许对我们有所启发。”我说道。

天之道，其犹张弓欤？高者抑之，下者举之；有馀者损之，不足者补之。

天之道，损有馀而补不足。

“嗯，听起来有一点**物极必反**的意思。不过，这和循环有关系吗？”他问道。

“虽然这几句话没有直接说万物的循环往复，不过我们仍可以看到循环的影子。因为一件事物既然不能无限制地增长，是因为一旦过多或者过大，就会有一种内在的机制削弱它、压制它。一件事物既然不会完全消亡，因为一旦变得稀少或微小，天道又会设法补足它、让它重新增长。”

“嗯，所以既不会无限增大，也不会无限缩小，而是在极大和极小之间来回摆动、循环？”

“对，正是如此。此后人们也继承了《道德经》的这种观念。在《左传》哀公十一年里提到‘盈必毁，天之道也’，《吕氏春秋·博志》中有云：‘全则必缺，极则必反。’”

“难道在所有的时钟里——不管它是机械钟、电子钟还是原子钟，都有这样一种**天道**？”

“既然这是一种天之道，应该存在于万事万物中，自然也包括时钟在内吧。而且——”

“而且——什么？”他问道。

“而且这种机制或者‘道’，也不仅仅可以用来指示时间。在某种程度上，整个世界的基石都是建立在这些简单的规则之上。”

“有这么重要吗？”他不解地问道。

“让我们再看看老子说的原话吧。”

有物混成，先天地生。寂兮寥兮，独立而不改，周行而不殆，可以为天地母。吾不知其名，强字之曰：道，强为之名曰：大。大曰逝，逝曰远，远曰反。

——《道德经》

“这是什么意思呢？”

“老子把天地万物的本源归于他称之为‘道’的东西，‘道’先于天地存在，独立于外力而独自运行，亘古不变。‘道’循环运行而永不停息。注意最后这九个字：

大曰逝，逝曰远，远曰反。它广大无边所以能运行不息，能运行不息故而伸展遥远，伸展遥远但却最终要返回本源。”

“听起来‘道’很玄妙，茫茫不着边际，但却会返回本源。是这个意思吗？”

“对。如果用一句话来总结，就是**反者，道之动**。‘反’就是返回到原点。所以这句话是说，循环往复是道的变化规律。”

“能举个例子吗？”

“举一个简单的例子吧。比如有一个小球，系在一根绳上，静止不动。轻轻碰一下它，小球就会偏离中心点，来回摆动。小球先摆到一边，位置越来越高，但是速度却越来越慢，当速度降为零时，小球掉头重返，速度却越来越快，到达中心点时，小球的高度最低，但速度达到了最大，不过它不会就此停下，而是继续上升，直到速度越来越慢，降为零后，重新掉头返回。有一种力量，不会让小球无限制地上升，而是把它拉回到初始点。”

“明白了！可是，这个例子不就是伽利略单摆吗？”

“对，伽利略受到风中摆动的烛灯的启发，发现了单摆的等时性，后来惠更斯根据这个性质制作了世界上第一台实用的摆钟，而这台摆钟就是今天所有机械钟的鼻祖。”

“这有什么深远的影响吗？”

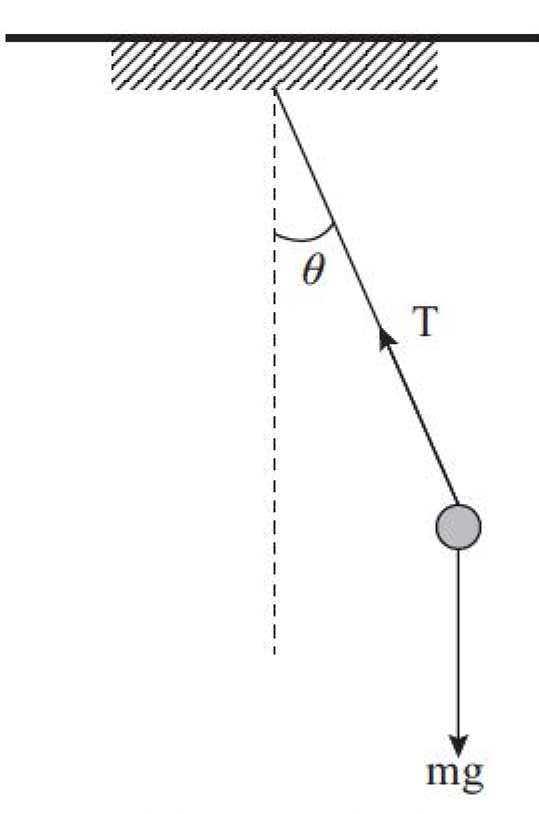


图 6-4　单摆

“而伽利略的发现的原理和惠更斯制作摆钟实用的擒纵器，不仅成了机械钟的鼻祖，也是所有钟表包括电子钟、石英钟、原子钟的鼻祖。”

“哦，是吗？”

“而这个小小的单摆里所蕴含的，正是‘**反者，道之动**’。”

“那究竟是什么力量在推动这些钟表做无休止的循环运动呢？”

“哦，一言难尽，今天时间不多了，我们下次接着聊吧！”

“好的，老师再见！”

“再见！”

6.2 滴答还是嘀嗒？

一周之后，我和他又见面了。他们坐下后，我说：

“我们接着上次的聊，上次我们说到哪里了？”

“各种不同的时钟——无论是机械钟、石英钟还是原子钟——都能自主地、无休止地运行。”他说道。

⊙ 嘀嗒的自鸣钟

“对。你还记得吗？这些时钟不仅仅是科学发明的结果，还出现在许多文学著作里。比如在《红楼梦》里，对当时的西洋的摆钟——当时叫自鸣钟——就有许多有趣的描述。”



图 6-5　自鸣钟

“是吗？我还以为自鸣钟进入中国是近代的事情呢？《红楼梦》里都有哪些描述？”他问道。

“不知你是否记得，刘姥姥进大观园时见到了一个奇怪的玩意，刘姥姥被它吓了一跳，曹雪芹的描写非常有意思。”

“刘姥姥只听见‘咯当’‘咯当’的响声，大有似乎打柜筛面的一般，不免东瞧西望的。忽见堂屋中柱子上挂着一个匣子，底下又坠着一个秤砣般一物，却不住地乱幌。

刘姥姥心中想着：‘这是什么爱物儿？有甚用呢？’

正呆时，只听得‘当’的一声，又若金钟铜磬一般，不防倒唬的一展眼。接着又是一连八九下。”

——《红楼梦·第六回 刘姥姥一进荣国府》

“嗯，那报时的当当声，着实让刘姥姥好生奇怪。不过，曹雪芹写作的清朝时，钟表就已经进入中国人的家中了吗？”

“其实比清朝更早的明朝末年，钟表就进入中国了。”

“哦，是吗？没想到哦，是什么人引入中国的？”他问道。

“明万历年间，传教士罗明坚和利玛

窦第一次把钟表带入了中国，送给了当时的皇帝和高官。还记得利玛窦吗？我们以前聊过。”我说道。

“哦，记得。他把朱载堉的十二等程律介绍到外国。”

“对，他是一位伟大的文化使者。不仅仅把中国的发明带到西方，还把西方最终要的发明——自鸣钟——引入了中国。”

“利玛窦为什么选择自鸣钟呢？”

“之所以选择钟表，是因为那时的钟表可是非常稀罕之物，适合作为稀有礼物进献给高官和万历皇帝。当时中国人自认为‘天朝物产丰盈，无所不有’，但当他们第一次见到钟表这种会自己走动的仪器时惊讶得瞪大了眼睛。钟表指示的时间比起滴漏准确得多，到了正点还有小人自动出来敲钟报时，很有意思。”

“嗯，这成功俘获了当时骄傲的中国人。利玛窦的钟表礼物很管用吗？”

“对，明朝对外国人管理非常严格，不能长时间在中国停留，更不能擅自进入京城。但自鸣钟让利玛窦做了一次非常成功的‘钟表外交’，钟表、世界地图等其他来自西方的礼物让他顺利打开了通往紫禁城的大门。利玛窦来到中国的近 20 年后终于得到了万历皇帝的接见。”

“万历皇帝喜欢利玛窦进献的自鸣钟吗？”

“非常喜爱。利玛窦进献了两件自鸣钟，一件是钟楼式的，高度甚至超过了宫殿的门梁，所以它被安置在御花园，皇帝还特意为之修建了钟楼。另一件比较小巧，应该是台式的，外置木框，镶有吉祥的动物，每一刻钟鸣一次。皇帝一直把这个小钟放在自己的房间里。皇帝赏赐了京城的一处房屋给利玛窦居住，以便出故障时能随时来宫中修理。”

“哦，利玛窦传教士成了钟表匠！”他惊叹道。

“对，自此以后京城所有修理钟表的都把利玛窦作为钟表的祖师爷，就像木匠把鲁班封为祖师爷一样。不少钟表店铺里会悬挂一幅黑袍人的画像，此人正是利玛窦。”我说道。

“利玛窦进献的是什么样的摆钟？是我们上次提到的惠更斯发明的摆钟吗？”

“应该不是。因为利玛窦是 1601 年进献的自鸣钟，而惠更斯发明摆钟要等到 1656 年的圣诞节。”

“如果不是惠更斯的摆钟，那会是什么样的时钟呢？”

“应该是用重物的重力驱动的机械钟。这种钟最早出现于 13 世纪的欧洲。有记录可循的第一座**重力驱动的机械钟**安装在英国贝德福德郡的邓斯特布尔修道院内，时间是 1283 年。”

“有意思，在中国最早的时钟出现在皇宫和贵族家里，而西方最早的时钟是装在修道院，为什么不是装在欧洲的皇宫里呢？”

“因为罗马教会对祷告时间有着严格的规定，修士们迫切需要一种精准的计时仪器。而此时教会又聚集着大量懂知识的人才，而且财大气粗，又有闲暇时间去研究这新玩意。”

“哦，原来如此。”

“从 14 世纪初开始，欧洲各地的教堂里开始安装机械钟。这与中国的机械钟被深藏宫廷的命运正好相反，欧洲的时钟一开始就走向了市井。”

“这种机械钟到底是怎么工作的？”他问道。

“说来话长，这要先从机械钟之前的水钟开始说起。”我说道。

⊙ 滴答的水钟

“水钟是什么？”

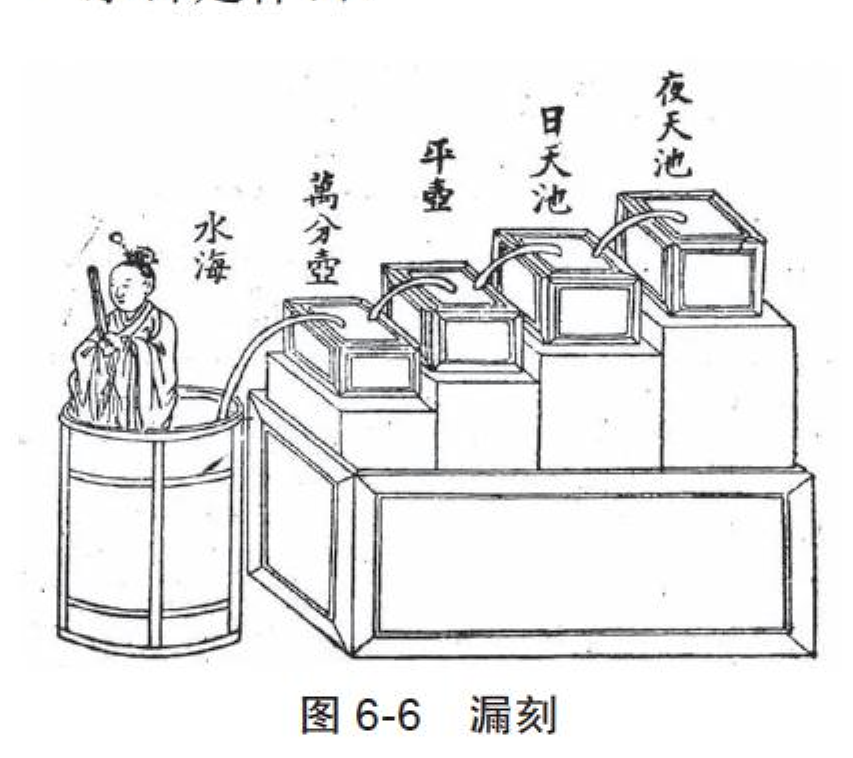


图 6-6　漏刻

“如果你没有听过水钟，一定听说过漏刻了吧？”

“漏刻？我们常说的‘午时三刻’，就是用这种仪器来计时的？”

“对。北宋的著名词人魏夫人曾经写过一首《系裙腰》，其中有一句：‘灯花耿耿漏迟迟。人别后、夜凉时。西风潇洒梦初回。谁念我，就单枕，皱双眉’。魏夫人在漫漫长夜伴随着一盏孤灯、听着刻漏缓慢的滴水声，等待夫君。”

“那漏刻是怎么滴水的？”

“古代中国的漏刻其实是两部分，‘漏’是一个盛水的壶，下面有小孔，水只能很缓慢地滴下来，发出‘**滴答滴答**’的声音，速度较为均匀，所以用来计时。而‘刻’是浮在水面的刻度尺，随着水面下降，刻度尺也下降，用来指示时间。不过以后也有改为上浮型的，原理一样。漏完一壶水的时间称为一刻。一昼夜是 100 刻。”

“100 刻？让我算算，一昼夜是 24 小时，也就是 24×60=14400 分钟，那每一刻就是 14.4 分钟。和现在的一刻 15 分钟很接近哦。”

“是的。”

“可是有个问题，水快要漏完的时候，水压变低，水流会变慢，这样计时就不准了吧？”他问道。

“对，用单只水壶有这个问题。解决方法也很容易，采用多级漏壶。多只漏壶从上到下，上面漏壶的水漏到下面一级，依次漏下去，保证最后一级时钟是满水位的。这样最后一级漏出的水流始终是匀速的。你记得有一种卫生间的洗手池是不会溢出水的吗？”我说道。

“哦？想起了，是因为在洗手池壁上有一个小洞，水位上升到那个位置就会自动流出。水位始终不会超出小洞的高度。”

“对。多级漏壶也采用了这种机制来保证水位的恒定。”

⊙ 介于水钟和机械钟之间的水运仪象台

“如果是日常使用，漏壶的计时精度不会要求太高吧？”他问道。

“嗯，不过在天文观测上，对时间的

要求就非常高了，分秒不能差。所以对漏刻的精度就远远不够了。在古代中国有浑天仪，浑仪测量天体球面坐标，而浑象则用来演示天象。为了观测天象还需要借助计时装置。1090 年，宋朝大臣苏颂把这几个仪器的功能集合起来，发明并制作了一台能自动计时和进行天象观测的装置：水运仪象台。”我说道。

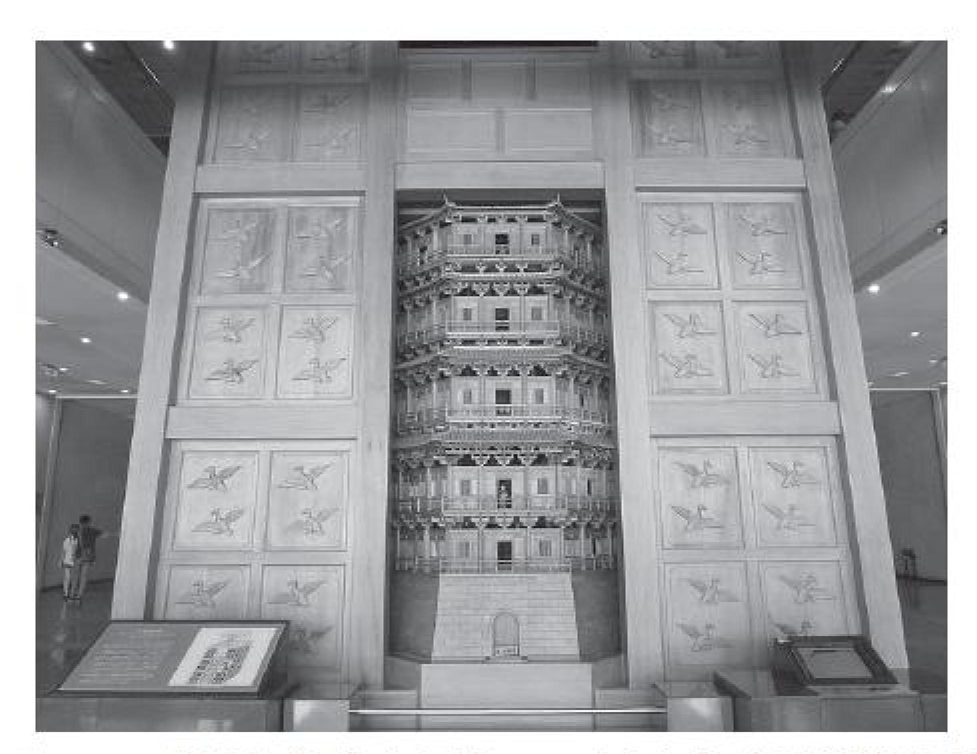


图 6-7　水运仪象台复原物——国立自然科学博物馆

“还能自动计时？这不就是机械钟表的功能了吗？”

“对。从名字上可以看出，它是水力驱动的。李约瑟甚至认为：水运仪象台说明中国人独立发明了水利驱动的时钟，是‘欧洲中世纪天文钟的鼻祖’。”

“它是怎么计时的？”

“它不再采用漏壶的水均匀流出的方法，而是用均匀的水流流入一个水斗中，当水斗积满水后，反转驱动齿轮装置旋转，经过传动装置，就能让整部机器中的浑仪、浑象和报时装置自动运行起来。”

“哇，真是奇妙的设计。既保留了匀速的水流的特性，又实现了动力驱动。”

“像我们刚才说的自鸣钟的定时鸣叫的功能，这台水运仪象台也能实现！它有五层木阁，每一层都有若干木人，共有 162 个木人，到了一定时刻，就有木人出来击打钟鼓报时，或者指示星辰。”

“哇！太精良了。它一定不小吧？”

“嗯，据说整个水运仪象台高 12 米，宽 7 米，上狭下广，呈四方形，相当于一座四层楼的建筑。整个分为三层，上层屋子放置浑仪，下层放置报时装置和动力机构。中间一层是密室，方式浑象。最新奇的是顶层屋顶隔板可以开启或关闭，就像现在的天文台的屋顶一样可以活动，便于观测星空。”

“哇，这已经有了现代天文台的雏形了。”

“是啊。浑象一昼夜自转一周，可以形象演示天象变化，也是现代天文台的跟踪装置的祖先。而它的擒纵装置又是后世钟表的关键部件。苏颂等人创造的水运仪象台堪称科技史上的创举。”

“这座水运仪象台现在还在吗？”他问道。

“它建成后，在当时的首都开封使用了三十多年。之后金兵攻下了开封府，水运仪象台被金兵缴获、拆运到了燕京也就是今天的北京。但经过长途运输，一些零件已经损毁，所以无法复原了。之后南宋也曾想把它复原，但没有成功。”我说道。

“苏颂没有留下建造说明吗？”

“有。苏颂写了一本《新仪象法要》，记录了它的总体和构造，描述了制作方法，并绘制了详尽的机械图纸。全书绘制了一百多种机械零件，包括透视图和示意图。从这些图纸中，人们知道水运仪象台每 25 秒落一斗水，每刻钟转一周，一昼夜转 96 周，带动昼夜机轮、浑象、浑仪转一周，这与

地球运动大体一致。中华人民共和国成立以来，许多学者和单位也尝试复原水运仪象台，可以运转起来，但不能长时间运转，所以说没有完全成功复原。”

“真可惜。”

“李约瑟在《中国科学技术史》中给予了苏颂的发明公正的评价。”

我们借此机会声明，我们以前关于“钟表装置……完全是14世纪早期欧洲的发明”的说法是错误的。使用轴叶擒纵器重力传动机械时钟是14世纪在欧洲发明的。可是在中国许多世纪之前，就已有了装有另一种擒纵器的水力传动机械时钟。

——李约瑟《中国科学技术史》

⊙ 从滴答到嘀嗒的演变

“嗯。李约瑟提到的欧洲使用轴叶擒纵器的重力传动机械时钟是怎么回事？”他问道。

“这是一件很有意思的事情。你还会看到，时钟的演变就像生物的演变一样循序渐进。最早的漏刻，完全靠滴水来计时，有**滴答滴答**的声音，而后来的水钟则把水力转换为机械运动来计时，既有水力又有机械力，而后来欧洲的机械钟则完全使用机械力来运转计时，就只有**嘀嗒嘀嗒**的声音了。”我说道。

“用水力驱动计时有什么缺陷吗？”

“嗯，水钟的最大缺陷是到了冬天会结冰，就无法使用了。所有欧洲人找到了一种替代物：重力。”

“重力？可是重力并不是匀速的呀！一个物体在自由落体时，只受到重力作用，是会加速运动的，加速运动的物体怎么匀速地计时呢？”

“嗯，这是个好问题！重力只是提供一种动力，要想提供匀速运动，就要想办法对重力减速，不让它一直加速，才能达到目的。”

“那如何减速呢？”

“这就轮到擒纵器发挥作用了。这种装置的擒纵器主要由两个部件组成。一个形状像国王的王冠，王冠是一个圆圈，上面一圈是锯齿。”

“所以冠轮就是这样得名的？”

“对。还有一个部件叫心轴，负责带动冠轮转动。”

⊙ “嘀”和“嗒”不一样

“它们是怎么运转的？”他问道。

“重物下垂拉动绳索，进而拉动心轴转动，并且带动冠轮一起转动，冠轮上的齿轮与一个擒纵叉犬牙交错。当二者啮合在一起时，心轴停止转动，重物停止下落。就会听到‘嘀’的一声。”我说道。

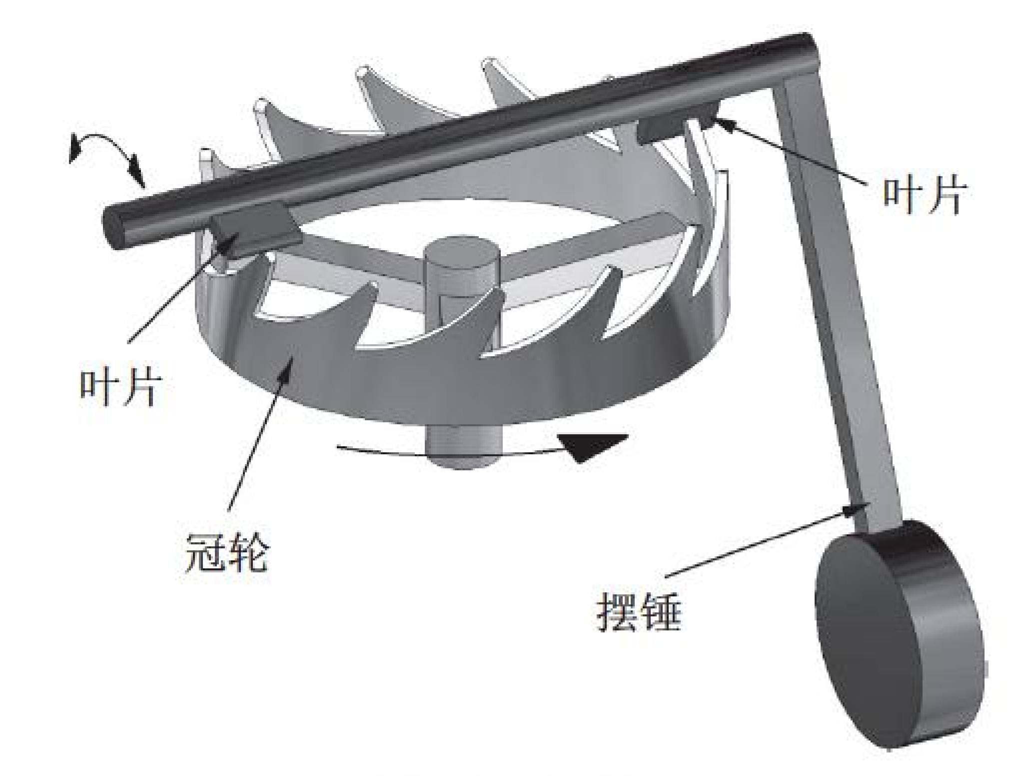


图 6-8　擒纵器

"那怎么继续转下去呢？"

"但是在重力矩的作用下，冠轮又会重新开始转动，这样冠轮上面的锯齿滑动，就把本来啮合在一起的擒纵叉释放了出来，这样就转动了心轴，但随后擒纵叉又被下一个锯齿卡住，这就又发出了'嗒'的一声。"

"这样就可以循环往复下去？"

"对，这个过程中只要'嘀'和'嗒'的间隔周期相等，就可以把单向的重力运动转换为'嘀嗒嘀嗒'的冠轮的周期转动。"

"擒纵器这个名字很有意思。"

"对，**一擒一纵之间，冠轮时转时停，而最终时钟得以滴滴答答地行进。**"

"如果重物落到地了，怎么办呢？"

"重新提起来挂上即可。不过早期的重力机械钟都是庞然大物，不仅昂贵，而且擒纵轮等装置需要巨大的维护费用。只有教堂等地才装有这样的时钟。"

"它们的精度如何呢？"

"很差。一天之内的误差甚至会达到半个小时。"

"为什么会这么大？"

"因为这些时钟其实都没有利用物质固有的周期物理性质，而仅仅设计了一个匀速运动的过程，但是人们很难把握这个过程。"

"你是说缺少一种像地球绕太阳公转那种很稳定的机制，所以无法很好地模拟时间的进行？"他问道。

"对。世界一直等待着一种能够不受外力控制，由本身来决定振荡周期的性质。缺少了这个性质，想制作一台非常精准的时钟是不太可能的。而这个性质直到十六七世纪才被发现。这就是伽利略发现的单摆等时性。"我说道。

"哦，我在中学物理里学过。"

⊙ 不听话的伽利略

"对。传说伽利略在教堂祷告时，发现吊在天花板上的烛台随风晃动，他用自己的脉搏计时，发现轻轻摆动的烛台的摆动频率居然是固定的。"



图 6-9　伽利略·伽利莱 Galileo Galilei

"观察到这个现象似乎是一件很容易的事情。"

"可是**从观察到发现却需要思想的飞跃**。此时横亘在伽利略面前的是一座思想的高山。虽然单摆等时已经在那里等着伽利略了，可是要跨过思想上的这座高山，伽利略才有可能从心里接受单摆等时性，而不是怀疑自己搞错了。"

"这是一座什么样的高山呢？"

"古希腊的亚里士多德。"

"一千多年前的亚里士多德怎么会阻

碍伽利略的发现呢？”

“亚里士多德虽然已经远逝，但是他的思想却被后人广为推崇。他也是一位博学广才、百科全书式的人物。从博物学、到物理学到哲学、音乐，无所不通。他写出的著作广为流传被奉为经典。其中有些确实是真理，但有些也存在缺陷，甚至谬误。虽然人人都可能出错，但是圣人的错误却不是一般人可以随便指摘的，更何况圣人的门徒和传人千千万万，分布在各个领域。当然最重要的原因还不是这个。”

“那是什么？”

“罗马帝国在取代希腊文明之后，逐渐接受了天主教，他们开始信仰上帝作为唯一的神。于是罗马帝国对古希腊信仰的多神教加以禁止，由此许多古希腊的著作被禁封。但亚里士多德的著作却是个例外，因为亚里士多德的许多观点与教会主张的观点接近，所以亚里士多德的观点得以在中世纪中流行。但亚里士多德做研究时还没有实验科学，他遵循的古希腊传统是思辨式的、冥想式的，所以在他看来只要是眼见为实的常识都是真理。虽然他可能也做了一些实验，但是非常简单，以至于是错误的。这就包括他的一个著名结论。”

“什么结论？”

“亚里士多德认为，单摆的周期与单摆的振幅有关，单摆的振幅越大，单摆重新回到中心点的时间就越长。所以用单摆是无论如何也不能做成时钟的，因为你无法控制单摆摆动的幅度。”

“这个似乎也符合常识呀。”

“对，是这样的，摆幅越大，返回中心点的时间越长。但是亚里士多德忽略了一种情况：摆幅很小的时候。”

“摆幅很小的时候？那时单摆的周期是固定的？”

“对，这正是伽利略的发现。伽利略发现钟摆等时性，是基于对音乐的爱好而做的实验的结果。而这种单摆周期的固定性，刚好可以用来制作时钟。”

“哦！那伽利略就制作了世界上第一台准确运行的时钟？”

“今天时间不多了，我们下次接着聊吧！”

“好的，老师再见！”

“再见！”

6.3 从半人马星摆到地球

一周之后，我和他又见面了。坐下后，我说：

“我们接着上次的聊，上次我们说到哪里了？”

“上次我们说到了单摆。”他说道。

⊙ 《三体》里的单摆

“哦，是啊。昨天我突然想起《三体》里也有一部巨型的单摆。小说虚构了一个半人马星的行星上的外星文明。在单摆落成之日举行了一个隆重的启动仪式，各界名人云集。”

“哦，是啊。我也想起来了，那是在作者设定的三体游戏的最后关口。”他问道。

“那是一座非常巨大的单摆，就像是秋千的放大版。支撑单摆的两座高塔就有埃菲尔铁塔那么高，由全金属制成。摆锤也是金属的，镀有光滑的镜面。吊着摆锤的摆线非常纤细，几乎看不到，摆锤仿佛是悬在空中。”我说道。

“嗯。”

“让我最震撼的是，这巨大的摆锤，晶莹光亮，把周围的一切景象都映照在那光滑的表面，仿佛是世界的眸子。这样的描写给我留下了深刻的印象，仿佛它注视着这世界，一切真理、万物的一举一动被那只明亮的眸子收在眼底。”

这巨大的摆锤，晶莹光亮，把周围的一切景象都映照在那光滑的表面，仿佛是世界的眸子。

——《三体・第一部》

“嗯，确实令人印象深刻。”

“不过单摆启动后，它摆起来却有点诡异。与我们平常在地球上看到的很不一样。一会摆得快一点，一会摆得慢一点，总是令人捉摸不定。”

“为什么呢？”

“因为受到巨大月亮的影响，所以重力一直在变。”

“我在想，如果在三体星球上，恐怕伽利略永远都无法发现单摆的等时性。”

“对。三体行星绕太阳的公转很不稳定，大部分时间都毫无规律地转动，也就是小说所说的乱纪元。好不容易能绕太阳公转一段时间，三体人就纷纷出来发展自己的文明，但是没多久三体行星就被另外一颗太阳捕获，它的公转轨道和周期再次变乱，三体人被迫脱水，晒干，储藏起来。一辈子要折腾很多次。”

“这是小说里的情节吧？真实的半人

马星是什么样的情况呢？”

“以前，人类从未发现半人马星座的三颗恒星有行星，因为这几颗恒星离地球很近，发出很强的光芒，很可能掩盖了它的行星。直到 2016 年 8 月，《自然》杂志上报道了科学家发现了其中半人马星比邻星上有一颗岩石行星。它的公转周期只有 11 天。”



图 6-10　从半人马座比邻星的行星看到的天空中的三颗太阳，一颗较大，其他两颗较小

“嗯，对比一下小说里的三体行星混乱的纪元，生活在地球，每天看着太阳照常升起，是一件多么幸福的事情。”他说道。

“而且地球上的单摆也会稳定地摆动。”

⊙ 能工巧匠

“伽利略发现了单摆的等时性，就可以用它制作稳定的时钟了吗？”他问道。

“伽利略是有此想法的，并且进行了设计，不过制作时才发现没那么简单。他遇到的困难是如何让单摆的摆幅维持在较小的水平上，又不至于被摆动时的摩擦力损耗，让单摆一直摆动下去。”我说道。

“伽利略解决这个问题了吗？”

“没有，这要等到一位年轻的荷兰科学家来完成。”

“他是谁呢？”

“克里斯蒂安·惠更斯（Christiaan Huygens）。惠更斯心灵手巧，他得知了单摆的等时性后，成功设计了世界上第一台实用的摆钟，时年只有 27 岁。”

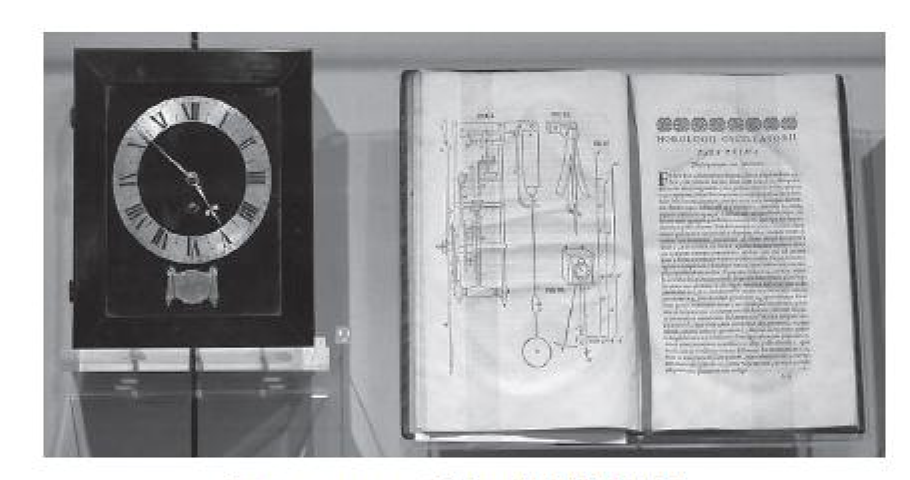


图 6-11　惠更斯的摆钟

“哇，这又会是一个奇才吧？他是怎么成功设计出第一个摆钟的？”

“首先，惠更斯把伽利略的发现又向前推进了一步。他发现：摆的周期与摆长平方根成正比。如果摆长增加 4 倍，摆周期增大 2 倍。”

“摆长是唯一决定摆周期的因素吗？”

“对。不过，惠更斯发现，当他制作摆钟时，事情没那么简单，很难让单摆时钟以很小的角度摆动。可是摆幅较大时，等时性又失效了。”

“哦，进退两难！”

“不过年轻的惠更斯在 1656 年的圣诞节找到了一个漂亮的解决方法，成功设计出了第一台能够精确计时的实用的摆钟。”

“他找到了什么方法？”

“之前单摆做圆周运动，所以摆幅较大时，摆动不再等时。可是他发现，稍微改动一下，让摆锤做摆线运动，单摆的等时性又回来了，即使摆动幅度较大时也是如此！”

“什么是摆线运动？”

“很简单，自行车轮的辐条上经常会嵌入一块反光塑料片，匀速骑车时，反光

片走过的轨迹就是摆线运动。”

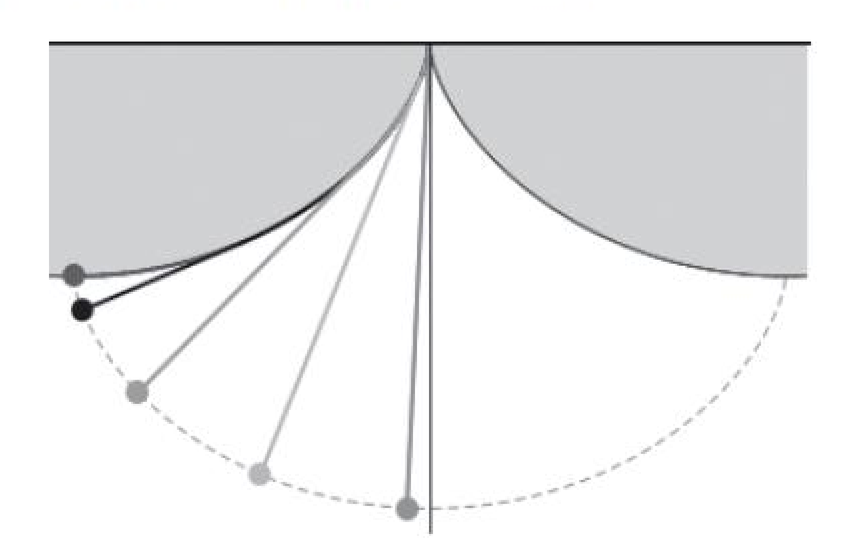


图 6-12 做摆线运动的单摆

“哦，明白了。”

“惠更斯设计了一种摆线形的悬架，能够自动让钟摆做摆线运动。换句话说，当摆幅较小时，摆长较大；而摆幅变大时摆长自动缩短，不至于让单摆减速。”

“真聪明。”

⊙ 擒纵器的演化

“不过，1670 年，英国出现了一种新的擒纵器，外形很像船锚，有了这种新的玩意，英国人发明了落地式大摆钟，也就是我们常说的老爷钟。这种擒纵器又叫锚式擒纵器。”我说道。

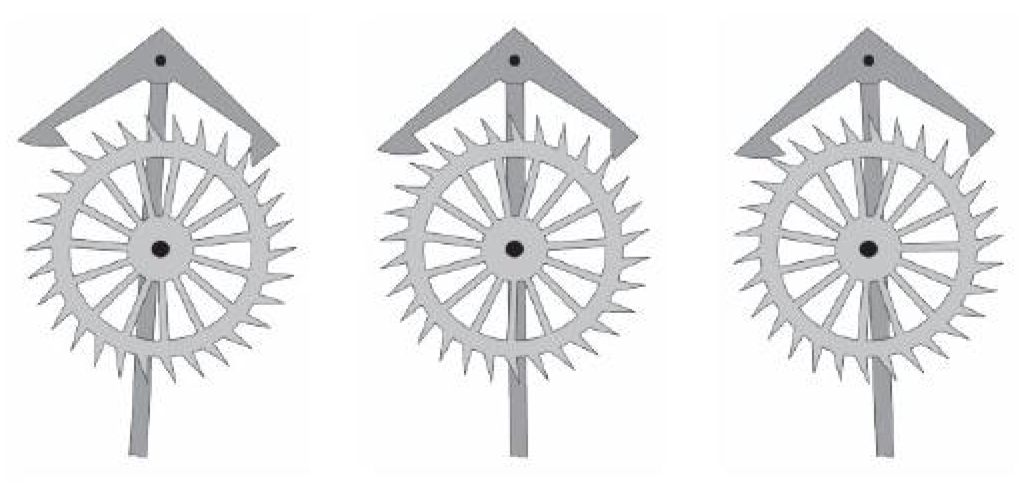


图 6-13 锚式擒纵器：钟摆摆到左边，轮齿被右边的犬牙卡住，发出嘀的一声（左图）；钟摆开始向右摆动，右边的犬齿松开，齿轮顺时针方向转动（中图）；但钟摆摆到最右边时，齿轮被左边的犬牙卡住，发出嗒的一声，依此循环往复（右图）

“它和以前的擒纵器有什么不一样？”

“它的滚轮和齿轮在一个平面上，结构更加简洁。钟摆摆动时，牵扯着锚左右晃动，锚上突出的两个犬牙，时而咬住轮齿，时而松开轮齿，这样就把摆动转换成了齿轮的转动。”

“嗯，确实简洁，这样的结构有什么优点？”

“擒纵器一方面推动着摆来回往复运动，同时又把摆钟限制在很小的角度下摆动。”

“哦，原来如此，这样就会使时钟满足单摆等时性所要求的小角度摆动了，是吗？”

“是。虽然惠更斯提出的摆线结构的时钟后来已经不用了，但是惠更斯仍为钟表的发展做出了巨大贡献。”

“什么样的贡献？”

“他把这种物体本身固有的振动节拍发掘出来，并且转换为均匀的指针走动。这种发现对未来数百年的科技发展产生了深远影响。”

“一台简单的摆钟有这么大的影响？”他问道。

“对！所有的时钟，无论是机械手表、石英钟、手机上的电子钟、导航卫星的电子钟，虽然它们形态各异、千差万别，但都是按照惠更斯的摆钟的基本思想设计出来的：即严格遵循并释放出物体本身固有的振动节拍——不论它来自于弹簧、石英还是原子。”

⊙ 惠更斯的心头之痛

“真没想到，4 个世纪前用机械操纵的

时钟，和当代用电子和原子操纵的时钟本是一家，后来惠更斯的摆钟用起来了吗？”他问道。

“惠更斯设计的摆钟很快被应用到天文观测计时上，大大提高了天文观测的准确性。他雄心勃勃，想把摆钟应用到航海中，一举解决经度测量的问题。”我说道。

“结果怎样？”

“在陆地上，钟表运行得稳稳当当。可一到波涛汹涌的大海上，摆钟像喝醉了酒，乱摆一气，根本不准。”

“这对他是个沉重的打击。”

“有一段时间，惠更斯卧病在床，无法出海实验。他郁郁然，在卧室里挂了两台摆钟，天天在床上盯着它们看。后来，惠更斯又带来了一项革命性的发明，这项发明让钟表变得很小、能够装进口袋里。”

“用今天的话说，就是可穿戴设备？”他问道。

“嗯。1675 年惠更斯设计了一种非常轻巧的螺旋弹簧，盘绕成圆形。弹簧的伸缩控制着钟表摆轮的转动，这种弹簧就是今天所说的游丝。”我说道。

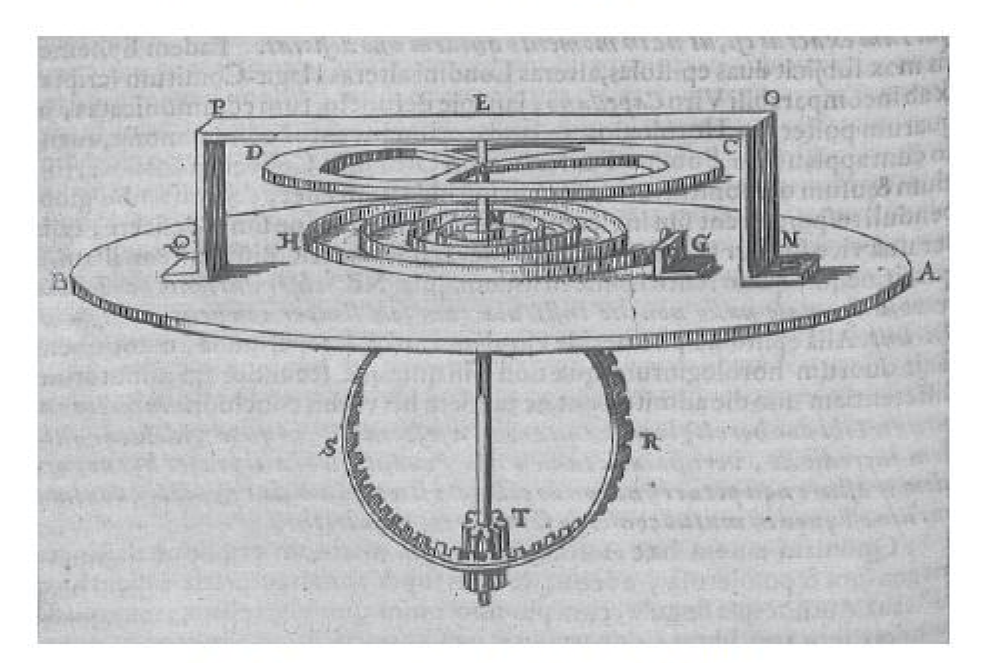


图 6-14　惠更斯发明的游丝

“游丝是怎么工作的？”

“游丝不再是用地球重力来驱动单摆摆动，而是用弹簧的弹力来提供动力，驱动摆轮在一个平面上来回前后转动，再用这种往复转动驱动齿轮和指针的走动，所以它无须竖立放置。”

“哦，原来如此。”

“虽然惠更斯设计的游丝不再利用单摆的固定摆动周期，而是利用弹簧的弹力，但是它们的内在物理属性是一样的：利用物体固有的振动频率。”

“哇，这需要一种特别的洞察力吧？”

“对，惠更斯的独特之处在于他一只眼看现象，而另一只眼能看到现象背后的永恒之物：物体的固有振动性质，无论是单摆还是弹簧。”

“有了新的游丝，惠更斯设计的新时钟帮助他解决了经度难题？”

“很遗憾，没有。”

“为什么没有解决呢？又有新问题吗？”

“嗯，困难不止一个。比如昼夜温差、海面上恶劣的湿度环境。温差急剧变化让钟表的金属部件热胀冷缩，而潮湿则影响机械的运转，这些都严重影响计时精度。当时计时装置严重不准，这让大科学家牛顿非常失望，他甚至认为计时法不是一种可靠的测量经度的方法。”

⊙ 哈里森的妙手

“牛顿说得对吗？”他问道。

“不，这一次牛顿错了！一个来自英国乡下的木匠的儿子约翰·哈里森施展妙手，制作了巧夺天工的钟表，精确测量了

经度数值，令所有人叹为观止。”我说道。

“哈里森只是一个木匠的儿子，既不是数学家也不是物理学家，他是怎么做到的？”

“哈里森手巧，爱思考。问题越棘手，他越有耐心与其周旋。他先制作了第一台参赛的钟表，代号为H1，距离经度委员会要求的精度还差一些。于是他申请了资金继续研究改进，两年后第二台时钟H2问世了。”

“结果怎么样？”

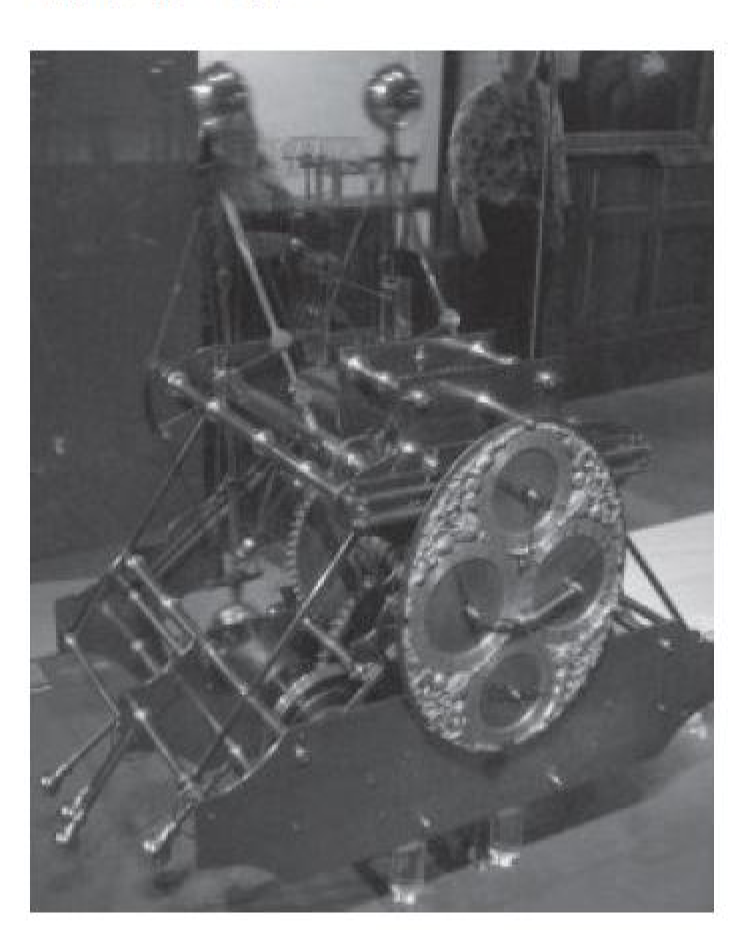


图6-15　约翰·哈里森设计的第一代时钟H1

“当时由于英国和西班牙在海上征战，无法实地出海测试，他继续申请了资金改进。这一改就是19年。”

“哇，这么久！像一头极有耐心捕食的猛兽。”

“他继续研究了第三个版本的时钟H3，在漫长的设计过程中，他突然想到如果把时钟设计得小巧，会更加方便携带，于是他放弃了H3的测试，直接完成了H4。”

“H4有多轻？”

“嗯，比起75磅的H1庞然大物，H4只有3磅，可以轻松放在手掌上。”

“哇，改进不可谓不大。那航海测试的结果怎么样？”

“哈里森此时已经68岁，由于身体原因不能出海，他的儿子兼助手替他航海。1761年11月，他的儿子和经度委员会的成员乘坐海军舰艇从朴茨茅斯港出发，经过80多天航行，到达了目的牙买加的罗亚尔港，H4测出的经度误差只有16千米，相当于H4仅仅慢了5秒。”

“哈里森对H4很满意吧？”



图6-16　约翰·哈里森发明的第四代钟表H4

“嗯，事实上，它堪称科学和艺术的完美结合。哈里森对能够在有生之年完成这一作品深怀感激。

“我斗胆说，世界上没有哪个机械或者数学的东西比H4更漂亮或者更精美了。”
“我衷心感谢上帝，让我活了足够长的时间来完成这件宝贝。”——哈里森

“我很好奇，哈里森的这件宝贝究

竟是采用了什么方法来克服海上的恶劣环境的？”

“为了何抵御温度的剧烈变化产生的金属伸缩，哈里森的设计可谓巧妙。他发明了一种烤架式钟摆，把长短不同的铜棍和铁棍组合在一起，因为两种金属膨胀伸缩程度不同，二者的伸缩刚好可以相互抵消。”

“哦，这想法果然巧妙！”他感叹道。

“嗯，这种思想至今在电路设计中仍然广泛采用。”我说道。

“哦，是吗？能举个例子吗？”

“例如，设计一个具有温度补偿效应的电压源时，你很难找到一个物理量不随温度变化。但是你可以发现晶体管的基极—发射极电压随温度升高而减小，而另外一个电压则随温度升高而升高。”

“就像哈里森找的两个不同温度膨胀系数的金属一样？”

“对，不过在电路里不是把两个金属棍焊在一起，而是把两个温度系数刚好相反的电压串联叠加在一起，这样一来，一个随温度上升、一个下降，刚好抵消了温度变化，产生了一个几乎不随温度变化的电压。”

“这对芯片电源系统非常重要吗？”

“对，因为无论冰天雪地，还是炎炎烈日，芯片电压都不会因此而波动，不会因此而宕机。”我说道。

“哦，看来电路设计和机械设计也有异曲同工之妙。”他说道。

“此外，哈里森在减小摩擦和磨损上也下了一番功夫。为了减小摩擦和擒纵器开开合合造成的磨损，他不惜成本采用了宝石制成的轴承。”

“这一定很昂贵。”

“对，而且 H4 时钟还需要定期加润滑油。所以在博物馆里，H4 的指针是静止不动的，而 H1 则不存在这个问题，你仍然可以在博物馆里看到 H1 在忠实地运行着。”

“以后去博物馆一定看看哈里森设计的钟表。”

“用计时测量经度的方法最终取得了胜利，哈里森赢得了全部奖金，虽然中间的过程有些波折，英国国王乔治三世亲自出面干预，1773 年哈里森终于在 80 高龄拿到了剩余的全部奖金。”

“1773 年？距离伽利略发现单摆的等时性、惠更斯发明摆钟已经过去了 100 多年了吧？”

“对。我们回过头来看看从单摆的等时性一直到高精度的航海时钟这 100 多年走过的路，就会发现这是非常关键的一段时间。”

“为什么这么说呢？”

“1642 年，伽利略在自己被软禁的家中去世。而此前 10 年他因为为日心说辩护，被罗马异端审判庭审问，从此以意大利为代表的南欧的科学研究遭受了重大打击。一些科学家心灰意冷，去了北欧，例如，笛卡尔曾在意大利居住过两年，后来移居巴黎，但是由于当地教会势力强大，限制讨论宗教问题，他于 1628 年再一次迁居荷兰。”

“哦，科学研究的中心北移了？”

“对。你记得吗，惠更斯是荷兰人，而那个改进时钟的哈里森是英国人。”

“嗯，想起来了。”

⊙ 牛顿的预测

“更加有标志意义的是，伽利略去世那一年的圣诞节，牛顿在英国诞生了。后人回忆这段往事，总喜欢说牛顿接过了伽利略手中的接力棒。”

“因为牛顿把力学的研究推向了一个前所未有的高度？”他问道。

“对，虽然惠更斯找到了摆长与摆动周期之间的平方根关系，但是他们无法从科学上推导出背后的物理原理。而这一切的解释，需要等到牛顿发明了力学三大定律，尤其是第二定律。”我说道。

“牛顿第二定律？让我想一想，是关于物体的加速度的？”



图 6-17　牛顿

“对，牛顿第二定律虽然简单，但却是进行物体受力分析的不二法门。抽掉了这个定律，整个力学甚至物理学的大厦都会倾倒。这个定律说：一个物体所受之力，与其加速度和质量均成正比。”

“就这么一句话就有这么大的威力？”

“你看，通过分析物体的受力，就可以计算出它的加速度，而通过加速度，就可以计算出物体运动的速度以及移动的距离，换句话说，有了牛顿定律，人们能预计出物体在任意未来时间出现的位置，还能倒推回过去任意时刻物体曾经走过的轨迹。这难道不是很神奇吗？”

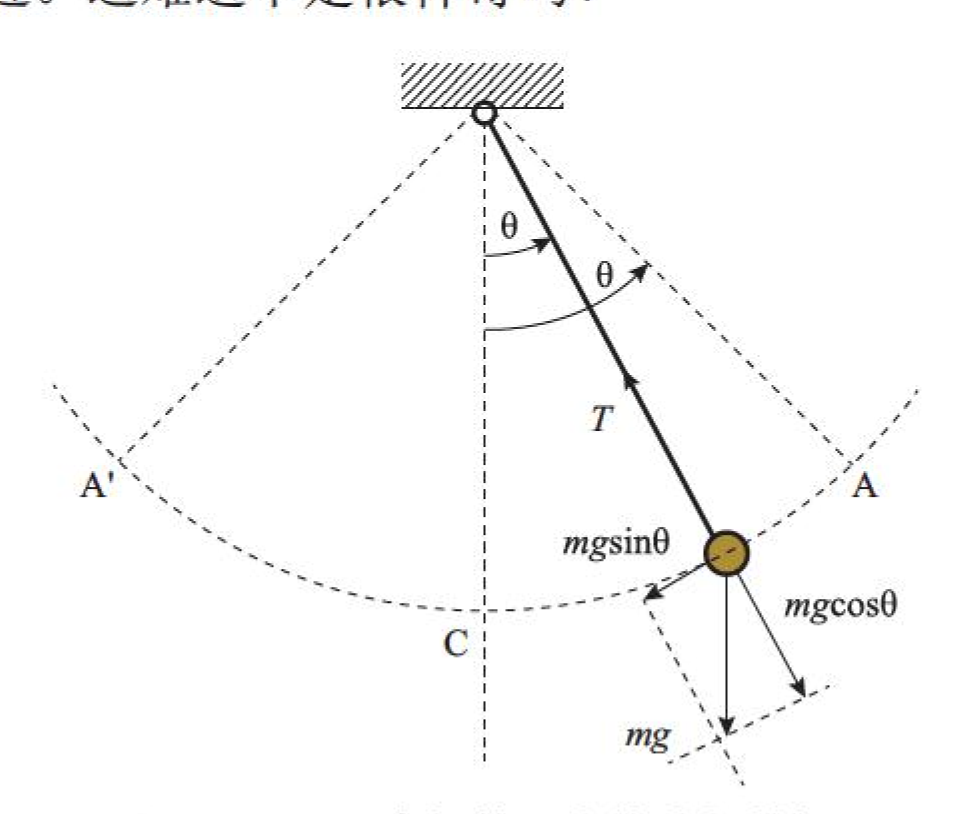


图 6-18　用牛顿第二定律分析单摆

“嗯，确实功力强大。那牛顿定律也可以分析出单摆背后的运动规律了？”

“对！如果以单摆最低位置的中心点作为零点，左边为负、右边为正的话，运用牛顿第二定律，很容易发现，这个位置随时间的变化刚好是一个正弦函数：它一会摆到右边的最高点，到达了正弦函数的波峰，一会又摆到左边的最高点，到达了正弦函数的波谷。”

“嗯，一直在波峰和波谷之间振荡。”

⊙ 逝曰远，远曰反

“这正好是《道德经》里所说的**高者**

抑之，下者举之。”我说道。

“哦，是啊。那从物理上又该如何解释呢？”他问道。

“物理上的解释也容易，就是能量守恒定律。把小球举到一个高度，它就具有了初始势能，此时小球静止，动能为零，所有的能量都以势能的形式存在。一旦放开小球，小球下降，势能随之下降，但是势能转换为动能，到达最低点时动能达到最大，小球速度最快，而势能达到了最低。但小球不会一直待在最低点，因为下者举之，所以会继续上升，但也不会无穷上升，因为高者抑之。”

“远离了就拉回来，返回来。回来了，就再推到远处？”

“对，这正是**逝曰远，远曰反**的道理。”

“那这两者是如何平衡的？”我说道。

“如果说小球加速就是一种正向激励或者正反馈，那么随着高度升高而减速就是一种负反馈。如果只有正反馈，那小球就加速到无穷大跑到太空里了。如果只有负反馈，那小球就停止不动了。既有正反馈、又有负反馈，二者此消彼长，相互制约，最终达到一种动态平衡。”我说道。

“我有一个问题，那摆钟、发条钟里也有这种对立相反而平衡的机制吗？”他问道。

“这些机械钟表里，最有意思的就是擒纵轮，我们看一下。擒纵轮卡住齿轮，就是‘擒’，齿轮停止转动，发出滴的一声，相当于负反馈，而相反的‘纵’，则释放齿轮让其重新转动，直到下一次被卡住，发出‘嗒’的一声。这样一擒一纵、一正一反、一动一静中，钟表就嘀嗒嘀嗒地走动了。”

“嗯，彼此对立相反、相生相克，但又相互转换，真是一种精妙的平衡。那其他的石英钟、电子振荡器、原子钟里也有类似的机制吗？”

“哦，今天时间不多了，我们下次接着聊吧！”

“好的，老师再见。”

6.4 从贾宝玉的怀表到居里兄弟的晶体

一周之后，我和他又见面了。

“上次我们说到机械钟和单摆。” 他说道。

“对，机械钟里存在两种此消彼长，相生相克的机制。正是对这种机制的完善和改进，机械钟走过了 3 个多世纪。这 3 个世纪也让机械钟从诞生地流传到全世界。” 我说道。

“至今人们一提起时钟，首先想到的还是机械钟的模样。”

“对，一直到 20 世纪机械钟仍是世界上使用最广泛的时钟。”

⊙ 红楼里的稀罕玩意

“那最早的机械钟是怎么传入中国的？”他问道。

“全球性航海的拓展拉开了各国文化交流的序幕。明朝万历年间，钟表随着传教士开始进入中国。自此，从皇宫到官宦之家都陆续装备上了这种时髦而华贵的时钟，就连曹雪芹的《红楼梦》里也少不了高大的自鸣钟和小巧的怀表。”我说道。

“哦，对，上次我们聊到刘姥姥进大观园的那一回刘姥姥看到的座钟，除了这个，《红楼梦》里还有其他地方描写过这些罕见的西洋玩意吗？”

“有，总共十多处呢。比如第九十二回，冯紫英向贾政兜售一件自鸣钟，这‘**架钟表，有三尺多高**，也是一个童儿拿着时辰牌，到什么时候儿就报什么时辰。里头还有消息人儿打十番儿’。这件钟表加上一件围屏，冯紫英说是可以做得贡品的，开口要价五千两银子！”

“这么贵，真是奇货可居！这‘打十番’是什么意思？”

“‘打十番’应该是音乐盒，里面有多种乐器，到整点可以合奏。”

“难怪！除了这种摆钟，还有别的钟吗？”

“在第四十五回‘风雨夕闷制风雨词’，黛玉正在作词，名曰《秋窗风雨夕》。吟罢搁笔，此时贾宝玉戴着大箬笠、身着蓑衣，冒雨来看黛玉。黛玉说：‘谢你一天来几次瞧我，下雨还来。这会子夜深了，我也要歇着，你且请回去，明儿再来。’宝玉听说回手向怀中徒出**一个核桃大小的一个金表**来，瞧了一瞧，那针已指到戌末亥初之间，忙又揣了。”

“哦，这核桃大的金表应该是一块怀表吧？”

“嗯，对。那时的怀表还比较大，球形的。16 世纪，德国纽伦堡人制成圆球形

的‘纽伦堡蛋’，标志着怀表的诞生。虽然怀表已经比自鸣钟小很多了，不过还是比较厚，所以看起来像一个核桃，而不是后来的像一块小圆饼。直到 1710 年英国人葛量汉（George Graham）发明了直进式擒纵装置，擒纵叉和轮齿在一个平面上，表身才由球形变成饼形。”



图 6-19　早期的球形怀表

“有点意思。黛玉让宝玉先回去休息，已经很晚了吗？戌末亥初大概是什么时候？”

“大概是晚上九点钟。当然古人早睡早起，一般五更天不亮就起床，所以睡得也很早。”

⊙ 王熙凤点卯

“对了，我有个问题，西方钟表上是罗马字母或阿拉伯数字，而中国人则一直使用子丑寅卯的计时顺序，贾府的小姐公子们能看得懂吗？”他问道。

“嗯，这是个好问题。西方人早就考虑到了这一点，他们把钟表刻度全部改成了中国的十二个时辰名字。”我说道。

“可是西方是 24 小时，中国是 12 时辰。”

“对，这样每两小时刚好对应一个时辰，而每个时辰的一半就是一‘小’时，这就是为什么时辰前面要加一个‘小’字。”

“啊！原来小时的‘小’是这么来的！难怪‘分’和‘秒’就没有小分和小秒。”

“时辰和小时对应起来也很容易，子时就是午夜 23:00 ～ 1:00；丑时就是 1:00 ～ 3:00，寅时是 3:00 ～ 5:00，卯时是 5:00 ～ 7:00……”

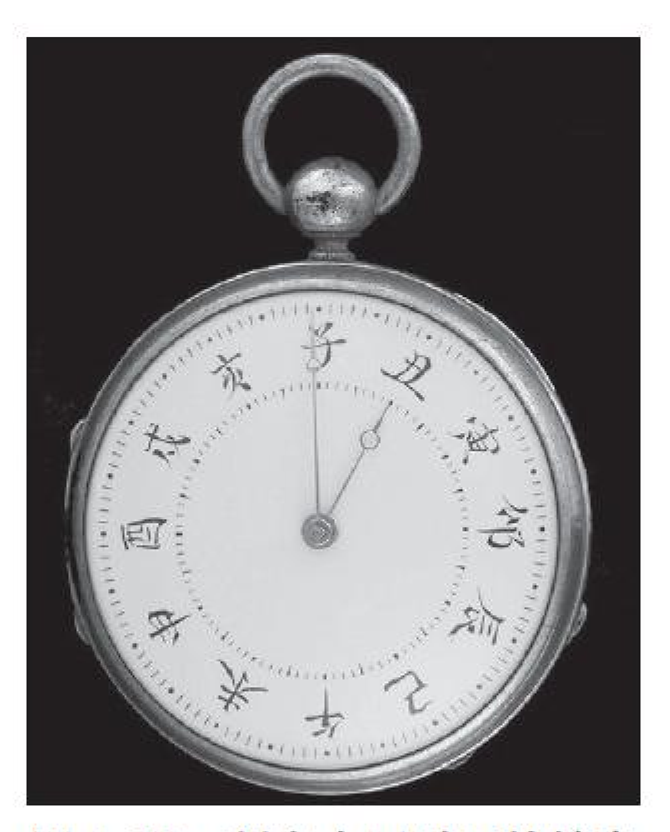


图 6-20　刻有中国时辰的钟表

子初：23:00 ～ 00:00；子正：00:00 ～ 01:00
丑初：01:00 ～ 02:00；丑正：02:00 ～ 03:00
寅初：03:00 ～ 04:00；寅正：04:00 ～ 05:00
卯初：05:00 ～ 06:00；卯正：06:00 ～ 07:00
辰初：07:00 ～ 08:00；辰正：08:00 ～ 09:00
巳初：09:00 ～ 10:00；巳正：10:00 ～ 11:00
午初：11:00 ～ 12:00；午正：12:00 ～ 13:00
未初：13:00 ～ 14:00；未正：14:00 ～ 15:00
申初：15:00 ～ 16:00；申正：16:00 ～ 17:00
酉初：17:00 ～ 18:00；酉正：18:00 ～ 19:00
戌初：19:00 ～ 20:00；戌正：20:00 ～ 21:00
亥初：21:00 ～ 22:00；亥正：22:00 ～ 23:00

“卯时是早上 5:00 ～ 7:00。哦，俗话

说的‘点卯’就是这么来的吗？”

“对，在《红楼梦》还真有一次清早点卯。”

“哦，是吗？因为什么事？”

“第十四回，王熙凤领命负责秦可卿丧事，给众人分派工作，这是王熙凤第一次处理这么大的事务，为了树立威信，她给奴婢们训话，要求每日做事必须守时。为此她要求清早卯正二刻点名，此外吃早饭、回事都有严格的时间，过期不候。”

“不论大小事，我是皆有一定的时辰。横竖你们上房里也有时辰钟。卯正二刻我来点卯，巳正吃早饭，凡有领牌回事的只在午初刻。”

——《红楼梦》第十四回《王熙凤协理宁国府》王熙凤训话

“卯正二刻是几点？”

“卯正二刻是早上6:30。”

“果然是点卯。”

“嗯，巳正10:00。”

“哦，起得这么早，忙活半天才吃早饭，遇到了王熙凤仆人也不好当啊。《红楼梦》里的人都睡得很早吗？”他说道。

“也不一定。比如第六十三回‘寿怡红群芳开夜宴’，怡红院中，众小姐丫鬟给宝玉过生日，诸人夜聚博饮，掷骰子，占花名儿。玩得正起劲，只听有人叫门。原来是薛姨妈打发人来接黛玉的。众人因问几更了，人回：‘二更以后了，钟打过十一下了。’宝玉犹不信，要过表来瞧了一瞧，已是子初初刻十分了。”我说道。

“子时就是23:00～1:00，这也挺晚了。不过子初初刻十分到底是几点几分了？”

“知道了规则也很容易计算。古代把每个时辰的第一小时称为‘初’，第二小时称为‘正’。例如，子初就是23:00～24:00，而子正就是0:00～1:00。”

“哦，明白了，那后面的初刻又是什么呢？”

“你还记得吧？我们以前说过，在祖冲之那个年代，一昼夜分为100刻。”

“嗯，记得。”

“可是自从传教士利玛窦将西洋时钟引入中国，西方的计时方法也随之传入中国。西方的一刻是一小时的1/4，所以一昼夜96刻。为了协调时辰和西洋时钟，清朝顺治年间的新历法《时宪历》把一天100刻改为96刻。”

“这样一个小时就有四刻？”

“对，分别为初刻（0分）、一刻（15分）、二刻（30分）和三刻（45分）。”

“现在我搞懂了，初刻就是整点。”

“对，所以子初初刻十分就是23:10分了。”

“我猜，贾府这些时钟都很贵吧？”

“对，在《红楼梦》里，有一次王熙凤给贾母操持过生日，家里资金紧张凑不出钱，于是就把贾府里的一台金自鸣钟变卖，得钱五百六十两银子。”

“前儿老太太生日，太太急了两个月，想不出法儿来。还是我提了一句，后楼上现有些没要紧的大铜锡家伙四五箱子，拿去弄了三百银子，才把老太太遮羞礼儿搪塞过去了。我是你们知道的：那一个金自鸣钟卖了五百六十两银子。”

——《红楼梦》第七十二回

“哇，估计一般老百姓忙活几年都买不起一台钟！为什么那时钟表这么贵？”

“除了舶来品紧俏稀罕、钟表外观华丽，镶金镀银外，另外一个重要因素是机械时钟的轴承都会磨损，渐渐走不准。为了提高走时精度，一些高档钟表开始采用宝石作为轴承。”

“难怪！光机芯就让人买不起。”

“嗯，机械时钟就这毛病，无论发明什么结构的擒纵器和机轴，必定有磨损。”

⊙ 居里的发现

“那怎么解决这个问题？只能另辟蹊径了？”他问道。

“对。要想减少磨损，就需要另外一种机制的时钟。这种新的物理机制要靠两位年轻的法国科学家兄弟来发现。他们是皮埃尔·居里（Pierre Curie）和他的哥哥雅克·居里（Jacques Curie）。兄弟两在1880年发现了晶体的一个特殊性质，此时皮埃尔·居里年仅21岁。”我说道。



图 6-21　雅克·居里（左）和皮埃尔·居里，以及他们的父母

“哦，他们有什么发现？”

“晶体的压电效应。居里夫人在《居里传》里描述了这一发现的经过。”

皮埃尔·居里的哥哥取得学士学位后，在巴黎大学矿物系实验室做弗里代尔的助手。随后，皮埃尔和哥哥开始合作研究晶体……这两位年轻的物理学家做了一系列实验，并成功地发现了一个前所未有的新现象：压电效应。即当晶体在对称轴方向上压缩或膨胀时，会产生极化电压。

——居里夫人《居里传》

“这种压电效应意味着什么呢？”

“这意味着可以把机械变形转换为电压，就像单摆是在动能和势能之间转换，而压电效应能把振动的动能转化为电能。但这种新的能量转化方式与单摆不同，转化的过程中几乎没有磨损！居里兄弟发现的效应后来被称为正压电效应。”我说道。

“什么叫正压电效应？难道还有逆压电效应？”他问道。

“对。你一下就想到了！不过发现这个逆压电效应还要再等几年。”我说道。

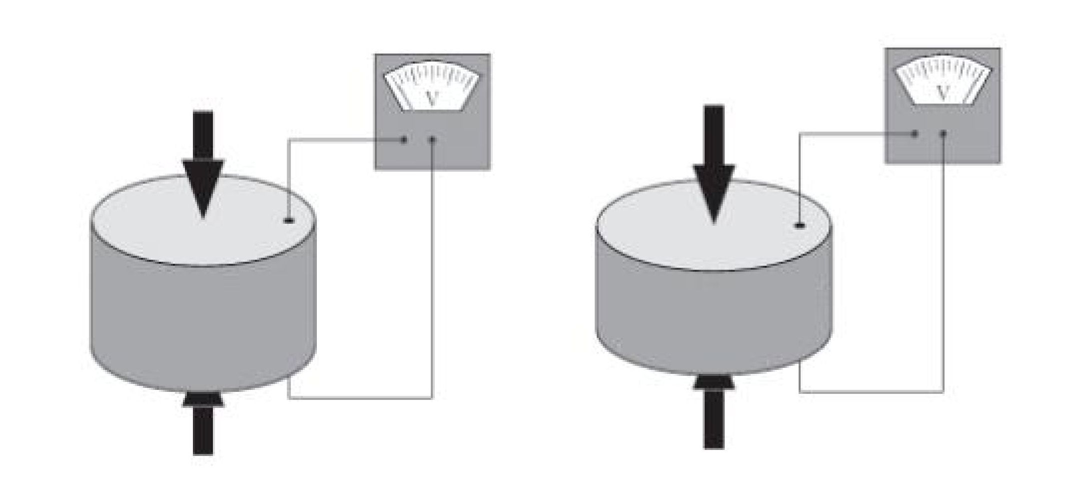


图 6-22　压电效应引起的物体形变和两端电压的变化：晶体拉伸电压最低（左图）；晶体压缩电压最高（右图）

“哦，那是谁发现的呢？”

“一个叫里普曼的科学家，他通过理论分析预言了逆压电效应应该也存在：晶体在受到电磁场作用时会出现非常微小的变形。”

“哦，刚好反过来，把电压转化为机械形变？”

“对。居里兄弟听到消息后，立即展开实验，他们成功观测到了晶体的逆压电效应，要知道这种形变极其微小，一般人很难用肉眼观察到。”

“正压电效应和逆压电效应，对于设计时钟有什么用处呢？”他问道。

“一个是从机械形变转换为电能，另一个是从电能转换为机械形变，二者对立互反，所以有可能此消彼长，相生相克。”我说道。

⊙ 从机械表到石英表

“明白了，这也是机械时钟和单摆所具备的条件。一旦有了这个条件，就可以创造一种新型的时钟了？”他问道。

“嗯，你说对了，这就是石英钟。1928年贝尔实验室的沃伦·马里森（Warren A. Marrison）发现了可以把这种压电效应来产生周期性的信号。这种计时方法完全不同于机械钟。”我说道。

“这是一种革命性、全新的东西？”

“对，这种变革完全可以同300多年前惠更斯发明的摆钟相媲美！而它的原理也非常简洁优雅。”

“是吗？它的原理是怎么样的？”

“只要在晶体外面施加一个正负相间的交流电压，就可以让晶体伸缩。反过来晶体的伸缩又会产生新的交流电压，这个交流电压又会激发晶体不停伸缩变形。二者此消彼长，却又相依相偎，周而复始。”

“如果把外加的交流电压去掉呢？石英晶体会停止振荡吗？”

“不会！一旦晶体的振动变形的频率和外加电压的频率相同，二者就会共振。即使撤掉外加电压，晶体的振动也足以自我维持，以此往复，同时晶体上会产生稳定频率的交流电压信号。”

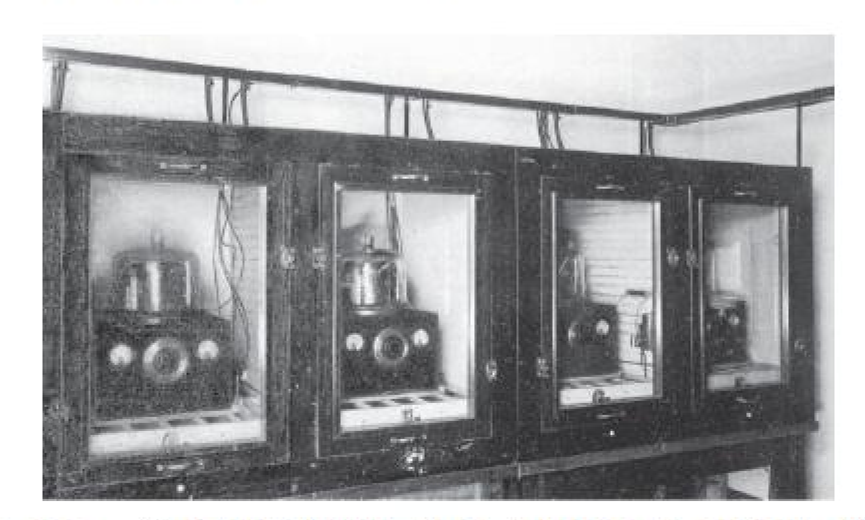


图6-23　美国标准计量局于1929年采用石英钟作为标准计时仪器，存放于恒温箱内，精度达到了10的负7次方，即每4个月误差一秒

“于是这稳定的周期信号就可以驱动时钟？”

“对。人们发现在所有的晶体中，石英晶体具有非常稳定的频率特性，频率值是32768赫兹，只要把这个频率不断地除以2，就会得到1赫兹，也就是1秒，所以它是做时钟的不二选择，以至于1939年英国格林尼治天文台也采用了石英钟作为计时标准，误差只有每天千分之二秒。”

“那这种石英钟会比机械钟还贵吗？”

“不，正好相反，石英和我们芯片里

的硅一样，在沙子里很容易找到，所以价格低廉。从手机到计算机、从玩具到遥控器，几乎所有的电荷设备里都有一颗绿豆大小石英晶体。”

“才绿豆这么大！所以石英表也非常便于携带？”他问道。

“对。我们比较一下石英钟和摆钟，就会发现它们本质上是一样的。”我说道。

“为什么呢？”

“摆钟利用的是单摆的固定频率，这个频率只与摆长有关，与幅度无关。”

“那石英钟呢？”

“而石英钟利用的石英晶体的固有振动频率 32768 赫兹，而且与振动幅度无关。”

“嗯，不过频率大小就相差太多了，石英晶体的 32768 赫兹远远高于单摆的振动频率。”

“对，所以石英晶体的用武之地远远超过了机械钟。它可以用在信号处理、自动控制等领域。不过对于无线通信来说，这频率还是小巫见大巫，太低了。”

“哦，是吗？无线通信的频率有多高？”

“就拿 GSM 通信来说吧，至少要 900 兆赫兹，是石英晶体的近 3 万倍，而蓝牙和 Wi-Fi 的频率又是 GSM 的近 3 倍，达到了 2.4GHz，甚至最新的 Wi-Fi 达到了 5GHz。”

“那这么高的频率又如何产生呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

“再见！”

6.5 上善若水：山泉、云朵、喷泉

一个星期后，我和他又见面了。

“上次我们说到居里兄弟发现了晶体里的压电效应，由此人们发明了石英时钟。”他说道。

“嗯，对于机械时钟，石英时钟可称得上是一次革命。它精准高、小巧、功耗低。不过……”我沉吟了一下。

“不过，它有什么缺点吗？”

“可惜它的频率比较低，无法用到无线通信等需要高频的领域。”

“哦，是啊，比起几个 GHz 的微波频率，石英晶体的振动频率低了好几个数量级。那什么样的振荡才能产生高频的时钟信号呢？”

“你知道，机械振动无法太快。而要产生很快速的变化，则要依赖一种无须机械形变的振荡。”

⊙ 万变不离其宗

“那可以由什么来产生高频的振荡呢？”他问道。

“不是别的，而是电子！电子轻巧，容易控制，且变化速度极快。用电子元件产生周期振荡，速度快且易控。不过基本原理却同单摆和晶体是一样的。”我说道。

“这也需要找到两种对立相反的现象，此消彼长，相生相克？”

“看来你现在已经很有心得了，毕竟所有的时钟万变不离其宗。”

“那这一次，是哪两种对立的元素呢？”

“电场和磁场，或者电压和电流。”

“听起来挺深奥的，能举个例子吗？”

“其实很简单，只要你学过初中物理就可以理解。你一定听说过电荷吧？它就是这个话题的主角。”

“电荷！当然听过了，电线里的电流就是由电荷组成的，就像水流是由水分子组成的一样。”

“很不错的比喻。今天我们就要看看怎么控制电流的流动。其实很简单，就像水钟控制水的流动，只需把均匀的水流转换成滴嗒滴嗒的时钟的走动就可以了。”

“是吗？那是怎么实现的呢？”

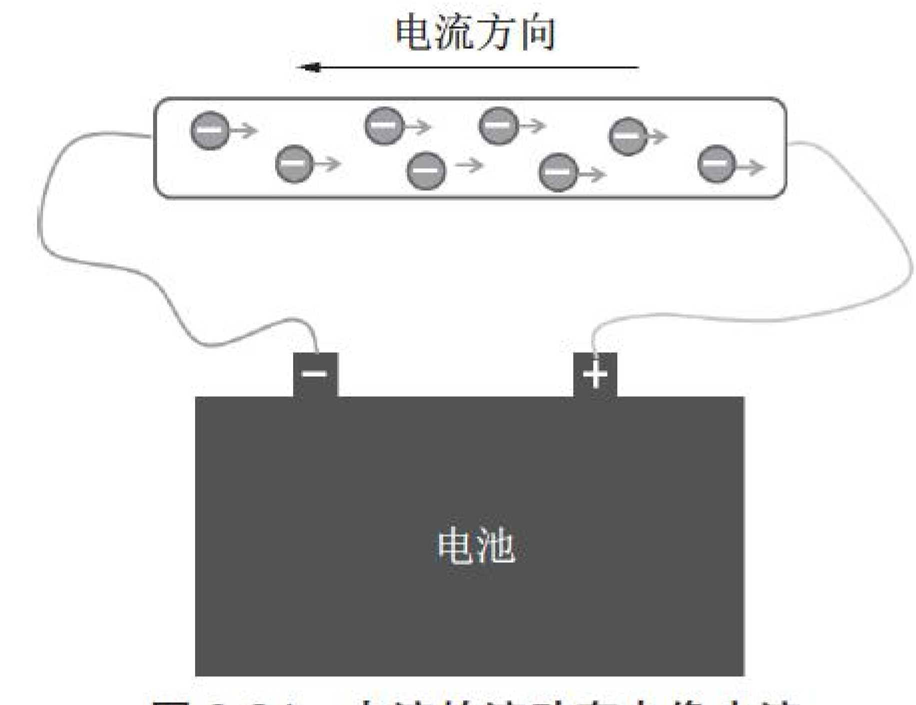


图 6-24　电流的流动有点像水流

⊙ 电荷与水滴之舞

“让我们回到开始，我们需要两个相互对立的元素。而这两个元素虽然对立相反，但都是由同一种元素——电荷——引起的。”

“电荷是如何构成两种对立相反的元素的？”他问道。

“电荷的流动构成了电流，而电荷在一个地方的累积又构成了电压。”我说道。

“能举个例子吗？”

“如果我们把电荷比作雪花：雪花的飘落构成了天上雪花的漫天飞舞，而落在地上的雪花逐渐堆积，构成了眼前美丽的雪景。你既可以通过观察飞舞雪花的密集程度来判断一场雪的大小，也可以通过屋顶上雪的厚度来推测雪的大小。或者你也可以把电荷比作水滴，既可以通过雨滴的密集、也可以通过地上的积水来判断雨势的大小。”

“嗯。落在地上的雪的厚度就像是电压？”

“对，积雪越厚，代表电压越大。另一方面，飞舞雪花的疏密程度就是电流，飞舞的雪花越密集，代表电流越大。”

“哦，明白了。那它们为什么是相反对立的呢？”

“你马上就明白了。不过为了更好地解释，我把刚才例子里的雪花改成了水滴，因为水的蒸发显得更加自然一些。”

“好的。”

“假设有一个理想的世界，低洼处是湖泊，其他地方是陆地。一开始湖泊里有很多水，但空气异常干燥，没有任何水分。随着时间推移，水被蒸发到天空中形成水汽，最后湖水蒸发干了。而水汽形成了云，云上升遇到冷空气，形成雨降落回地面，流回湖泊，湖泊的水又满了，回到了从前的水位。”

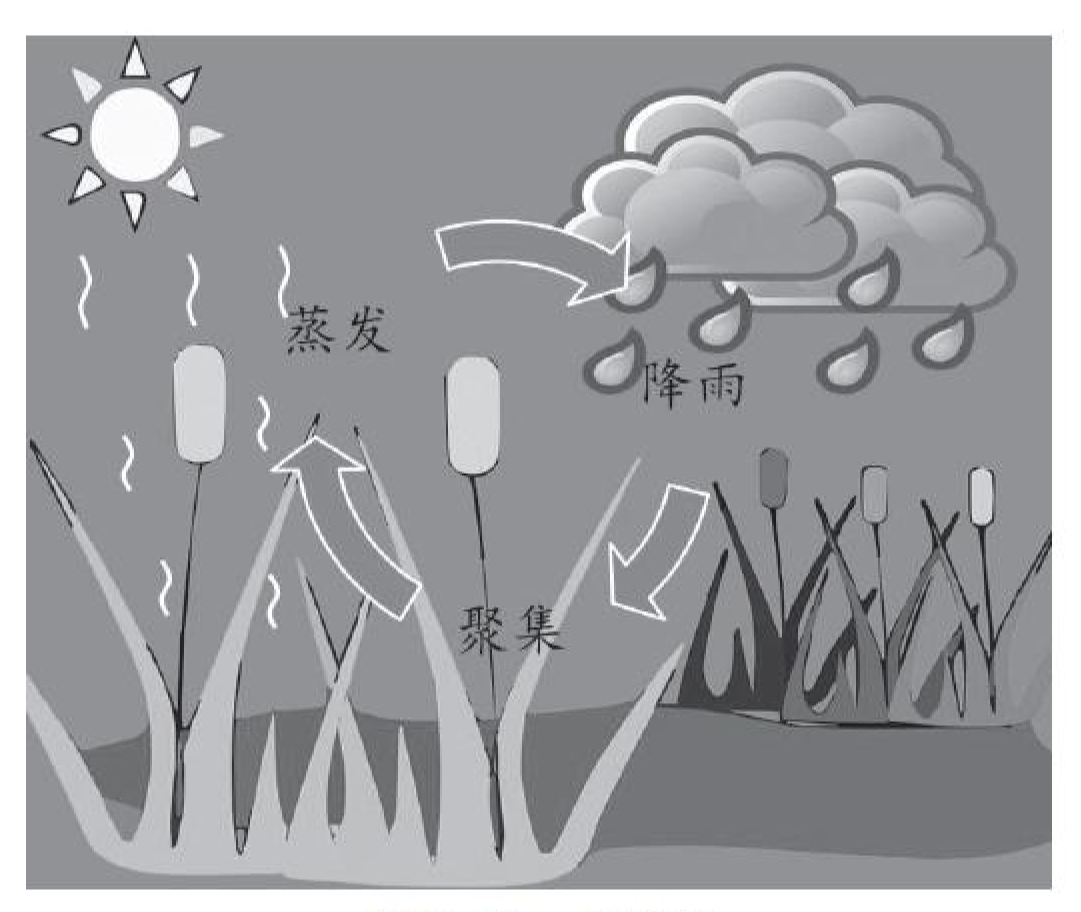


图 6-25　水循环

“嗯，水汽的上升和雨水的下降对立相反，形成一个循环。不过电路怎么找到对立相反的两个元素呢？”他问道。

“只需两个基本元件：电感和电容，就可以做出一个周期性的振荡现象了。”我说道。

“电容和电感里面的电荷流动和这个例子有相似之处？”

“对，电容就是地下的湖泊，而电感则是天空中的云。”

“哦，电容和电感有什么用呢？”

“电容就像一个盛水的容器，可以把能量以电荷堆积的形式存储起来。而电感则是另一个容器，只不过是把能量存储在空间的磁场里。”

“只需要一个电感和一个电容吗？”

“对，理论上一个电感和一个电容，首尾相连就可以了。”我拿过一个汤碗放在桌上当作电容，拿过一张餐巾卷起来当作电感，用两根筷子把二者连接起来。

“看起来这个结构很简单。可是里面的电压和电流是如何此消彼长的呢？”他问道。

我指着汤碗说：“假设一开始所有的电荷都堆积在电容里，电感上没有任何电荷。就像堆积的水有水压，堆积的电荷有电压。电荷开始流出电容，就像水从湖泊里蒸发出来。”我说道。

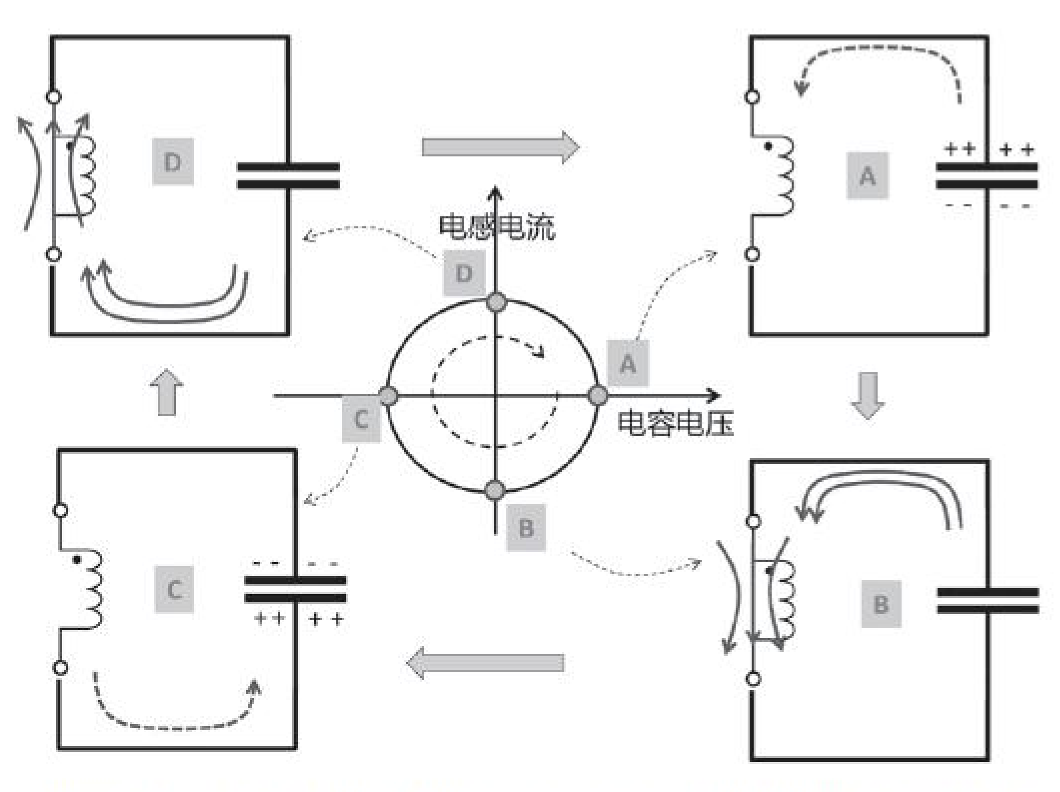


图 6-26　LC 振荡电路：电流不停地把能量在电感和电容之间搬移：向左的箭头表示电荷从电容搬移到电感，就像湖水的蒸发；向右的箭头表示电荷从电感搬移到电容，就像降水

“为什么电荷会从电容里流出？”

“很简单，电荷往电压低的地方流动。与电容相连的电感上电压为零，所以电荷从电容流向电感。当所有的电荷都流出来后，电容里没有电荷了，电压降为零。相当于湖泊都蒸发干了。”

“所有的能量都存储在电感里了？”

“对，这时电感上的电流达到了最大，或者天上的水汽最多，水汽上升遇冷化为雨水降落并流回湖泊。”

“嗯。”

“同样电感上电流不会停止流动，而是继续将电荷倒流到电容里，电容上的电荷越积越多，电压绝对值升高，直到电感上的所有能量都耗尽了，所有的电荷都流回了电容。就像所有的水汽都化为雨水流回了湖泊。这是一个循环的终点，也是下一次循环的起点。依次往复不已。”

“这个比喻挺有意思的。不过一般不会等到湖里的水全都蒸干了，才下雨吧？”

“嗯，当然这只是一个比喻。不过，水和云其实是一回事，都是水。正像电容上的电荷和电感上的电流也是一回事一样，其实都是能量的不同形式。”

⊙ 云与水的转换

“怎么理解水和云的此消彼长呢？”他问道。

“比如，唐代王维曾经有一首诗，非常诗意地描绘了水和云的此消彼长关系。”我说道。

“哦，是吗？我喜欢王维的诗，他是著名的山水派诗人。”

“对。王维后期的诗以白描为主，被称为诗中有画。通过寥寥几笔白描，却让人产生丰富的想象和无穷的韵味。我要说的这首诗是《终南别业》，这首诗中有这样两句：**行到水穷处，坐看云起时**。”



图 6-27　行到水穷处，坐看云起时

“哦，这两句很知名，我背诵过。不过我一直不太理解：为什么走到没有水的地方，云却升起来了呢？”

“这两句貌似只是情景白描，但王维的诗句却能在极其平淡的语句中蕴藏深意。”

“哦，是吗？有什么深意？”

“这里的水穷处，你可以理解为高山。试想，如果你沿山路溯溪而上，想找到河流的发源地究竟在哪里。一开始河道宽阔，后来渐渐变成窄窄的小溪，然后就要拨开草木才能看到涓涓细流，爬得越高，水流越小，最后你爬上山巅，再也找不到这些水是从哪个石头缝里渗出来的。”

“嗯，然后呢？”

“你疲惫不堪、气喘吁吁，有些失落，一屁股坐在山顶石头上歇息一下。不经意抬头一看——远处层峦叠嶂，山谷的深处，一股氤氲水汽若隐若现、缓慢升腾，渐渐化作一朵淡淡的白云。”

“哦！”

“你突然意识到，天无绝‘水’之路，那远处的白云和水汽，不正是你苦苦找寻的水吗？在水流消失的地方，另外一种形态的水，却在升腾、生长。”

“原来如此，我懂了，没想到这首诗不但文字优美，还有这样一种让人回味无穷的哲理！”他感叹道。

“嗯，这就是电子时钟里的此消彼长：电容上的电压和电感里的电流彼此相生转换。”我说道。

“明白了”，他低头看了看自己戴的石英表，说道，“可是，石英时钟没有了机械损耗，精度提高到了每天千分之二秒，应该足够精确了呢？”

“你还记得我们以前说的用计时的方法测量经度吗？”

“哈里森的 H4 时钟吗？”

“对，哈里森大大提高了机械钟的精度，所以测量距离变得非常精准。测量的准确度达到小于半度经度。虽然他最终得到了大奖，但实际上经度的测量误差仍有 16 千米！”

“哦，用这样的精度开车导航估计要南辕北辙了。”

“对，这个精度在大海里也许足够了，但是要在陆地上导航还差得远呢。”

⊙ 继续用时间测量空间

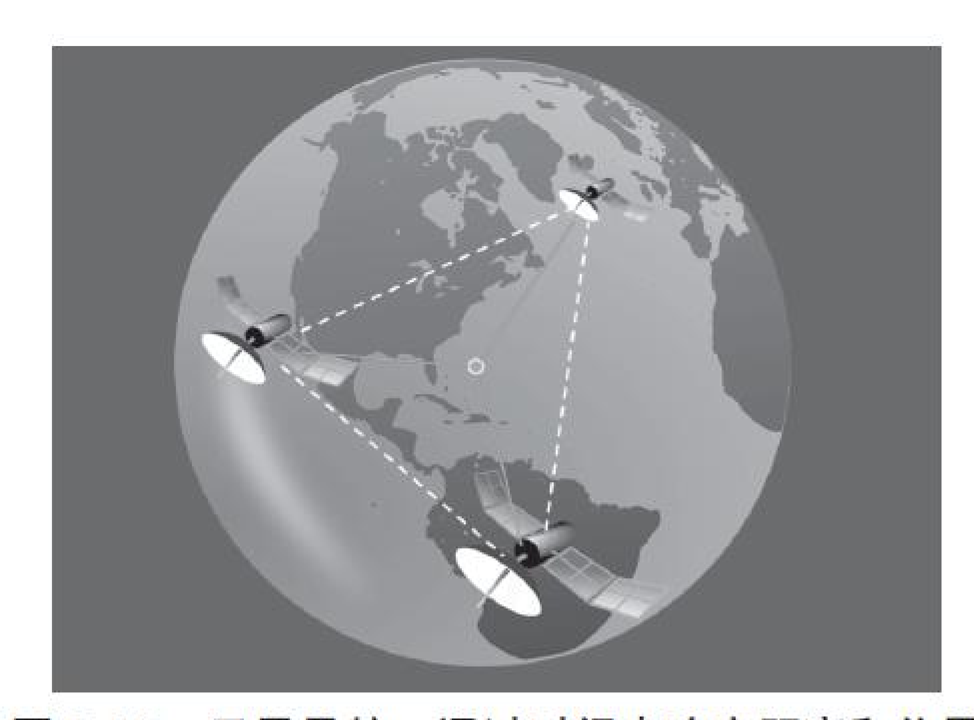


图 6-28　卫星导航：通过时间来确定距离和位置

“那现在的卫星导航是用什么方法来确定经纬度呢？还是用计时法吗？”他问道。

“对，只要不断改进时间的测量精度，距离的精度也会越来越高。现在我们知道，在所有的物理量中，时间是测得最准的一个，我们可以借助时间来测量空间，即用计时来确定距离。理论上说，地球上的任何一个人，只要能算出他和天上的四颗卫星之间的电波信号的延迟时间，乘以光速换算出距离，进而根据一个三角计算法就能唯一确定出他在地球上的位置。”我说道。

“那时间延迟的测量精度要多准才行呢？”

“只要一个卫星上的时间偏差百万分之一秒，就会在 GPS 接收器上产生 1/5 英里的误差。”

“果然，石英钟的精度不够了！那卫星上需要一种非常高精度的时钟才行？”

“对。每颗导航卫星携带一台高精度的原子钟，并且彼此保持同步。这些卫星持续向地球发射信息，报告所处的位置和发射的时刻（TOT）。”

“哦，那如何计算出信号传播所需要的时间呢？”

“经过一小段延迟后地球上的导航装置收到位置和时间信息，根据一种特殊的解码方法，可以推算出信号的到达时刻（TOA）。二者之差就是信号以光速传播到地面所花费的时间。”

“乘以光速就可以计算出接收器到每颗卫星的距离？”

“对。每个导航接收器至少连接 4 颗卫星，得到 4 组数据，根据三角测量法就可以列出四个方程，解这个方程组就可以求得 4 个未知数：接收器所在的三维坐标以及时间偏移量，最后换算出所处的经纬度。”

“嗯，明白了。我听说解密后的卫星导航的精度可以达到 1 米以下，为什么卫星导航可以测量得这么准？”他问道。

“这多亏了卫星上携带的高精度原子钟，原子钟越精准，距离测量也会越准确。”我说道。

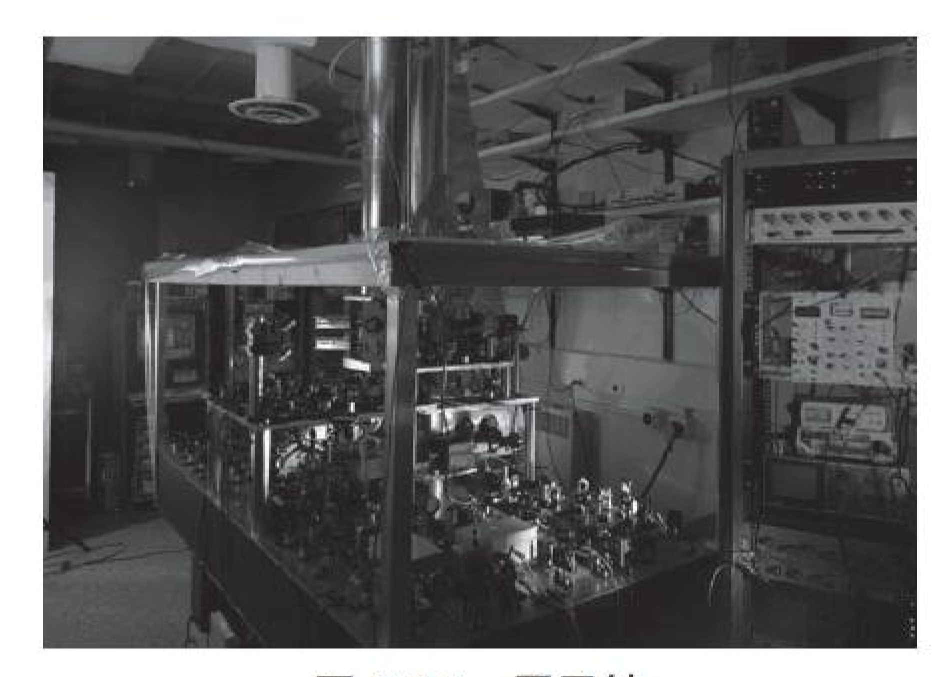


图 6-29　原子钟

“但如果每台卫星上的原子钟走得不一样呢？”

“这是个好问题。就像每次军事行动前都要对表，相邻的卫星之间会相互协作，彼此协同时间，并且它们和地面的原子钟也会保持同步，这样一来就拥有了精确而统一的时间。”

“我还有个问题，原子钟为什么可以走得这么准？”

“虽然它很准，不过最基本的原理和单摆类似。只不过这个所谓的‘原子单摆’的振动周期仅仅由原子本身决定，而与外界任何影响几乎无关，甚至不受自身的影响。”

“这是什么意思呢？”

“在伽利略的单摆里，摆动的周期取决于摆的长度和重力加速度。钟摆的长度受外部温度影响而热胀冷缩，重力加速度在地球上也会有些许差异，所以造成了时钟精度变差。”

⊙ 原子内部的单摆

“嗯，是的，我们曾经说过哈里森想办法抵消了金属的热胀冷缩效应。那原子钟是靠什么才振动起来的呢？”他问道。

“它靠的是一种叫作‘铯-133’的原子。围绕着它的原子核旋转的是55个电子，它们有各自的运行轨道，就像太阳系的行星有各自的轨道一样。最外层轨道的电子受原子核的作用力最弱，最容易受到外部能量影响使得自旋方向发生改变，使得它的能级状态发生改变。”我说道。

“这最外层的电子就像单摆一样，轻轻拨动一下就开始振动了？”

“对，不过拨动‘原子单摆’的不是一根手指，而是一束微波。”

“什么样的微波才能拨动铯原子的电子呢？”

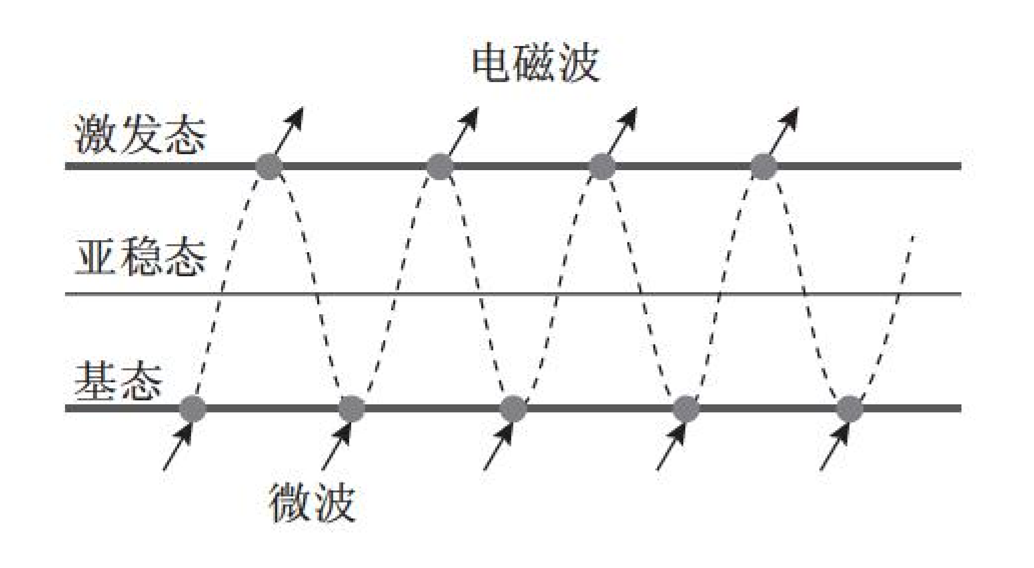


图 6-30　电子在基态和激发态之间来回迁移，形成周期性的振荡

“用一束特定频率的微波照射铯原子，微波的频率和铯原子的谐振频率数值接近。经过微波照射，铯原子最外层的电子吸收微波能量，致使它的自旋方向反转，磁场极性随之反转。但是新的磁场极性不能持久，就像单摆摆到另一头不会固定在那里，而是会掉头回来。最外层电子也是如此，很快它又会恢复到反转前的极性，而之前吸收的能量就变得多余了，就会以电磁波的形式发射出去，进而电子回到了初始状态。而且这个过程会循环不已。”

“所以就会产生周期性的振动？”

“对，因为外部微波束仍在照射铯原子，就像一根手指不停地拨动单摆。最外层电子又会在微波照射下开始反转、发射电磁波、回到初始态。这样，以铯原子的固有频率为基准，原子在两个能级间规律振荡，就像单摆不停摆动。”

“那怎么知道原子摆动的周期是多少呢？”他问道。

“只需要查看一下铯原子隔多久发出一个电磁波就知道了。现在我们知道，这频率是铯原子固有的，9GHz多一点，确切地说是9192631770Hz。”我说道。

“这个频率非常稳定吗？会不会像单摆的频率那样受到摆长、重力加速度的影响？”

“非常稳定，从原理上讲它只与铯原子本身有关。而且和摆钟和石英晶体截然不同的是，铯原子几乎没有个体差异，每个铯原子都是一模一样的。”

“真幸运。那铯原子的固有频率很

高吗？”

“不高也不低，刚好落在了比较容易检测的微波波段内。”

“哦？所以很方便检测？”

“对，它的频率比蓝牙和微波炉的频率高一些（大约 4 倍），但是比汽车倒车雷达频率低（大约是 1/7 倍）。所以科学家们觉得很庆幸，只需运用已知的微波技术就可以把这个频率精确地检测出来。”

“哦，我还有个担心，发射出来的电磁波能量应该很小吧？容易检测到吗？”

“的确，这能量非常微弱，也很难检测。就像人耳无法直接检测出调频广播信号，而需要用收音机先把所要找的电台信号筛选出来，放大后转换为声音。原子钟也是如此，需要把铯原子发出的电磁波信号筛选出来。”

“用什么方法筛出来呢？”

“利用共振。”

“共振？听起来挺熟悉的。拿破仑部队齐步走过桥，结果引起桥梁晃动坍塌的故事，就是因为共振吧？”他问道。

“对。共振就是当一个物体的振动频率非常趋近另一个物体的固有振动频率时，后者的振动幅度会激增 。利用这一原理，科学家可以把铯原子的状态变化放大，变得容易检测。”我说道。

“既然是共振，是用微波的频率去趋近铯原子的固有频率 9192631770 Hz 吗？”

“对。用一束微波照射铯原子。但微波的频率并不固定，而是在铯原子的振动频率左右来回扫描。”

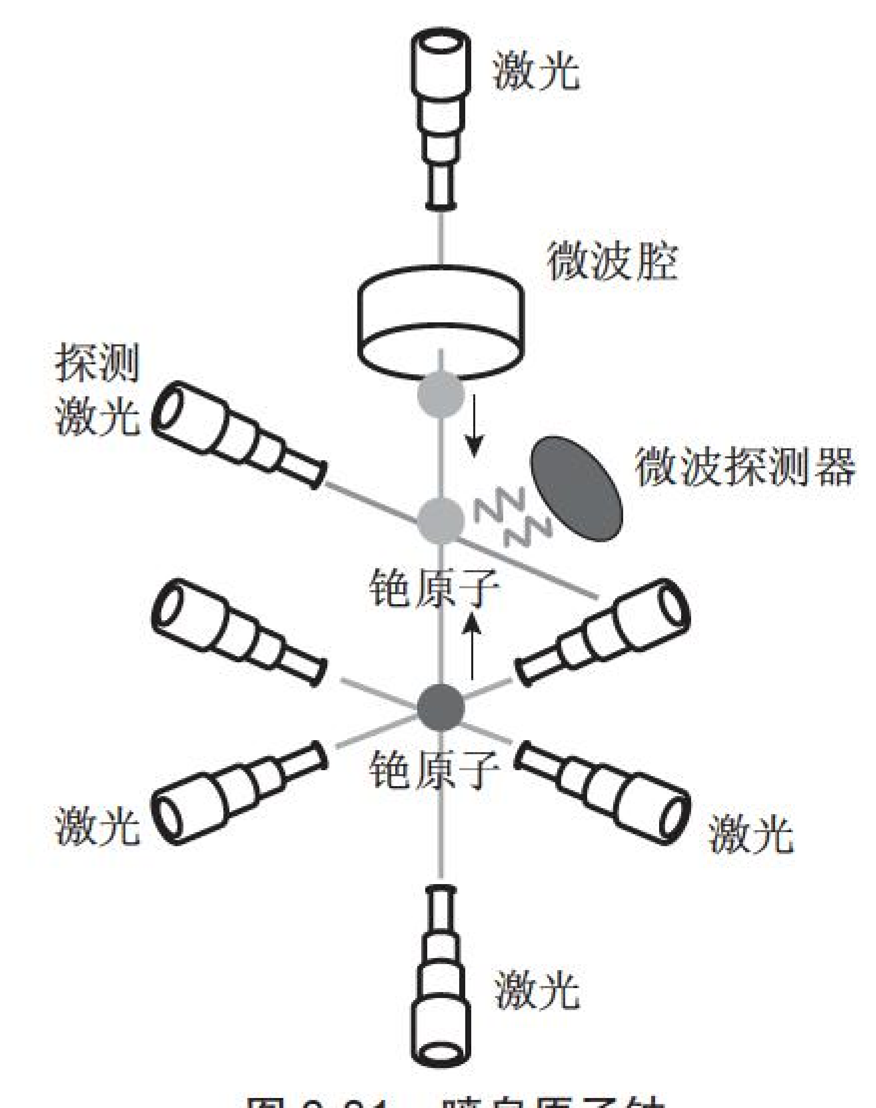


图 6-31　喷泉原子钟

“为什么要来回扫描呢？”

“因为事先我们也可能把微波频率调得刚好是铯原子的频率。但只需让微波的频率范围覆盖铯原子固有频率就可以了。就像射出一枚导弹，只需大致对准即可，飞出去的导弹会时时记录目标位置，并调节自身角度来追踪目标并缩短距离直至命中。”

“哦，那一旦追踪到铯原子的固有频率呢？”

“一旦扫描的微波频率越来越趋近铯原子频率，铯原子最外层的电子状态反转的概率越来越大。换句话说，检测到的状态反转的铯原子数目越来越多。用这个数目控制微波频率的扫描，精确调节频率，一旦微波与铯原子电子发生共振，状态反转的铯原子数目就达到了极大值，此时微波与铯原子的频率就完全一致了。”

“这样微波频率最终锁定了铯原子的固有频率？”

“对。把这个微波频率除以 9192631770，就得到了标准的 1 秒，也就得到了一台精准的原子钟。”

“我还有一问题，这个原子钟虽然只与自身有关，但是不可能不受温度影响吧？”

“嗯，你说得对。只要在绝对零度以上，铯原子会发生不规则振动，影响测量精度。在实际上，人们会用六条激光将铯原子紧紧压在一起，并且向上推。就像喷泉一样，喷涌到高处，然后再让微波束穿过铯原子。因此这种原子钟得到了一个名字：喷泉原子钟。”

⊙ 时间的节拍

“这样会大大提高原子钟的精度？”他问道。

“对。有了精准的原子钟，国际上对时间的基本单位 1 秒钟的定义，不再依据地球自转一周的若干分之一，而是根据铯原子振动一次的时间，乘以 9192631770 倍。”我说道。

“为什么呢？”

“因为地球自转的速度受到月球引力以及自身大地震的影响会逐渐变慢，而无论何时，铯原子的固有振荡频率是不变的。通过铯原子的振动周期来定义 1 秒，更像是一种理论上的定义，它不会受外部因素的影响而改变。这样一来，**时间的节拍，通过宇宙间固有的节律就可以被永久确定下来**。”

“难怪原子钟这么准！”

“除此之外，和机械钟、石英钟相比，原子钟还有一个非常独特的性质，让它非常稳定。”

“什么性质？”

“原子钟的摆动不是像单摆和电压那样是连续、渐进的，而是突变的、离散的，或者叫量子式的。”

“为什么叫量子式的？”

“刚才我们把原子比作太阳系，原子核是太阳，电子是行星，其实这种比喻不太恰当。行星围绕着太阳运转，会渐渐失去能量，轨道会渐渐趋近于太阳，最终做螺旋形运动被吸进太阳。但是原子不一样，它的电子的状态不是连续变化的，而是突变的。例如，最外层的电子只有两个可能的能态，它只能在这两个能级之间跃迁，没有中间状态，就像计算机的 0 和 1 一样，没有中间状态。”

“这有什么好处吗？”

“嗯，如果外部的干扰没有达到让电子跃迁的水平，电子就一直稳定在原理的轨道上运行。这样电子在受到干扰的时候状态出错的概率大大减小。”

“明白了。现在，原子钟的精度达到了极限了吗？”他问道。

“没有。自从 1948 年美国标准局制成第一台原子钟，每隔 10 年，原子钟的精度就会提高 10 倍，过去 50 年，时间精度提高的程度与过去 700 年一样多。最新出现的光原子钟，会把测量的精度进一步提高，现在甚至可以把原子钟做到一个芯片上，大小和一粒大米差不多。”我说道。

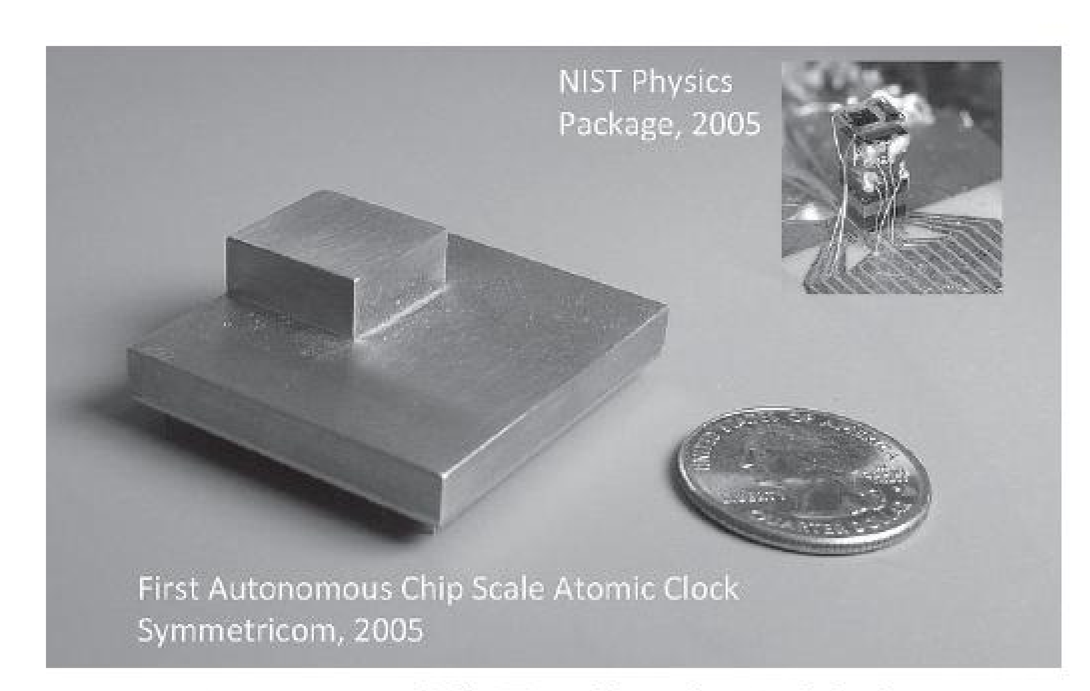


图 6-32　芯片原子钟只有硬币大小

“哇！真是难以想象！对了，时间的测量变得越来越精准，是不是整个世界都会受益？”

“对。例如，如今的 1 米长度也是通过时间来定义的：光在真空传播 1/299792458 秒所走过的距离。有越来越多的物理单位，如电压的单位伏特也用时间来定义。不过，有一种东西却始终无法用原子钟来定义！”

“什么东西？”

“人的感觉。”

“似乎是这样，不过为什么呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

“再见！”


12
6
18
24
PER
PER
per基因
PER
蛋白质
启动子
mRNA
PER
蛋白质
细胞核
细胞质
正反馈
细胞质
生物钟
基因
生物钟
蛋白质
细胞核
负反馈

7.1 艾略特、小王子与蓝藻

一个星期后，我和他又见面了。

“前几次我们聊了很多时钟，有机械钟、电子钟、石英钟……”我说道。

“嗯，还有原子钟，世界上最精准的时钟，十亿年误差只有一秒。”他说道。

“对了，你知道 2017 年的诺贝尔生理学奖颁发给哪一项发现了吗？”

“不会是原子钟吧？”

“猜对了一半！颁给了时钟，不过不是原子钟，而是另外一种时钟！”我说道。

“什么样的时钟？”

“一种身体内的时钟。”

“这会是什么呢？”

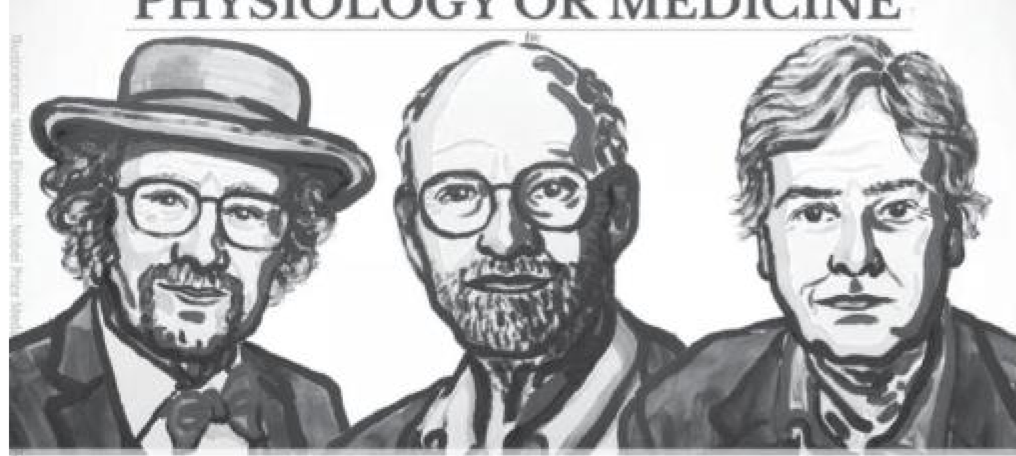


图 7-1　2017 年的诺贝尔生理学奖

“它决定了我们一天当中什么时候犯困、什么时候体温最低、什么时候血压和血糖升到最高。”

“哦，是生物钟吗？”

“正是！如果说机械钟、石英钟和原子钟是身体外的时钟，不以我们的意志和感觉而转移；而生物钟则是身体的守护神，与我们的感觉息息相关。”

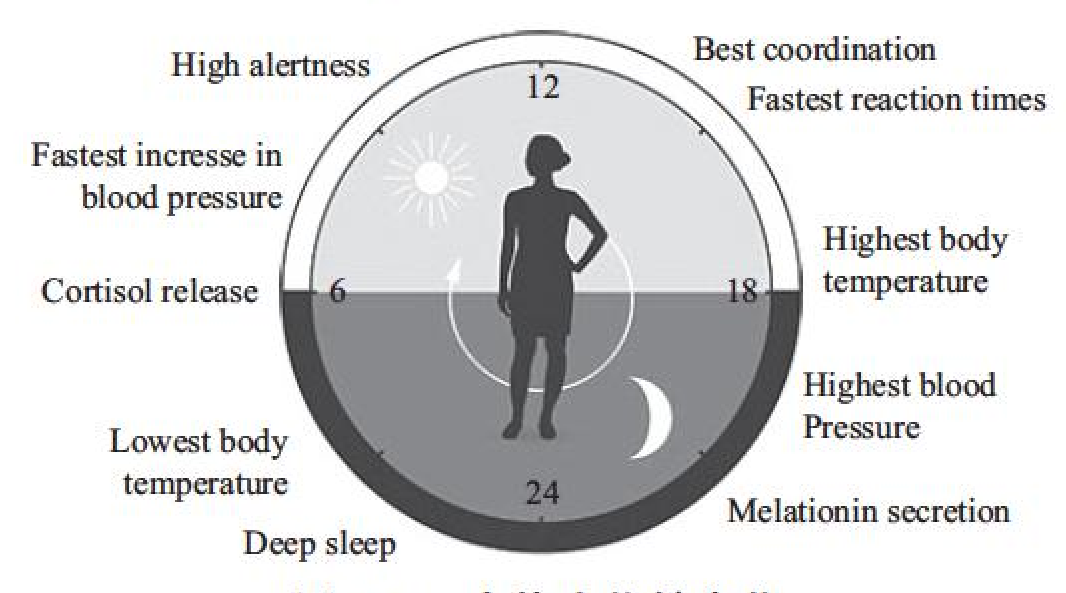


图 7-2　人体生物钟变化

“哦，确实与我们的感觉紧密相关。如果做长途飞行到另外一个时区，人除了困倦疲惫，还要受到时差的煎熬。”

“嗯，是的，那是人体内的生物钟在抗议呢！再比如，现在你和我吃饭聊天，如果你觉得有趣，就觉得时间不知不觉飞走，而如果你觉得无聊，你就觉得度日如年。”

⊙ 生物钟如何影响健康?

“那生物钟就仅仅是令人感觉到时间

吗？它到底为什么这么重要，以至于诺贝尔评审委员会在如此众多的候选项中对它另眼相看呢？”他问道。

“嗯，生物钟的作用可远不止于此！除了与我们的感觉有关，还影响甚至决定每个人的健康！”我说道。

“是吗？”

“嗯，诺奖委员会评判一项发现的一个重要标准就是它能不能给人类带来福祉。”

“那生物钟究竟是怎么影响我们的日常健康的？毕竟我也不需要每个月都倒时差！”

“举个例子吧，你一定很关心你的身材。生物钟会影响你是否会将大量脂肪堆积在腹部。”

“哦，这个我确实很关心。”

“一天当中的不同时刻，我们的身体反应也不同。夜间，体温会降到最低，肾功能和尿液的产生也相应减弱，但是分娩却多发生在此时。心脏病猝死多发生在清晨，上午时分，人的注意力变得越来越集中。”

“嗯。”

“生物钟还会影响你的胆固醇是否超标、血糖过高或过低，是否受到糖尿病的折磨！”

“哦，这影响就更大了。”

“此外，对于那些要经常值夜班的人来说，昼伏夜出的作息时刻表会造成他们生物钟的紊乱，带来痛苦，他们的血压水平、睡眠质量、体温以及激素变化都与普通人很不一样。受其影响的人很多：三班倒的工人、值夜班的保安、长途列车和航班的乘务员。”

⊙ 内部时间与外部时间

“嗯，那这种生物钟究竟与机械钟有什么不同呢？”他问道。

“一位著名的研究生物钟的专家科林·皮登卓伊（Colin Pittendrigh）曾经把时间分成两种：外部环境的日升日落、机械钟的周而复始，是外部时间（Day outside），而生物体内存在着一个生物钟，控制着内部时间（Day inside）。”我说道。

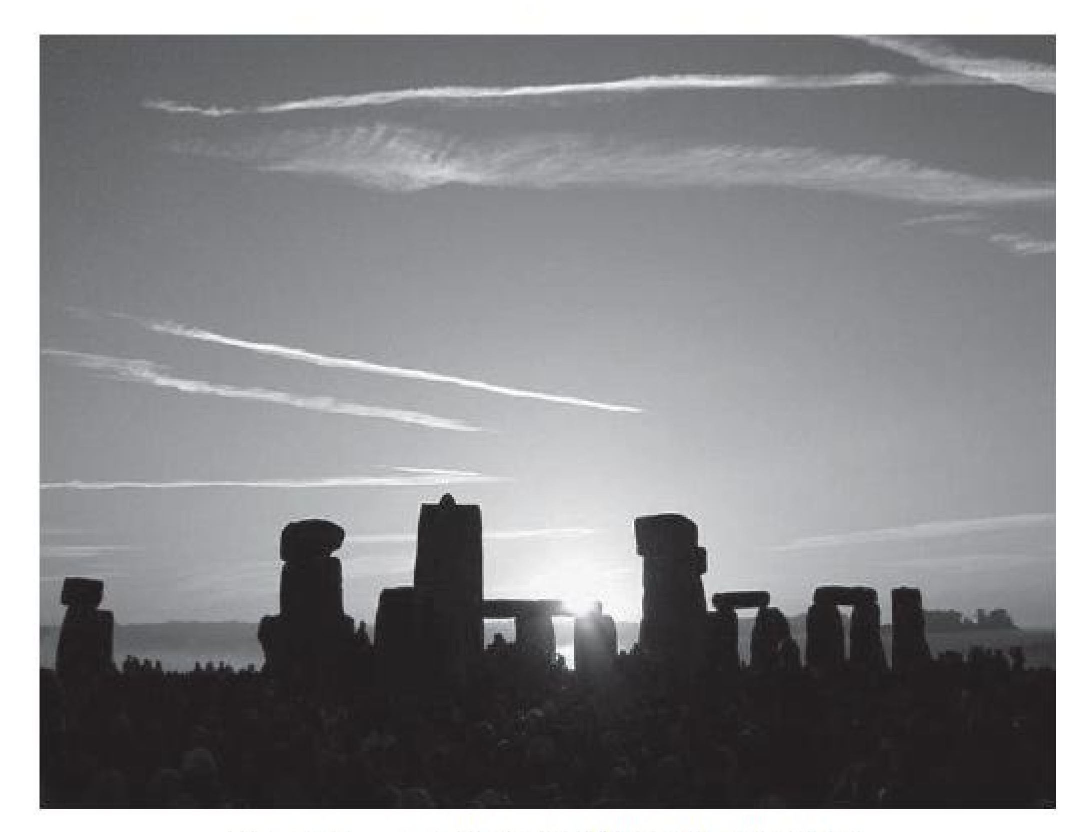


图 7-3　日升日落代表外部时间

“哦，那究竟什么是‘内部时间’呢？”

“我们先看看诺贝尔文学奖获得者、著名诗人艾略特（TS Eliot）曾经写过的诗句，他是这样描写所谓的‘时间之内’的。”

过去和未来，
都在这时间之内，
它从我们身上消逝而去，
不舍昼夜。
但是只有在时间之内，
那在玫瑰园中的瞬间，
那雨声沥沥的凉亭里的瞬间，
当烟雾降落在通风的教堂里的瞬间，

才能忆起；

才能与过去和未来相及。

——艾略特《荒原》

“这是什么意思呢？”

“也许每个人对这首诗的理解不同，我理解的是，我们的身体有一种神奇的力量能感知时间。虽然我们可以借助于钟表，但那只是记录时间，记录一种客观而标准的外部时间，而不是感知时间。能感知到的才是内部时间。博尔赫斯有一首诗故意把内部时间和外部时间放在一起，你可以细细体会一下。”

时间是构成我的材料。

它是载我而下的河流，而我就是河流；

它是吞噬我的虎，而我就是虎；

它是燃烧我的火，而我就是火。

“嗯，有点意思。可是我们究竟是怎么体会到内部时间的呢？”

“我们大脑的记忆有一种神奇的能力，把每一件让我们刻骨铭心、浸情其中的事件轻轻打上时间戳，通过一连串的时间戳我们得以回味过去、重新品味那一去不返的经历。只有通过我们自己、通过每一个独一无二的个体、每一次个性化的经历，我们才能真切体会到时间的流逝，我们才不会是一个孤独的个体，而是能与过去和未来相连接、相感知。”

“这内部时间和外部时间之间，应该存在着某种关联？”他问道。

“对，我们的内部时间，也就是身体的节律，必须顺应外部的昼夜变化的节律。甚至更奇妙的是，这种顺应不需要去有意识地去思考，它是无意识发生的。”

“哦，是吗？”

“嗯，比如你在睡梦中，无须动脑子就可以控制体温在黎明前开始上升，为即将开始的日间活动做好准备。这种内部节律顺应外部节奏的机制，自从人类诞生之日就牢牢固化在我们体内。”

⊙ 生物钟来自哪里？

“明白了！不过，人体内这种神秘的节律到底来源于哪里呢？”他问道。

“当然，这是人类顺应环境、顺应人类的家园——地球的自转所做出的进化选择。如果没有地球自转引起的昼夜变化，人类似乎也没有必要进化出与之相匹配的昼夜节律来。”我说道。

“嗯，有道理。”

“不止人类，地球上所有的生物都必须顺应地球24个小时自转一周的这个事实。你可以设想一下，如果有一颗脱离轨道的小行星，在宇宙中漫无目的地游荡。它既不公转也不自转。”

“那一定是一颗非常奇怪的星球。”



图 7-4　脱离轨道的小行星漫无目的地游荡

“对。在这个星球上，既没有黎明也

没有黄昏。如果这颗星球上侥幸有生命存在的话，他们体内是否有生物钟呢？”

“一定不会有。”

“这颗星球上的智慧生命是否会有‘天’‘月’‘年’的概念呢？”

“一定也没有。”

“我想，他们也不会有天干地支之类的循环时间的概念！也许时间就是一个单一的箭头，永远指向某一颗明亮的恒星。”

“生活在这样的星球实在太单调枯燥了！”他说道。

“那我们再看另外一种极端情况。你还记得圣•埃克苏佩里写的《小王子》吗？小王子在他的星球上很忧郁的时候，唯一的乐趣就是欣赏日落的美景。”

“嗯，我记得。”

“后来小王子来到地球，遇到了飞行员，他心情低落的时候急切地邀请飞行员一起看日落，可飞行员说还要再等一等。小王子很困惑，为什么要等一等才能看日落呢？”

“为什么呢？”

“因为小王子习惯地以为地球和他的星球一样。他的星球特别小，他只要挪一下凳子就可以看到日落。而且，他的星球自转特别快，不一会就可以看一次日落。”



图 7-5　小王子和他的小星球

“他的星球有多少次日落？”

“小王子在 24 小时之内曾看过 43 次日落。”

“哇，这么快！几乎半小时一次。”

“后来小王子又漂流到一个更好玩的星球，上面有一个忠实的点灯人。他奉国王之命黄昏点亮街灯，黎明时熄灭灯火。可他干的却是一种可怕的职业！”

“这工作挺轻松的呀！”他说道。

“一开始还好，点灯人晚上点灯，早上熄灯，剩下的时间，他都在休息睡觉。可是……”我说道。

“工作内容变了？”

“不，一点没变：日落点灯、日出熄灯。变的是行星的自转速度，行星自转得越来越快，到后来，一分钟转一圈。”

“人算不如天算！”

“可怜的点灯人连一秒都没法休息，不停地点灯—熄灯—点灯—熄灯—，点灯人喜欢睡觉，可就是没法睡。”

“真不走运。”

“后来小王子来到了地球，小王子发现地球可真是一颗伟大的星球！”

“为什么呢？”

“小王子发现地球上生活着无数个点灯人。每天太阳不缓不急地升起、落下，而点灯人大军却像巨型体育场上有节奏涌起的人浪，此起彼伏。”



图 7-6　地球上的灯火接力

为了使你们对地球的大小有一个概念，我想要告诉你们：在发明电之前，在六个大洲上，为了点亮路灯，需要维持一支为数四十六万二千五百一十一人的真正大军。

从稍远的地方看过去，它给人以一种壮丽辉煌的印象。这支军队的行动就像歌剧院的芭蕾舞动作一样，那么有条不紊。首先出现的是新西兰和澳大利亚的点灯人。点着了灯，随后他们就去睡觉了。于是就轮到中国和西伯利亚的点灯人走上舞台。随后，他们也藏到幕布后面去了。于是就又轮到俄罗斯和印度的点灯人了。然后就是非洲和欧洲的。接着是南美的，再就是北美的。他们从来也不会搞错他们上场的次序。真了不起。

——《小王子》第十六章

“哦，何其壮观，又何其幸运！”他感叹道。

“嗯，地球这个优雅的舞者，既非茫茫太空中游荡的孤独旅者，也不是飞速旋转的小陀螺，而是与他的舞伴太阳、月亮亦步亦趋、不疾不徐。它从容不迫，又泰然自若。”

⊙ 植物的启示

“就这样，地球为每个生命的作息定下了基调吗？”他问道。

“对，几乎所有的动物、植物都要遵循这样的昼夜节律。你知道吗？在希腊神话中有一位花神克洛里斯（Chloris），而协助这位花神的不是别人，而是时序之神霍莉（Horae）。”我说道。

“花神？掌管百花的开放？”

“对。但是百花的开放在一天当中的时刻并不相同。著名的瑞典植物学家林奈（Carl von Linne）观察到许多花儿的开放时间有一定时间间隔，于是他建议把黄鹌菜、蒲公英、金丝桃、万寿菊等植物栽种在一个圆环上，这样看一眼这个花坛里哪一种花儿在开放，就知道当前时刻了，这就是著名的花钟的来历。”



图 7-7　日内瓦的花钟

“这创意太妙了！”

“当夜幕降临，紫罗兰和夜来香接过来接力棒，纷纷散发香气，渲染着美丽的月色。”

“但是花草可以根据光线减弱而立刻释放香气吧？这样也不需要生物钟的帮忙吧？”

“不，植物的分泌不会有那么快，它们需要一些时间提前做好准备。所以这些植物必须具有一种预计时间的能力，以便先花一些时间做准备。”

“真是奇妙。我还有个问题：所有生物的节律周期都是一昼夜吗？”

“绝大部分生物都有这种周期一昼夜的节律。英文里昼夜节律叫 circadian，circ

是大概、左右的意思，而 dian 的意思是 day，也就是一天。既然是大概一天，那就不是刚好 24 小时。”

“既然这些动植物差不多都有这种昼夜节律，人们应该很早就观察到这种现象了吧？”

“对。公元前 4 世纪，亚历山大大帝对罗望子树产生了兴趣，因为它注意到罗望子树每天的开花凋零都非常准时。”

“那是谁第一个研究这种昼夜节律的呢？”他问道。

“有记载第一个对生物节律进行研究的是 18 世纪法国天文学家让·雅克·德迈朗（Jean Jacques Ortous de Mairan）。1729 年的一天，他无意中发现含羞草的叶子在白天展开，而到了夜里则垂下来。”我说道。

“一个天文学家为什么会对植物感兴趣？”

“嗯，本来德迈朗很熟悉地球的自转规律，但他也很好奇为什么植物的叶子会跟地球自转的时间相对应。”

“嗯，这是个不错的理由。”

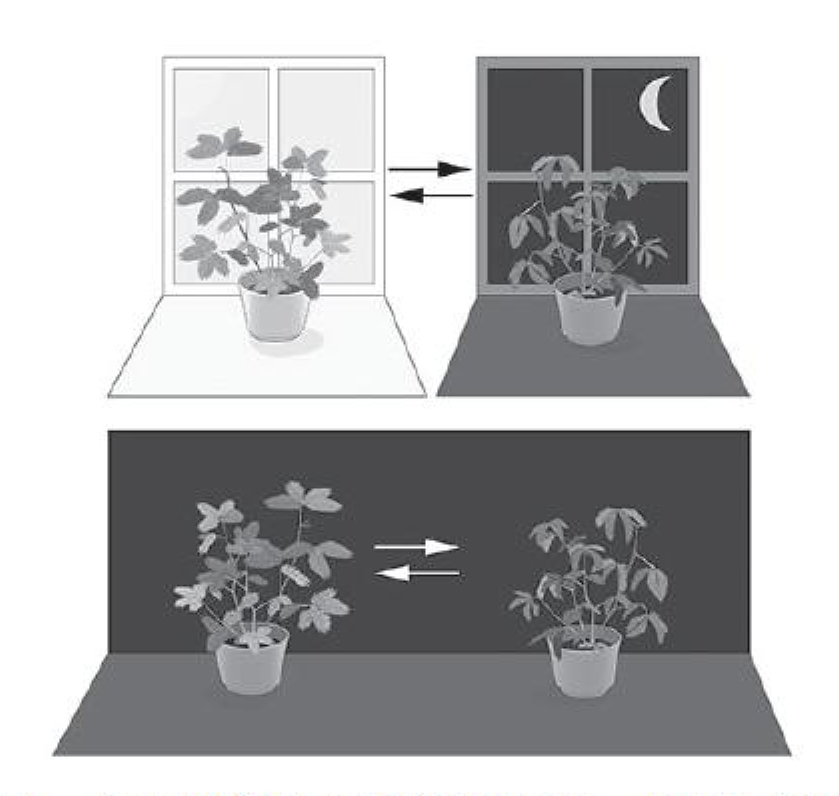


图 7-8　含羞草的叶子在白天展开，而到了夜里则垂下来

“一开始他觉得是不是光线在捣鬼，导致含羞草在白天展开叶子，而在晚上垂下。”

“这很容易，把含羞草关在黑屋子里就知道了。”

“对，德迈朗也是这么做的。他把含羞草放进了家里的碗柜，拉起了窗帘，第二天早上他惊奇地发现，即使在全黑的环境里，含羞草的叶子仍然是展开的。”

“哦，是吗？可是含羞草是怎么知道外面是白天还是黑夜的呢？”

“嗯，德迈朗也很奇怪，但是他也无法完全排除其他可能。他觉得除非是含羞草体内有一种生物钟，让它知晓时间的流逝。”

“嗯。但是这需要排除温度等其他变化移速的影响，才能确定含羞草体内有一种内生的生物钟吧？”

“嗯，不过德迈朗是个天文学家，非常忙碌，他发现了这个现象之后，写了一篇 350 字的短文发表出去，就没有深入去研究了。”

“之后呢？”他问道。

“法国农学家杜亚美（Henri Louis Duhamel du Monceau）继续德迈朗未完成的实验。他想到了温度的影响，于是把含羞草放进了一个恒温而黑暗的盐矿里。”我说道。

“结果怎样？”

“同样地，含羞草的叶子依然每天按时展开和收起。”

“嗯，这就有意思了。”

“虽然德迈朗和杜亚美排除了光线和温度对含羞草的影响，但也并不能完全证

明含羞草体内还有一个独立的生物钟。直到 1832 年，事情有了转机。”

“又有了新的证明？”

“对。瑞士植物学家阿方索·迪康多尔（Alphonse de Candolle）做了更加细致的观测，这一次他发现植物叶子的活动周期不是刚好 24 小时，而且不同植物的活动周期也有差别。”

“哦，明白了。如果植物的节律性是由外部引起的，它们的周期应该完全相同才是。”

“对。也就是说，含羞草内部应该具有一个内在的、无须外部光线等因素就可以自动运行的生物钟。”

“嗯，科学在一步一步逼近真实。”

“这个现象甚至引起了达尔文的兴趣，并且在他所著的《植物活动的力量》一书中对这种现象进行了描述。”

“生物钟真是一种神奇的力量！”

⊙ 生物钟的智慧

“如果说地球是一位母亲，而所有的生物是她的儿女，那么这些儿女不只是跟随母亲的晨昏变化而作息，而是主动地发展出一套和地球自转周期非常接近的生物钟节律。”

“不过，我依然看不出它的必要性，动植物似乎没有必要自己也弄一套生物钟吧？通过感知光线就可以大致知道时间了。”他说道。

“但是一种非常简单的蓝藻却能很好地回答这个问题。”我说道。

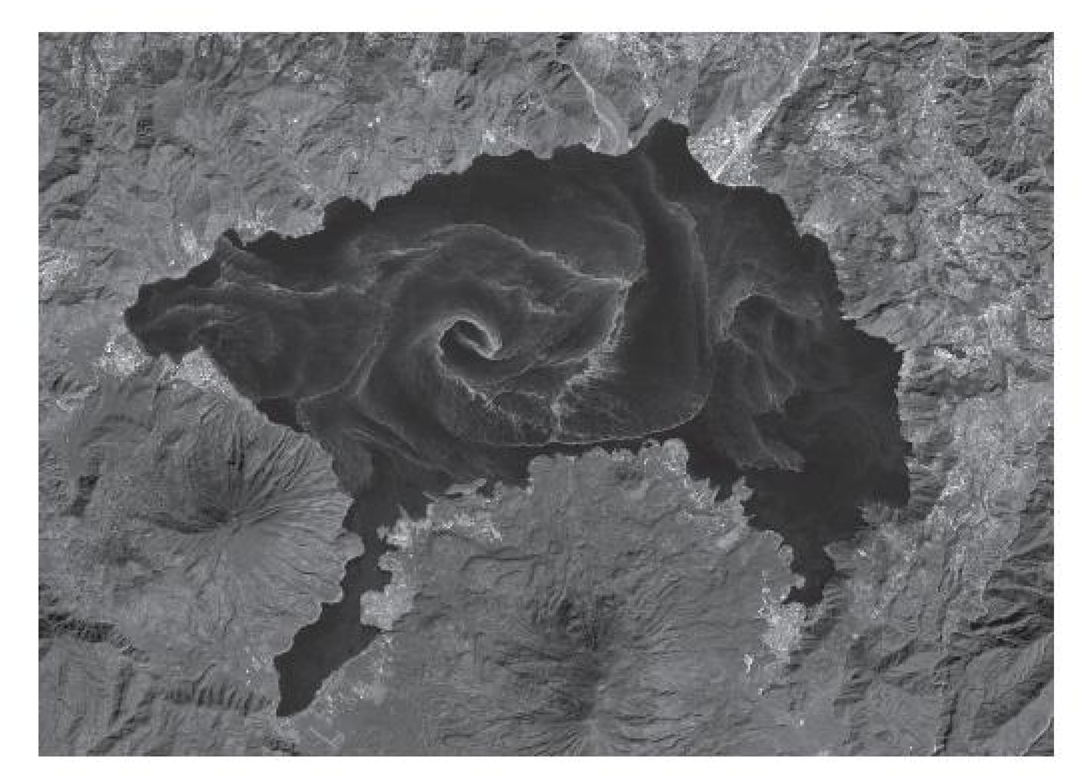


图 7-9 阿蒂特兰湖生长着大片蓝藻

“为什么？难道它里面有生物钟？”

“对。你知道生物最大的目的就是为了生存，它会尽可能高效地利用环境提供的能量：阳光、空气、水等。只有那些最善于利用这些能量的生物才有可能在竞争中生存下来。”

“嗯，是这样的。”

“对于进行光合作用的植物来说，就是尽可能多地利用阳光，尤其是阳光稀少时，更要充分利用每一缕阳光。”

“那如何充分利用呢？”

“如果有一部分蓝藻先走一步，发展出了一套生物钟系统，那么在日出前它就可以感知到黎明即将来临，让光合系统提前做好准备，这样阳光一出现就可以立刻利用能量。”

“这样就比那些没有生物钟系统的蓝藻具有更大的生存优势？”

“对，具有生物钟系统的植物能吸收更多的能量，从而在竞争中具有更大优势，这就是生物钟的威力。除此之外，蓝藻在晚上也没闲着。”

“它在做什么？”

“进行 DNA 的修复。”

“为什么要在晚上做？”

“因为白天的日光里有紫外线，会严重损害 DNA。而有了生物钟，蓝藻在白天就停止 DNA 修复，而到了晚上再进行。”

“哇，这也可以称得上植物的高级智慧了吧！”他感叹道。

“嗯，依靠一个生物钟，蓝藻既可以充分利用日光进行光合作用，同时又避开阳光里的紫外线保护 DNA 修复不受损害。”我说道。

“真聪明！对了，蓝藻的生命结构复杂吗？”

“一点儿也不复杂，甚至有点简陋，因为它仅有一个细胞！”

“蓝藻这么简单的生命居然都有生物钟。我觉得真是不可思议！”

“为什么呢？”

“要知道人类是多么聪明的一个物种，伽利略、惠更斯和多么厉害的能工巧匠哈里斯才发明并完善了机械钟！可是像蓝藻这么简单的生物，居然也能够发展出这么复杂的机制。我感到很难理解！”

“生命的奥秘确实和人类所理解的有很大差别。”我说道。

“而且，这个生物钟竟然也像机械钟那样可以自行走动，并且周期接近 24 小时。它是怎么做到的？生物体内究竟有什么神奇的机制？是单摆吗？还是压电效应？还是铯原子外围电子的状态迁移？一个小小的蓝藻怎么可能懂得这些？！”

“这个，正是诺贝尔奖获得者所努力发掘的！”

“那人们是怎么发现和解开生物钟的秘密的呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

“再见！”

7.2 果蝇、单摆与化学溶液的颜色

一个星期后，我和他又见面了。

⊙ 不是 24 小时

“你还记得吗？上次我们说到瑞士植物学家阿方索·迪康多尔（Alphonse de Candolle）发现植物叶子的活动周期和地球自转周期并不完全相同。”我说道。

“嗯，不是刚好 24 个小时。”他说道。

“对，所以迪康多尔认为植物内的昼夜规律应该是内生的，而不是外部环境影响的。”

“可是，有没有可能他测量得不太准？所以不是刚好 24 个小时。”

“有这种可能，生物实验的对象是动植物，充满了各种不确定，不像物理实验那么精准。到了 20 世纪 30 年代，德国科学家欧文·宾宁对这一现象进行了更加细致的研究。不过这一次他研究的不是含羞草，而是菜豆。”

“菜豆？他有什么发现？”他问道。

“他把菜豆放在恒定的黑暗环境中，精准测量出了菜豆叶子的张开和闭合的周期，发现也不是 24 个小时，而是 24.4 个小时。”我说道。

“嗯。可是我觉得仅仅测量几种植物并不能说明问题，并不能证明所有的生物都有独立的生物钟呀！”

“对，但是宾宁的实验激发了更多的科学家投入到这场大规模测量生物钟周期的潮流中来。人们研究了几百种无脊椎动物和哺乳动物，同样发现了昼夜节律。”



图 7-10　菜豆

“都不是刚好 24 个小时？能举一个例子吗？”

“比如，科学家把蟑螂放入一个滚轮中，这个滚轮有点像立起来的滚筒，只要蟑螂走动，滚轮就跟着转动，在滚轮的轴上接上信号线连到计算机就可以记录下滚轮的转动，也就是蟑螂的活动情况。蟑螂和滚轮处于一个恒定黑暗的环境里。”

“有什么发现？”

“科学家发现蟑螂仍然每隔 24.5 个小时就活动 2 ～ 3 个小时，好像蟑螂知道昼

夜变化一样。这意味着在全黑的环境里，蟑螂的昼夜节律是内生的，而不是受外部环境控制的。除此之外，科学家还发现了更多有意思的现象。”

“这次又是什么动物？”他问道。

“是蜜蜂。瑞士医生奥古斯特·福雷尔在山间度假时，每天早上在阳台上吃早餐。当他准备好果酱时，每天早晨总有蜜蜂准时光临，但在其他时间却从未有蜜蜂到来，好像每只蜜蜂都携带了一块手表，等着到点‘开饭’。”我说道。

“聪明的蜜蜂。不过这能说明蜜蜂有生物钟吗？”

“当然没有那么简单。不过另外一项实验却更有说服力。马克斯·伦纳在法国的实验室里养了些蜜蜂，每天 20:15 给蜜蜂喂食，蜜蜂习惯后到了 20:15 就出来寻找食物。有一天，他携带这蜜蜂乘飞机来到纽约。这些蜜蜂仍旧如约而至出来寻找吃的，不过不是纽约时间 20:15，而是法国当地时间 20:15。”

“哈，蜜蜂上当了。”

⊙ 身体内部的永恒节奏

“除了蜜蜂，人们甚至自己测量体内是否有生物钟。”我说道。

“哦，如何测试呢？”他问道。

“两名芝加哥大学的学者，1938 年在肯塔基州的洞穴里生活了 32 天，并记录下身体的各种生理指标的昼夜变化。”

“在深深的洞穴里生活这么久，会是一种什么样的体会？”

“那里伸手不见五指，侧耳不闻五音。在这样的洞穴里，恐怕只能听到自己的心跳吧，也许会听到地下水流的声音。这让我想起了春秋时期郑庄公和母亲在地下深深的隧道内发生的故事。”

“哦，是怎么回事？”

“事情记录在《左传》里，《古文观止》把它列为第一篇。郑庄公的母亲生他时难产，从那时起母亲就开始嫌弃他。后来郑庄公长大后，母亲宠爱次子，阻碍郑庄公即位，甚至纵容庄公的弟弟起来造反。她和庄公弟弟暗中谋划，准备在弟弟攻打首都时作为内应打开城门。庄公闻之后很生气，将计就计，不仅追杀了弟弟，与母亲也就此反目。郑庄公放下狠话，再也不想见到母亲，除非在地下黄泉。”

“后来呢？”

“很多年过去了，事情渐渐平淡了。郑庄公与母亲断绝来往的日子里，他的思母之情也在悄悄蔓延开来，最后一发难以收拾，他悔当初自己口出狂言，但作为国君又不好改口，他一时不知怎么办。”

“哦，一言既出，驷马难追，何况君王！”

“后来大臣出了一个主意，命人挖了一个深及泉水的洞穴，母子先后进入，在黑暗而幽静的隧道里，母子二人又和好如初。郑庄公在隧道内握着母亲的手说：大隧之中，其乐也融融！出了隧道后母亲也回应说：大隧之外，其乐也泄泄！”

公入而赋：“大隧之中，其乐也融融！”姜出而赋：“大隧之外，其乐也泄泄！”遂为母子如初。

——《左传》

“哦，真是一个感人的故事。在这深深的隧道里，除了心跳和呼吸，能够永久不变的也许只有母爱了。”

“嗯，不过，那些在深深地下里做实验的科学家却认为还有一样东西是恒久不变的。”

“哦，是啊，光记得听故事了，差点忘记那些做实验的科学家了。”

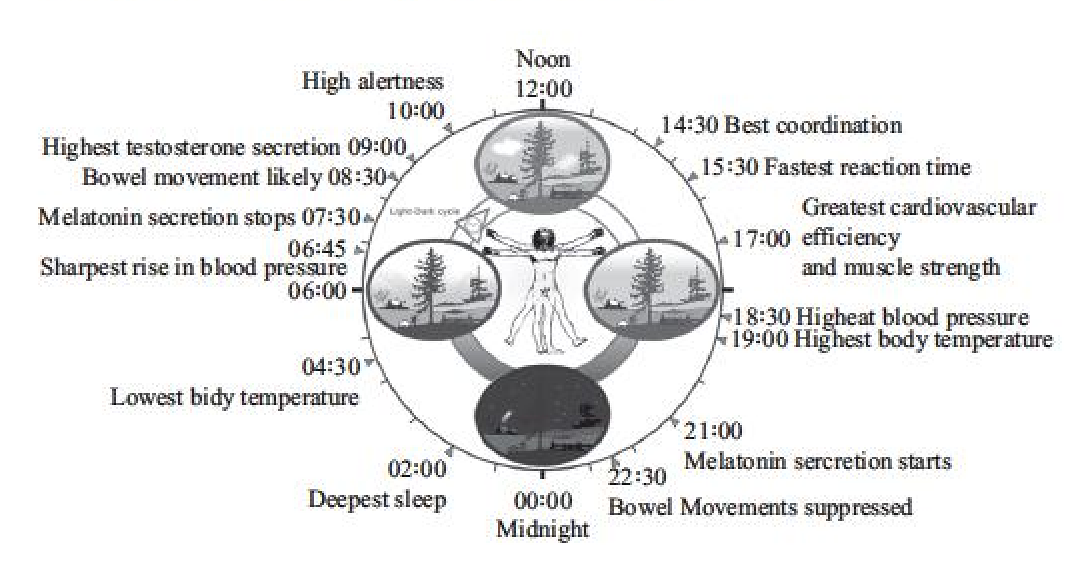


图 7-11　身体的内部时间

“他们认为在这不见阳光的地方，生物的周期仍是恒定不变的。”

“对了，他们记录下了人体的体征信号的波动周期是多少个小时？”他问道。

“比 24 个小时稍多一点。到了 20 世纪 60 年代，一名法国人在阿尔卑斯山的地下洞穴中生活了 2 个月，也得到了类似的结果。”我说道。

“有意思。连真人都出动做实验了，这下所有人都相信生物体内都有生物钟了吧？”

“不，科学界仍有一些‘钉子户’，他们固执地认为生物的节律仍有可能是跟随某些神秘的外部环境因素的变化而变化。”

“比如什么因素呢？”

“比如地球磁场，甚至宇宙射线等，都有可能是生物节律的元凶，至少没法排除其‘作案’可能。”

⊙ 违背了基本法则?

“不是有这么多实验已经证明生物节律不是刚好 24 个小时了吗？而且不同生物的节律周期也不同，为什么还有一些人这么固执地不愿接受呢？”他问道。

“这些人中握着一个撒手锏：生物反应必须遵守 Q10 法则。”我说道。

“哦，什么是 Q10 法则？”

“温度每升高 10 摄氏度，生命体的新陈代谢率提高一倍。生物学里的 Q10 法则是最基本的法则之一，好像是物理学里的能量守恒定律。”

“这法则会影响生物钟的周期？”

“对，按照 Q10 法则，生物体内的所有生物化学反应的速度都会加倍，包括分子层面上所有反应，当然也包括生物钟。体温变化 10 摄氏度，生物钟可能加快一倍或者减半。”

“可是这对人体基本上没有影响吧？因为人的体温波动很小呀！”

“你说得对，但别忘了，还有变温动物！例如，蛇、蜥蜴这些爬行动物，还有蟑螂等昆虫。要是它们的体温上升 10 摄氏度，那么它们体内的生物钟周期就会变为原来的一半，导致生物钟完全紊乱。”

“哦，是啊！我忘记了它们。要是生物钟周期紊乱会怎么样？”

“比如一个夜行动物，有可能会在大白天跑出来，被天敌吃掉。但实际上，

这些动物的生物钟周期并没有出现大的波动。”

“也就是这些变温动物的生物钟居然不受温度变化的影响？”他问道。

“对。这正是以弗兰克·布朗（Frank Brown）为代表的一些科学家不承认生物钟的一个重要原因。”我说道。

“那坚持生物钟存在的科学家呢？他们拿出了什么新的证据吗？”

“挺‘生物钟’的这一派科学家认为，如果能证明生物体内有一种所谓的‘温度补偿’机制，就可以很好地解释为什么生物钟周期不随温度而变化。”

“温度补偿机制？这是什么意思？”

“就是说，温度升高时，生物体会启动一种机制，抵消温度升高带来的生化反应速度加快的影响；反之亦然。”

⊙ 果蝇立功

“那这一派科学家是怎么寻找温度补偿机制的呢？”他问道。

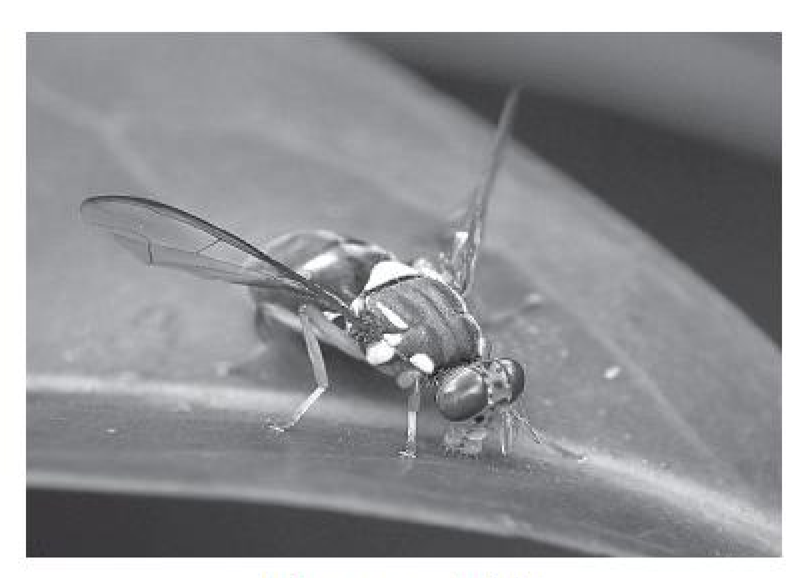


图 7-12　果蝇

“他们选取了果蝇来做实验，因为果蝇的羽化非常有规律，都发生在黎明，这样刚刚羽化的成年果蝇可以有足够的时间晒干翅膀。之前宾宁用果蝇的羽化做过实验，但是结果并不能证明温度补偿机制。”我说道。

“哦，他的实验结果是什么样的？”

“宾宁的实验显示，果蝇在 26 摄氏度时的羽化周期是 27 个小时，而在 16 摄氏度时，羽化周期推迟了 12 个小时，变成了 39 个小时。”

“也就是说，宾宁的实验反而证明了生物钟周期与温度有关？温度补偿不起作用？”

“对。挺生物钟的科学家如果要证明温度补偿效应，必须证明果蝇的羽化周期在高温和低温时都是一样的。”

“嗯，那如何验证呢？”

“1953 年，一位科学家皮登卓伊一马当先地跳了出来，要挑战这个难题，他准备重做宾宁的实验，以验证温度补偿效应。”

“嗯，有点不服来战的意思。”

“他在落基山的野外找到了一所废弃的房子，他把窗户用焦油纸封好，房间漆黑一片。他把几瓶果蝇蛹放在这间黑屋里，室温 26 摄氏度。而在屋外刚好有一条小溪，溪水温度始终是 16 摄氏度。他把另外几瓶果蝇蛹放进漆黑的高压锅里，并且把高压锅固定在小溪里，持续流动的溪水让高压锅内的温度保持在 16 摄氏度。”

“嗯，结果怎样？高温和低温下的羽化周期一致吗？”

“他发现，果蝇羽化的时间非常接近，低温下的羽化周期只晚了一个小时而已。”

“为什么这一次的实验低温下的羽化周期基本不变呢？”他问道。

“皮登卓伊也不清楚，但这个结果令他无比兴奋！”我说道。

“这下可以证明生物钟的温度补偿机制的存在了。”

“嗯，他回到了普林斯顿的实验室后又重复这个实验。可是这一次的结果却没有重复，和宾宁的一样，低温下第一次羽化高峰期整整延长了 12 个小时！”

“这么蹊跷！”

“皮登卓伊的兴奋劲荡然无存。”

“真是大喜大悲！”

“可是他的学生们并没有放弃，继续不停地重复实验。终于他们观察到了与落基山上一样的实验结果：低温下第二次羽化高峰期仅仅比高温下延迟了一点。随后的几次实验，也都显示了同样的结果。”

“这背后到底发生了什么？”

“原来，温度剧烈变化时，比如果蝇蛹突然从 26 摄氏度放到 16 摄氏度的环境中时，正常的羽化节奏会在几个小时内受到强烈干扰，所以第一次羽化高峰被严重推迟。但当果蝇蛹适应了新的温度后，羽化周期又会恢复到原有的节奏。”

“为什么会这样？”

“果蝇的昼夜节奏只是被低温暂时扰乱而已，但一旦稳定下来后，总会回归到与高温时一致的羽化周期上来。”

“这就证明了生物钟存在温度补偿机制？”

“对。弗兰克·布朗对温度补偿是否存在的质疑虽然已被化解，人们却并没有完全回答这温度补偿机制到底是怎么起作用的。”

“哦，为什么呢？”

“因为时至今日，人们对生物钟的温度补偿机制的研究仍然没有完全弄清楚：到底背后是什么机制可以让生物钟在高低温时都如此稳定？”

“哦，是吗？没想到小小的果蝇让科学家如此伤脑筋！”他感叹道。

“嗯，是啊，回想一下 18 世纪，人类终于找到一种方法克服远洋航海中温度变化对时钟经度的影响，那个人是聪明手巧的哈里森，他发明了用两种膨胀系数不同的金属来抵消温度变化的巧妙方法。”

“哦，是啊，但这个发明远远晚于果蝇的具有温度补偿效应的生物钟。”

“嗯，到了 20 世纪，人类终于找到一种方法来补偿电子振荡器里温度变化对振荡周期的影响，采用的方法是找到两种温度系数相反的电压，然后让这两个电压叠加从而抵消温度效应。”

“嗯，这比果蝇的生物钟出现的时间就更晚了。”

“虽如此，人们毕竟还是知道这些人造时钟背后的机理。但是果蝇的生物钟，虽然已经出现了上亿年，但人类至今仍没有搞清楚背后的温度补偿机理。即使发明人造时钟的人是如此聪明，但他们发明的机械钟甚至不如小小果蝇的生物钟复杂！”我说道。

“哦，是啊！”

“所以下一次你见到果蝇时，别小看它，它的小脑袋里隐藏的智慧可能远远多于你所知道的。”

“嗯，听说果蝇为科学进步立下了不

少功劳。”他说道。

⊙ 正向驱动与反向驱动

“对了，讲到这里，我们不妨回顾一下以前聊过的机械钟、电子振荡器，并且和现在聊的生物钟做一个简单比较。”我说道。

“嗯，这个有意思，我很感兴趣！”

“这几种时钟虽然功能、作用不尽相同，但背后的机理却有很多相似之处。最重要的是，它们都在来回做振荡。”

“嗯，我想起来了。单摆在左右摆动，电子振荡器的电压和电流也在上下摆动。”

“对，而生物体体内的各种指标也在随时间周期波动。如果把这些摆动都画出来，就可以得到一个随时间波动的图形。”

“它们看起来很相似，都很像正弦波吧？为什么机械、电子和生物的时钟，都会产生这种振荡呢？”他问道。

“我们以前讲过，之所以产生振荡，是因为有两种驱动力——一种正向的驱动力和一种反向的驱动力。”我说道。

“哦，我想起来了。”

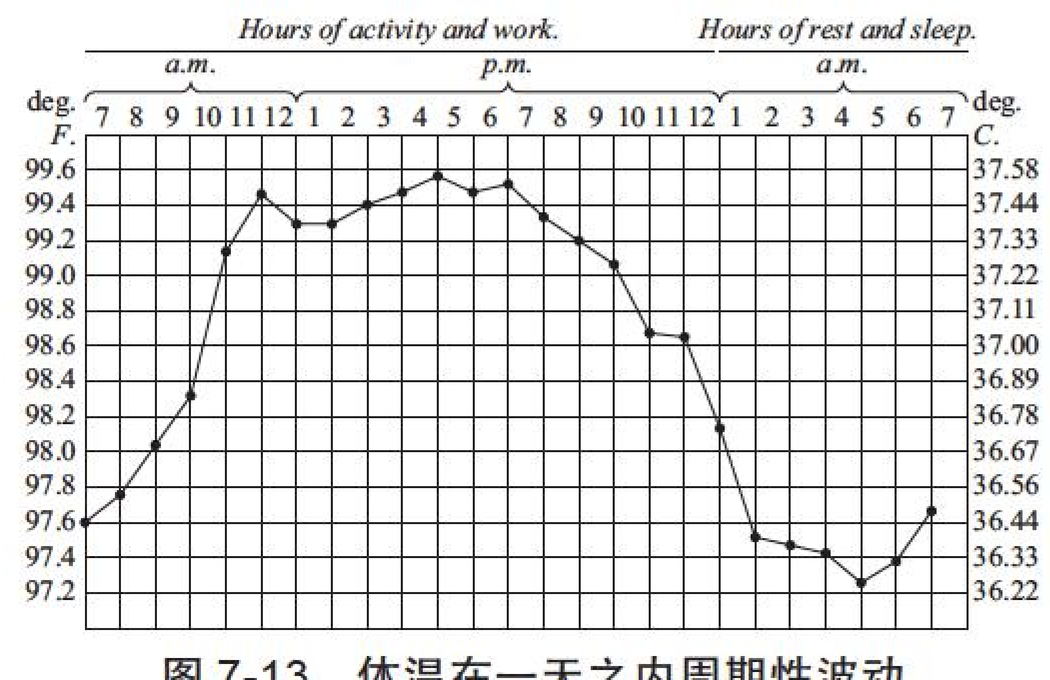


图 7-13　体温在一天之内周期性波动

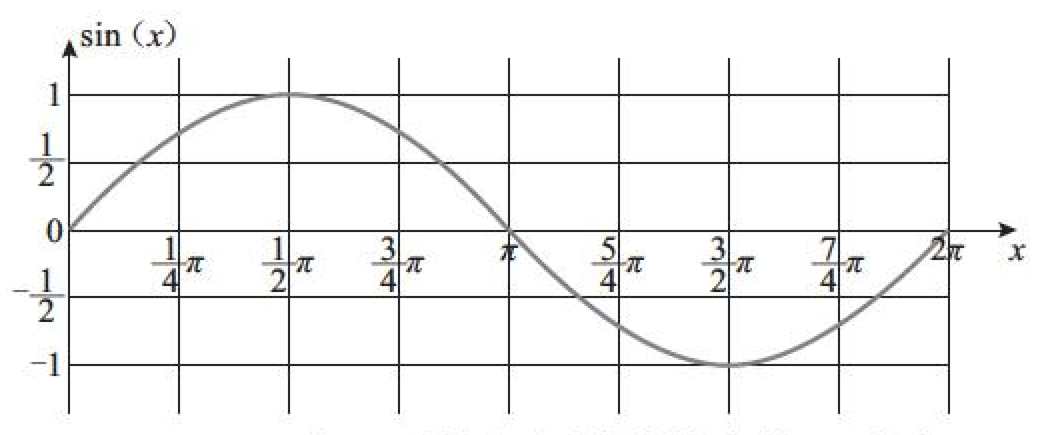


图 7-14　电子时钟和机械波输出的正弦波

“正的驱动力使得状态偏离初始点，而负的驱动力会把状态重新拉回来。正负两种力量的一推一拉的过程中，形成了振荡，达到了动态的平衡。如果只有正驱动力，状态会越偏越远，而有了负的驱动力，就好像有了一个负反馈，就会形成稳定的振荡。”

“这么说，反馈是形成振荡的必要条件？”

“对，反馈为振荡提供了一种形式。这种反馈存在于几乎所有的系统中，包括生命体（生物钟）和非生命体（机械钟、电子钟表）。”

“可是话虽这么说，毕竟机械钟和生物钟相差还是很远呢！一个是有机体组成的或活泼泼的生命，而另一个是没有任何思想和自主性无生命的物体。”

⊙ 从有生命的个体到无生命的物质

“对，你说得有道理，生命体和非生命体之间横亘这一条鸿沟。但是 1950 年代，苏联的一位科学家做的一个实验却为填平这条鸿沟埋下了第一铲土。”

“哦，是什么实验？”他问道。

“贝洛索夫有一次做实验，无意中发现了一种非常有意思的现象。他把两种溶

液混合在一起，发现这种混合后的溶液的颜色不停变换。先从红色变到蓝色，然后又变了回来。就这样一直持续地变换。”我说道。

“哦，这是一种纯化学反应？”

“对，就像机械振荡一样没有任何生命，没有任何意识来指导化学变换形成如此有规律的反应。”

“这个实验一定引起轰动了吧？”

“不，正好相反。贝洛索夫把这一实验结果投稿到学术期刊，但是没有任何一个刊物愿意相信他的结果。他们认为一定是贝洛索夫搞错了，化学反应就像铁和氧气发生作用而生锈，怎么可能再重新让生锈的铁光亮如初呢？”

“哦，是啊，这个现象有悖常理。”

“于是这个结果就一直尘封起来，直到 20 多年后，一位研究生重现了这个现象，并把它发表在一个国际会议上，这引起了国际同行的关注。人们注意到这种现象正好是一种振荡现象。”

“那对立相反的两个因素分别是什么呢？”

“分别是两种溶液的浓度，当第一种溶液的比例渐渐升高，迫使另外一种溶液的浓度降低，但是第一种溶液会产生一种物质抑制自己浓度的继续上升，自己的浓度越高，抑制的力量也越强大，直到抑制的力量让上升的浓度达到极限并开始下降。第二种溶液的浓度开始上升，同样的，也会产生一种物质抑制自身的无限增大。这样循环往复，就产生了两种溶液浓度的周期变化，就让溶液的颜色发生周期变化。”

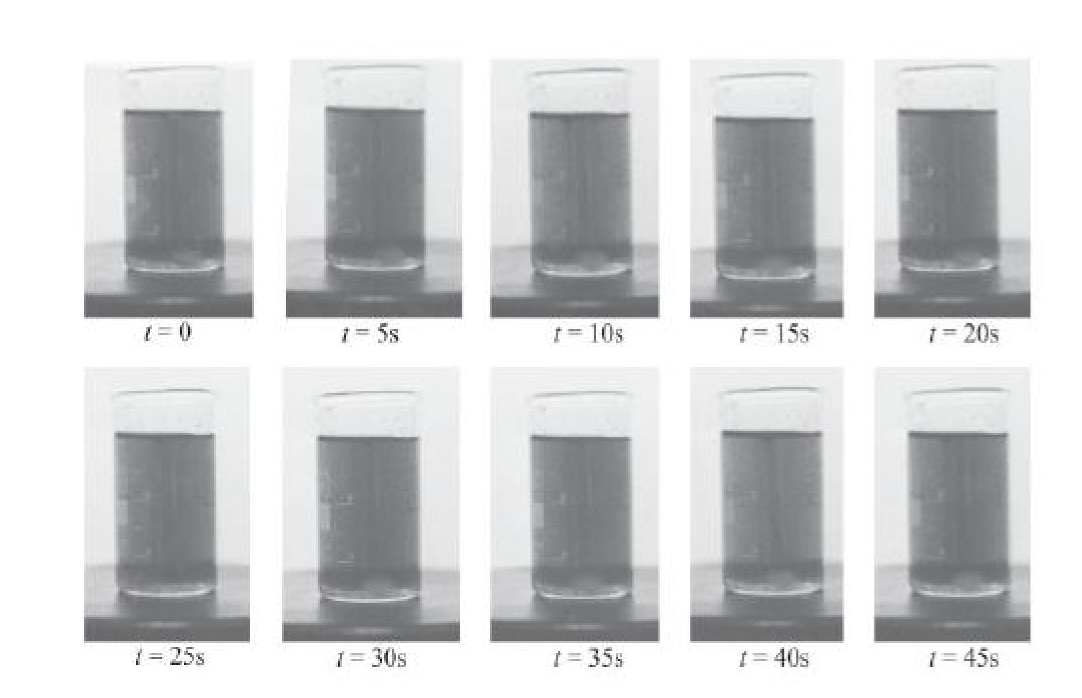


图 7-15　BZ 化学振荡

“哦，这个和电子振荡器何其相似。”

“对，这说明化学反应可以产生振荡。例如，悬浮发酵酵母细胞的能量代谢试验表明：当定态代谢受到随后添加的发酵基质干扰时，其发酵能量的产生过程——称为糖酵解——就会以几分钟为一个周期开始振荡，随后就可以在无细胞的试管环境下对糖酵解过程中不同周期的振荡进行研究，此时它们除了化学反应就在没有其他激发因素了。而生物体内进行的正是这种生化反应。”

“所以在生物体也有可能产生这种周期性的反应？”

“对，科学家发现在合适的浓度和代谢速度下，生物化学反应也会产生节奏的过程。F-6-P 和 FDP 的浓度最终会进入一个节律性变化的过程中，两者周期相同，步伐各异，此多彼少，互为消长。”

“那生化反应的周期取决于什么呢？”

“生物化学进程的放缓所造成的时间延迟对于产生节律性的变化是至关重要的。只要控制生化反应延缓的速度，就可以通过单纯通过化学性质实现 24 个小时的昼夜节律。”

“这种由于生化反应产生的节律也会作用到动植物身上？”

“对，动植物的生物钟机制应该也具备类似的纯生物化学性质。生物化学反应也可以作为时钟。只不过仅仅是用另外一些东西替代了 F-6-P 和 FDP 而已。”

“那到底是什么物质能实现生物体内的昼夜节律呢？”他问道。

“科学家们一直努力寻找生物钟，到了 20 世纪 60 年代，事情终于有了进展，科学家们终于定位到了人体生物钟的位置。”我说道。

“哦，在什么位置呢？是哪个器官呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

“再见！”

7.3 时间旅行者的妻子

一周以后，我和他在餐厅又见面了。

“上次我们说到生物钟，所有的生物应该都存在一个内生的生物钟。”我说道。

“嗯，对。”他说道。

“不过光证明生物钟的存在还不够，还要在动植物体内找到生物钟才能证明它确实存在。”

⊙ 笛卡儿猜对了吗?

“嗯，那科学家在生物体中找到了生物钟的位置了吗？如果找到了，是在什么位置呢？”他问道。

“你猜猜看。”我说道。

“我听说笛卡儿特别迷恋松果体，他曾经认为松果体是人类灵魂寄居的地方，生物钟会不会在那里？”

“嗯，松果体的分泌腺对于调节睡眠非常重要，科学家曾经尝试过，可惜真正的生物钟不在那里。”

“那在哪里呢？会不会就在人的心脏呢？”

“也不在那里。”

“我猜不到了，人体的生物钟究竟在哪里呢？”

“其实刚才你猜得已经非常接近了。不过我们先从一本小说谈起吧。不知你是否读过一本小说叫《时间旅行者的妻子》？”

“没有，不过我听说过一部同名的电影，但还没有时间看。我觉得这小说的名字好奇怪呀！在时间中旅行？回到过去还是跑到未来呢？”

“嗯，让我想一想，应该两者都有。”我神秘地笑了一下。

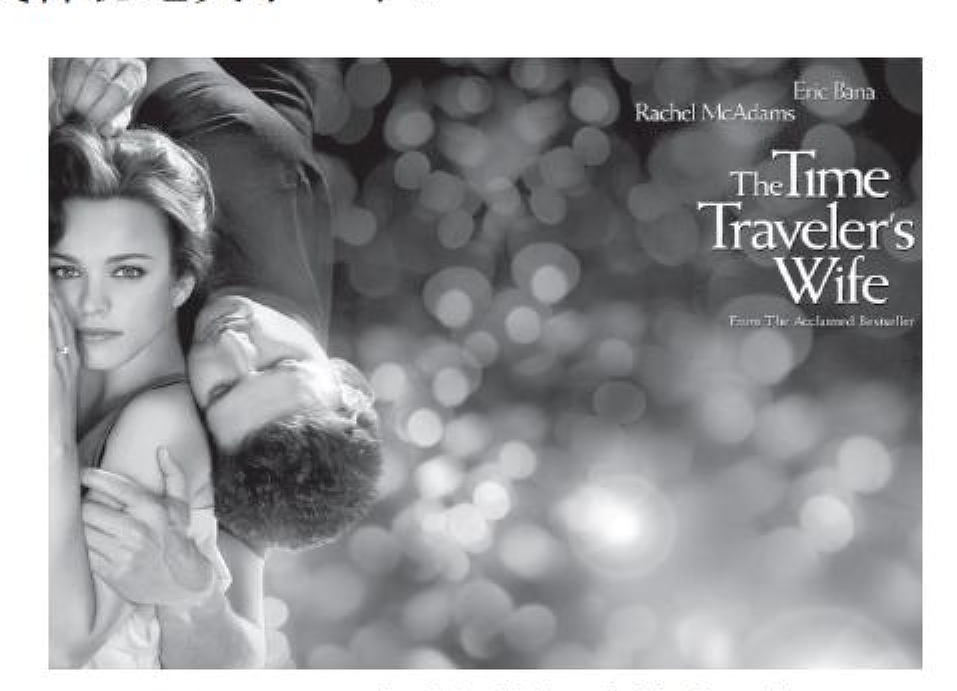


图 7-16 《时间旅行者的妻子》

“哦，那这个人是怎么在时间里旅行的呢？”他好奇地问道，“是驾驶着一台时间机器呢？还是乘坐一艘接近光速的飞船？”

“都不是，它甚至都不是一部科幻小说。”

“哦，是吗？真奇怪。听名字像是一部爱情小说，是吗？”他问道。

“嗯，这次你猜对了。”我说道。

“哈哈，那主人公为什么在时间里旅

行呢？为了追寻远古的秘密吗？还是为了预测人类的未来？”

“都不是，他也不知道为什么。因为每一次他做时间旅行时都很不情愿，因为这要冒着生命危险，但又不得已，他甚至无法决定什么时候去时间里旅行！”

“真奇怪。那他是怎么做时间旅行的呢？就一个人吗？”

“对，有时候是在睡梦中、有时候是在清醒时，他会突然觉得头晕，这时他有一种预感要做时间旅行了，但是他既无法阻止，也不知道要去哪里。突然有一种力量把他甩了出去，他就从现实中消失得无影无踪。”

“哦，那他去了哪个时空了呢？”

“等到他醒过来后，他要么发现是在人家的后花园里，要么是在旷野、甚至在高速公路上，或者地球上任何可能的地方。他不知道他到底去了哪个时间，有可能是几十年前，也有可能是未来。”

“有一次他在三十多岁时做时间旅行时，无意中来到了一座花园里，他遇到了一个十几岁的小女孩，她不是别人，正是他妻子小的时候。他们俩虽然此时相差几十岁，但却一见钟情。”

“果然是一部爱情故事！后来呢？”

“后来的情况，我就不多剧透了。”

“他为什么会无缘无故地做时间旅行？而且自己都无法控制？”他问道。

“嗯，他也不清楚。他去看医生，医生一开始以为他是个疯子，不过亲眼见到后，终于答应去研究。经过数年探索，医生终于发现了他脑袋里的秘密。”我说道。

“什么秘密？”

“医生在他的下丘脑的前部一块区域发现了一些病变，而正是这块区域工作不正常，导致了他痛苦的来源。一旦光线等因素刺激这块区域，就会让他的时空扭曲。”

“哦，这是一块什么区域？”

“医生说这块区域叫**视交叉上核**。当然，这一块区域病变造成时空旅行，是小说里设置的情节。”

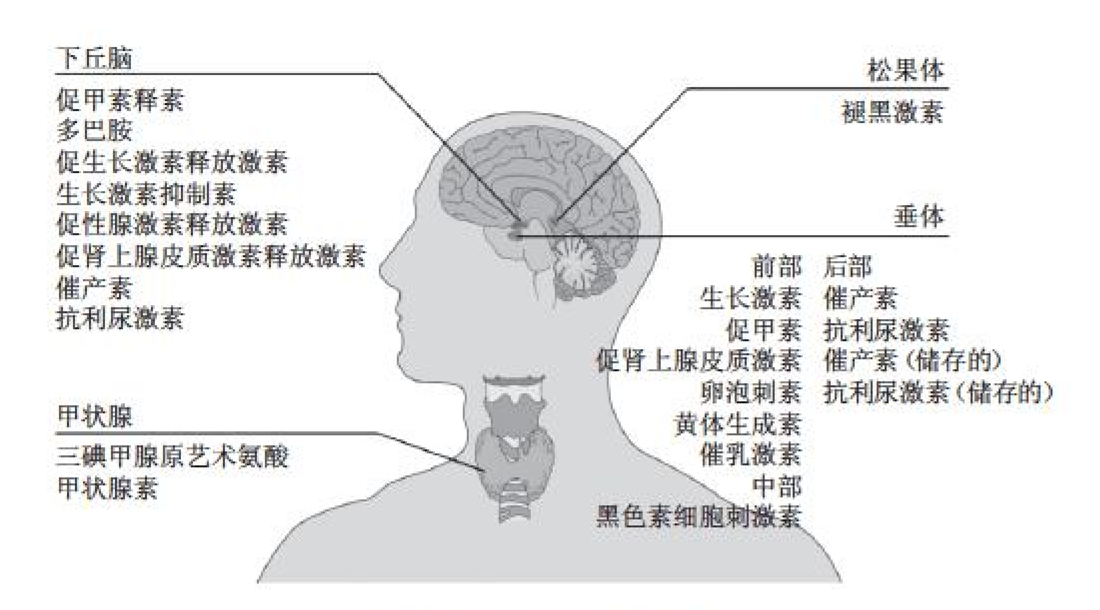


图 7-17　下丘脑

⊙ 一粒米大小的细胞组织

“那现实中，这块视交叉上核区域有什么用？”他问道。

“这其实正是科学家几十年来孜孜以求的生物钟，它位于大脑下部的下丘脑前端。”我说道。

“哦，是吗？是怎么找到的？”

“有一位研究生物节律的科学家叫里克特，他年轻时刚刚接触生物学的时候就喜欢上了实验室的老鼠。后来他喜欢上了生物的节律研究，他想尽各种办法想找出老鼠的生物钟的位置。”

“他是如何寻找的呢？”

“他们做了无数实验，分别干扰和破坏

小鼠的不同器官，看小鼠的昼夜节律是否还存在。终于当小鼠的下丘脑前部被破坏后，小鼠的昼夜节律消失了。这是1967年。”

“哦，下丘脑的前部就是小鼠的生物钟吗？”他问道。

“不，这只是开启了寻找小鼠生物钟的序幕。因为下丘脑前端仍是一块较大的区域，包括了不同功能的区域。”我说道。

“接下来需要进一步缩小包围圈？”

“对，5年之后，加州大学伯克利分校的Fredric Stephan进一步切除了小鼠下丘脑前部的‘视交叉上核（SCN）’之后，发现小鼠的节律消失了。”

“这是一块不可再细分的区域了吗？”

“对，视交叉上核位于下丘脑前端的两侧，一边一个，总共包含了2万个细胞。但如何证明这就是小鼠的生物钟却仍是一个困难的问题。”

“为什么这么说呢？”

“因为生物组织不仅结构非常复杂，而且功能相互交错，很难一下子定位到真正的根源。虽然实验室已经证明了这2万个细胞对于小鼠的昼夜节律必不可少，可是这些视交叉上核就是生物钟本身呢、还是生物钟信号传播中必不可少的一环而已？”

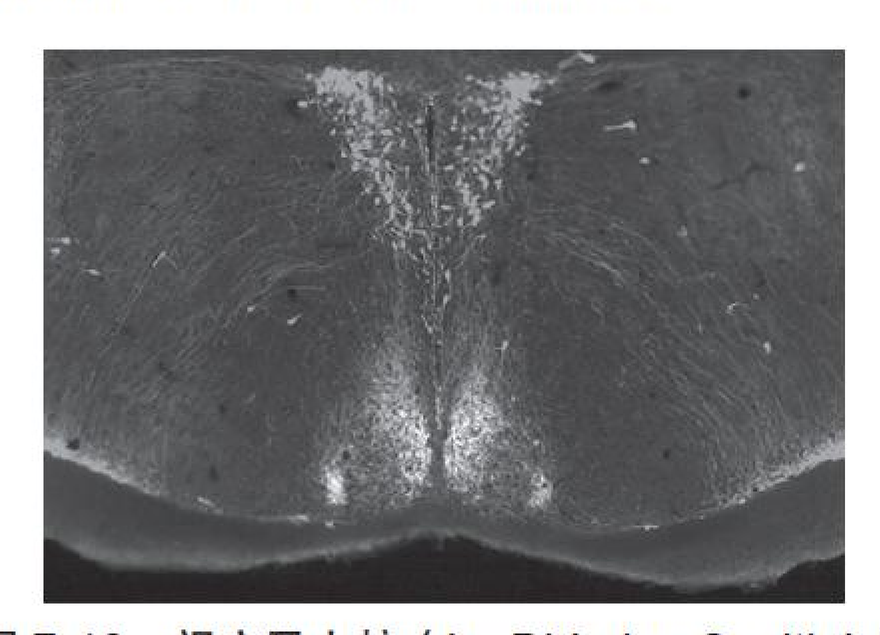


图7-18　视交叉上核（by Dirk-Jan Saaltink）

“哦，这确实是个问题。”

“嗯，1970年代东京生命科学研究所井上进一、川村宏旋转切除了视交叉上核，发现节律消失。他们把切除后的视交叉上核放到培养液里，发现它们可以继续振荡，周期为24小时。”

“这下可以证明视交叉上核就是振荡器了吧？”

“可是仍有人怀疑：是否完全切除了视交叉上核，而且切得不多不少？是否视交叉上核本身不振荡而在切除时激活了生物节律振荡器？”

“我感觉这些质疑有点刁钻？”

“嗯，不过这正是学术研究的特点，人们必须排除所有的疑点，虽然有些怀疑有点有些吹毛求疵。”

⊙ 写在遗传密码里的时钟

“那最后证明了视交叉上核就是生物钟的是什么呢？”他问道。

“基因——一种无法用肉眼看到却又很难作弊的东西。”我说道。

“是怎么证明的？”

“用交叉证明的方法。既然你怀疑是否是视交叉上核切割干净，那么我就把视交叉上核单独起作用。最有效的方法就是用基因突变，让视交叉上核产生的生物钟周期发生变异，这样就能看出视交叉上核的作用了。”

“哦，具体怎么做到的呢？”

“科学家找到一种基因突变的小鼠，它的生物钟周期只有22个小时，通过相互

交配他们又得到了周期只有 20 个小时的小鼠。然后他们小心地把他的视交叉上核移植到正常的小鼠身上，结果正常小鼠的生物钟周期也变成了 20 个小时。”

“那反过来可以证明吗？”

“对，你说得没错，这正是交叉证明的意思。反过来，把正常小鼠的视交叉上核移植到生物钟周期为 20 个小时的小鼠身上，这些基因突变的小鼠的生物钟周期又恢复了 24 个小时。”

“哦，这下人们终于信服了吧？”

“对，科学家终于相信视交叉上核就是哺乳动物的生物钟，它控制着身体内的昼夜节律。”

“这个时钟就像火车站钟楼上的时钟那样控制着所有列车的出发时刻？”他问道。

“对，一开始科学家认为这个视交叉上核就是哺乳动物唯一的生物钟，但是没过多久他们发现事情没有那么简单。”

“科学家又发现了其他生物钟？”

“对，他们发现许多细胞都有自主的 24 个小时节律。例如，有一种纤维原细胞，从未和视交叉上核接触过，但是这些细胞被激活后却能够持续按照 24 个小时的节律振荡一段时间，然后节律才消失。”他问道。

“哦，这意味着什么？”他问道。

“这意味着一个普通的细胞都存在着一个独立本地时钟，而人体内不止有一个生物钟，而是有几十亿个独立的生物钟，尽量去想象这个庞大的数字！”我说道。

“就算是一个把手表密密麻麻捆在身上、借此走私的人也带不了这么多手表。”他笑着说道。“这些数量庞大的本地时钟如何同视交叉上核的时钟协调呢？”

“如果说每一个本地时钟是我们每个人戴的手表，而视交叉上核则是一个标准时间。每天我们可以通过标准时间来校准我们的手表，人体的本地时钟也类似。”

⊙ 拨动时钟的手指

“但是我有一个问题，如果生物钟不是刚好 24 个小时，那么过了一段时间，生物钟和地球昼夜变化之间的差距越来越大，就像走时不准的钟表那样。生物是如何校准的呢？难道生物钟里也有一个类似拨动时针和分针的旋钮吗？如果有，又在哪里呢？”他问道。

“生物钟里确实有这样一个旋钮，而拨动这个旋钮的不是手指，而是光！”我说道。

“光？阳光吗？”

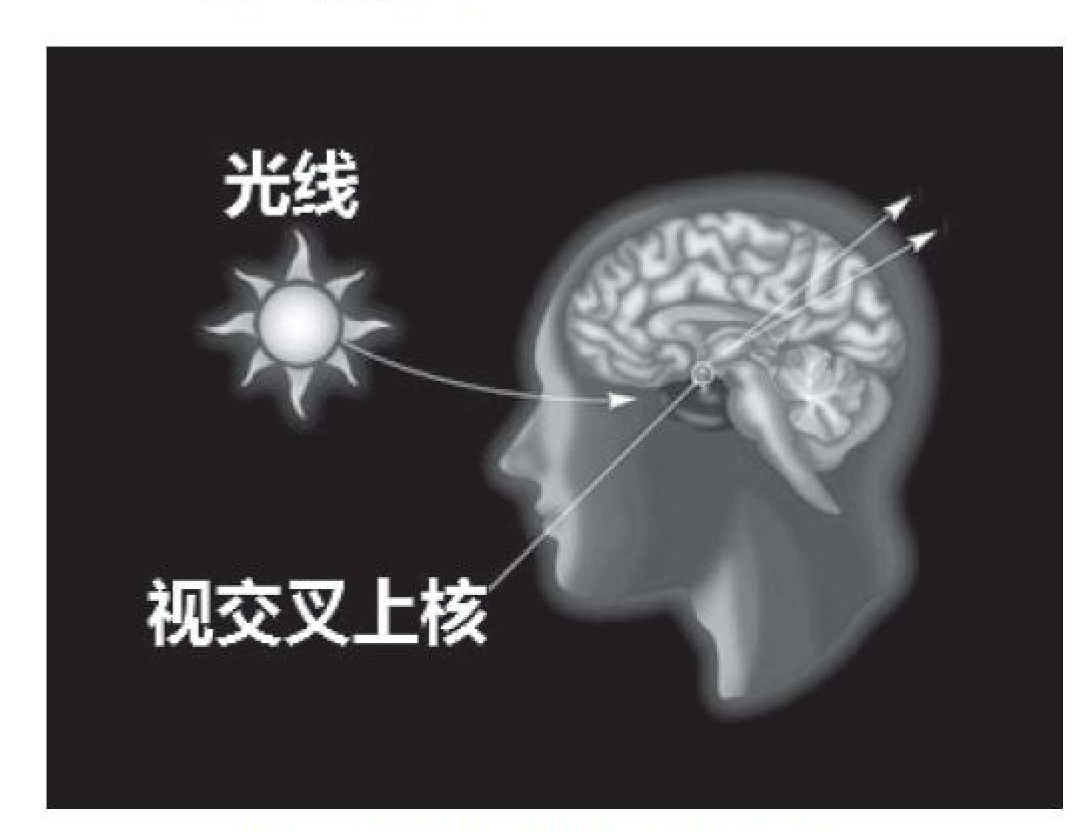


图 7-19　视交叉上核（SCN）

“对，阳光不仅仅提供能量和照明，光线里蕴含了时间的信息。比如晨曦之光

和正午之光强度不同，光波长的分布也不同。光线进入视网膜后，通过下丘脑束传送到视交叉上核，调节它的生物钟周期。如果快了，就拨慢一些；反之亦然。”

“这也是为什么哺乳动物的生物钟位于视交叉上核的原因吗？”

“对，因为这里是光线进入大脑的必经之路。”

“那光线如何让生物钟拨快或者拨慢呢？”

“科学家发现，在一天当中的不同时刻的光照，对生物钟的影响很不同。在白天的日光对生物钟几乎没有影响。而夜晚的光照则会对生物钟有很大的影响。”

“会有什么样的影响呢？”

“在全黑的环境里，前半夜用光脉冲刺激动物的眼球，会推迟生物钟，动物第二天的活动会推迟。反之，如果在后半夜用光脉冲刺激眼球，会使生物钟提前，或者说动物第二天的活动会提早。这说明生物钟虽然是独立自由运转的，但是也很容易受到外部光线的牵引而发生改变。”

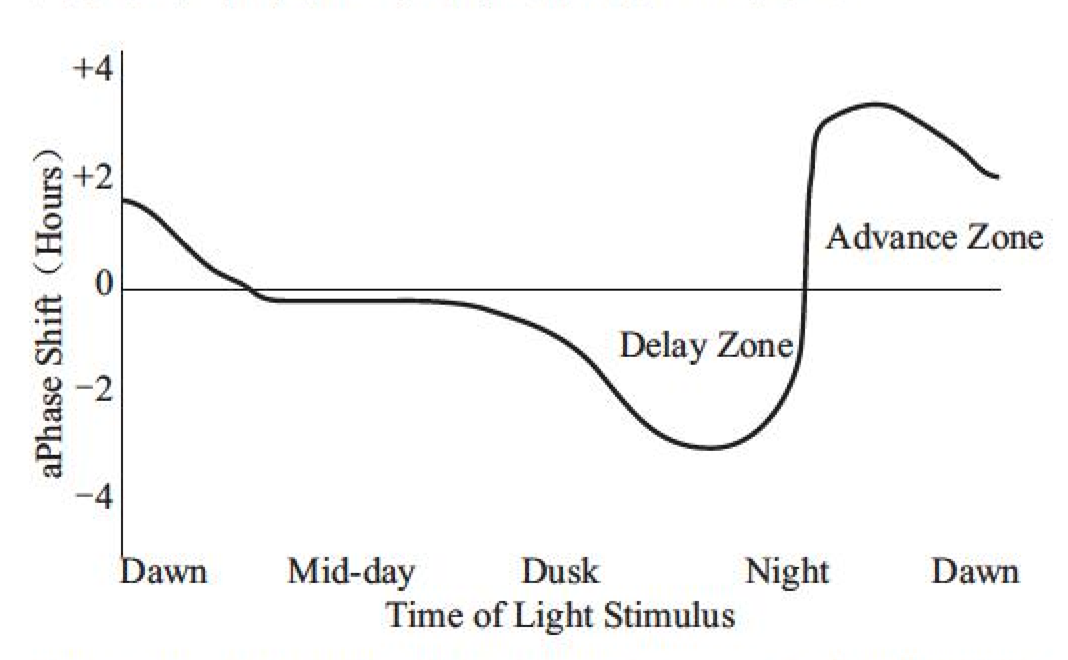


图 7-20 相位相应曲线 PRC 显示：前半夜的光脉冲刺激会推迟生物钟；后半夜的光脉冲刺激会使生物钟提前

⊙ 如果没有“光”

“我还有一个问题，如果一个人丧失了视力，他的生物钟会不会受到光线牵引？”他问道。

“你为什么问这个问题呢？”我说道。

“毕竟全世界有千千万万的盲人，如果盲人不能受到光线牵引，他的生物钟和24个小时之间的差距越积累越多，需要不停地倒时差，这应该是非常痛苦的，也是很严重的社会问题。”

“对，这是一个很重要的问题。但是答案却既不是‘是’，也不是‘否’。而是都有可能。”

“为什么呢？”

“人能够看到光线是由于人眼里有视锥细胞和视杆细胞，可以把光线转换为神经信号。这在许多年前已经是医学界的常识。但研究生物节律的科学家福斯特发现，去除掉绝大部分的视锥细胞和视杆细胞，小鼠仍然可以跟随昼夜变化的节奏。”



图 7-21 人类的视锥细胞和视杆细胞

“哦，这是为什么呢？是不是残余的

视锥细胞和视杆细胞还在起作用呢？”

“福斯特认为有这种可能，但他坚信小鼠眼内一定存在另外一种感光元素。他宣布自己的观点之后，遭到了医学界研究人员的嘲笑：医学学界研究眼睛的结构已经超过 150 年了，从未发现眼睛里有其他的感光元素，你一个外行凭什么出此狂言？”

“哦，那福斯特如何证明自己的观点呢？”

“他设计了一种巧妙的方法，同样是用基因突变的方法。首先他让小鼠基因突变，失去视杆细胞。然后让另外一批小鼠发生基因突变，失去视锥细胞。二者交配产生的一部分小鼠完全失去了所有的视杆细胞和视锥细胞。”

“这样小鼠失去了视力、完全看不见东西？”

“对！但是他们却发现了一个令人振奋的结果：小鼠的昼夜节律并没有随着时间推移而推迟，而是刚好 24 个小时！”

“哦，这说明小鼠仍然能够受到光线牵引？”

“对，即使完全失去了视杆细胞和视锥细胞，小鼠依然能够感受到光线中的时间信息。这说明小鼠眼中存在另外一种感光元素，帮助小鼠跟随昼夜光线变化。”

⊙ 盲人的时差世界

“那人眼中也有类似的结果吗？”他问道。

“嗯，福斯特和眼科医生合作，非常幸运地发现了一位老妇人，她失去视力已经 50 年了，眼睛里没有任何视锥细胞和视杆细胞，但是她仍然能够很好地跟随昼夜节律 24 小时的变化。”我说道。

“这是一种什么感光元素呢？”

“后来人们终于在眼睛里找到了一种光敏视神经节细胞（ipRGCs）。大约每一百个视神经节细胞里有一个可以感知光线，这些感光的神经节细胞相互连接，组成一个网络，从而能够抓取到光信号，并把它们发送到视交叉上核。”

“哇！一个新的发现！这意味着，眼盲并不意味着人眼完全失去对光线的感知？”他兴奋地说道。

“对，而在以往的眼科研究中，盲人的昼夜节律失常通常都被忽视了。这些光敏视神经细胞能帮助动物重新调整生物钟到 24 个小时。”

“这对失去光明的人至关重要吧？”

“对，如果一个盲人不仅失去了视杆细胞和视锥细胞，也失去了这种光敏视神经细胞，那么他的生活将非常糟糕。因为每天他的生物钟都比 24 个小时的地球自转周期慢半个小时左右。”

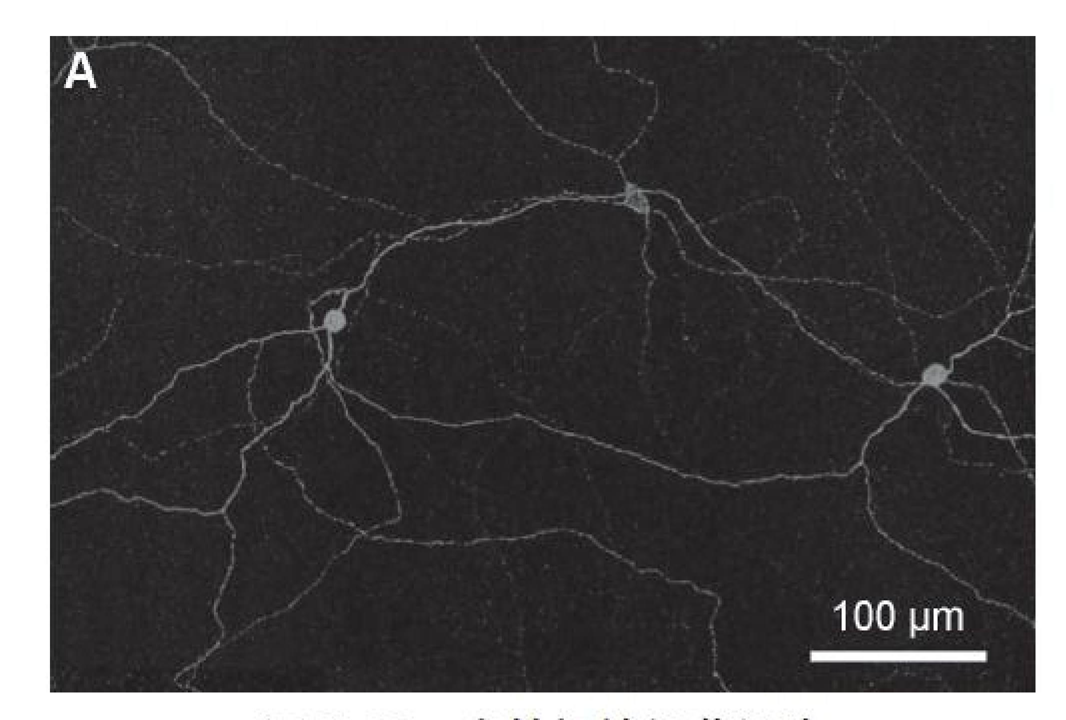


图 7-22　光敏视神经节细胞

“哦，那十几天过后二者的时差即非常明显了，20 多天后几乎昼夜颠倒了。”

“对，需要再过 20 多天昼夜节律才回来。好像一个人不断地乘飞机穿越时区，要不停地倒时差。”

“那如果一个盲人仅仅是视锥细胞和视杆细胞失去了作用了、而光敏视神经细胞正常呢？他就仍能跟随昼夜明暗周期的变化？”

“对，这些盲人是幸运的，他们的人体生物钟最终能锁定到 24 个小时。”

“嗯。但是我还有个问题：盲人通常都戴墨镜，这样会不会阻挡光线进入眼睛从而无法让他跟随光线的昼夜变化？”

“对，这是一个很好的问题。眼科医生通常建议盲人戴墨镜，主要是从美观和防止感染的角度考虑的。但是根据福斯特的研究，这些盲人最好每天有一段时间摘下墨镜，充分接受阳光的照射，使得他们的生物钟能够与昼夜变化的节奏同步。”

“真的没有想到，身为盲人，除了深陷黑暗的世界，还失去了正常的对时间的感知。全世界的盲人应该有上千万吧？”

“嗯，全世界全盲的人有 3900 万，除此之外还有近 3 亿人视力受损。昼夜节律失调的一个重要影响就是睡眠质量大打折扣，睡眠时间缩短。这些会影响健康，使得内分泌失调，反过来又会加强昼夜失调，形成一个恶性循环。”

“看来生物钟的作用真的非常重要。对了，既然找到了视交叉上核，也发现了几乎每一个细胞都有一个独立振荡的生物钟，那这些生物钟是如何工作的呢？像机械钟和石英钟那样也是有一个反馈吗？也有相反对立的两个元素互相制约、此消彼长吗？”他问道。

“这方面的研究是在更小的分子层面进行的，而且持续了几十年的时间，一直到今天仍是一个活跃的研究领域。2017 年的诺贝尔生理学奖就是颁给了这种分子层面的生物钟的研究。”我说道。

“分子层面的生物钟在哪里？分子水平上的生物钟是怎么样的工作机制？不会又是基因吧？”

“你猜对了，正是基因。不过它的源头，却要从两位物理学家开始讲起。”

“哦，是吗？那是如何开始的呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

“再见！”

7.4 从半导体到 DNA 的跨界

一周以后，我和他在餐厅又见面了。

⊙ 用物理解释生命

“上次我们说到生物钟的研究居然和两位物理学家有关？”他问道。

“对。其中一位是大名鼎鼎的薛定谔，就是研究量子力学的那位著名物理学家。”我说道。



图 7-23　薛定谔

“哦，我知道，他提出了著名的薛定谔的猫的比喻。他和生物学研究有什么关系呢？”

“薛定谔虽然是物理学家，但他发现许多生命现象很难用当时的物理定律来解释。”

“哦，能举个例子吗？”

“你知道，地球环境的熵值在正常情况下变得越来越大。比如一个有棱角的岩石随着时间被风化，变成了细小的沙子，从有序变得越来越无序，熵也随之增大。”

“那生命的过程呢？”

“刚好相反，生命的过程是从无序中诞生了有序。你看一个胚胎刚刚形成时，手脚、五脏器官都很混沌，但越发育、各个器官就变得更加精致、功能越完备。”

“哦，所以生命的过程中熵不断减少？”

“对。薛定谔非常想知道为什么生命如此神奇？除此之外，他还有一个疑问：就是生命是以一种什么形式来遗传信息的？柏拉图曾经对晶体特别感兴趣，他提出了世界是由五种规则的多面体组成的。但薛定谔对此有所怀疑。”

“为什么呢？”

“他猜测，如果生命以规则的晶体来把信息传递给下一代，是一种非常不高效的方式，甚至是不可能的。你知道金刚石、食盐和冰糖都是晶体，晶体是由规则形状的原子构成的，原子在晶格中的位置是固定的，一旦知道了其中几个原子的位置，就可以把所有的其他原子的位置推算出来。”

“这意味着什么呢？”

“这意味着这些晶体里存储的信息的冗余度太高了，或者说存储的有效信息太少了。因为其他原子的位置其实都是重复之前原子的模式而已，都不是有效的信息。

薛定谔虽然是个物理学家，但他做了一个非常大胆的预测，这个预测导致了人们对生命的奥秘产生了无比浓厚的兴趣，激励了一大批人投身到生物学研究当中，当然也包括另外一位物理学家。”

“那薛定谔做了什么预测？”他问道。

“他预测生命的遗传物质必定是以一种非周期的晶体的形式存在的。他说遗传物质一定是以某种代码的形式存在，就像人类的语言某种意义上也是代码。这种代码需要解码或者翻译，下一代生物可以读出来。”我说道。

“哦，这不就是后来DNA的基本思想吗？”

“对，薛定谔1944年写了一本书《生命是什么？》。他的思想启发了一大批人，包括DNA的发现者，也包括一位当时做物理研究的人——西蒙·本泽（Seymond Benzer）。”

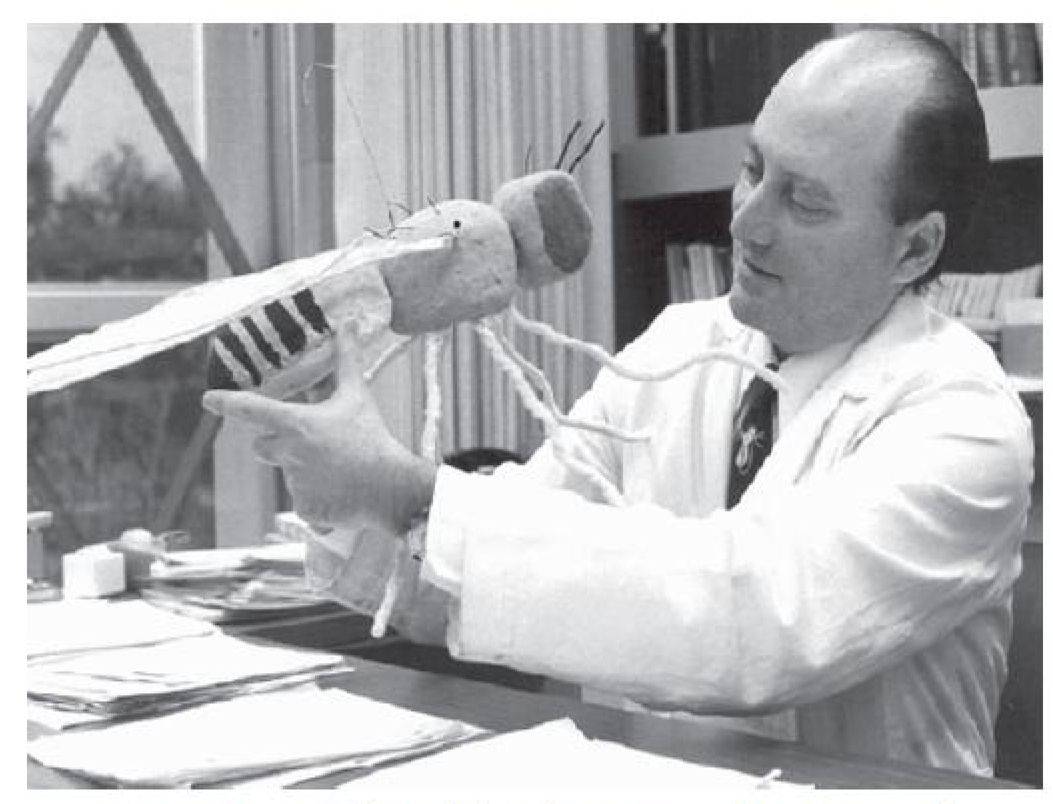


图 7-24　西蒙·本泽（Seymond Benzer）

⊙ 半导体先锋的跳槽

“本泽是谁？”他问道。

“本泽攻读普渡大学的物理学博士，他加入了Karl Lark-Horovitz的实验室研究基于锗半导体材料的雷达。他读了薛定谔的书后，大受震动，于是决定转行生物学。”我说道。

“哦。”

“不过本泽在物理学，尤其是半导体技术方面的贡献也非常有创见，直接导致了后来的研究者发明了今天我们使用的晶体管。”

“哦，是吗？本泽在半导体上有什么发现？”

“当时正是二战期间，可靠工作的舰载和机载雷达的重要性不言而喻。本泽负责寻找一种方法让雷达在高电压下仍能可靠工作。他设计了一种方法，在锗晶体里掺一些锡，这样造出的整流器性能特别好，即使在100V高压下仍能正常工作。”

“整流是什么意思？”

“也就是说电流从一个方向上可以自由流动，而在相反的方向上电流的流动几乎被阻止，这样就可以实现对电流的控制。你知道现代计算机处理器和存储器最基本单元是晶体管，而晶体管的开通和关断分别代表1和0，正是1和0才让程序代码可以运行。”

“所以只要能控制晶体管的开通和关断，就可以制造出后来的处理器芯片？”他问道。

“对，正是本泽发现的这种利用掺杂来形成的整流效应，启发了后来贝尔实验室的肖特莱、巴丁和布莱顿等人发明了今天我们使用的晶体管。”我说道。

“哦，他们受到了什么启发？”

“贝尔实验室的科学家想用另外一种半导体材料硅实现晶体管。实验中他们发现硅在光照下产生了与本泽很相似的整流效应，但一直搞不清楚为什么会这样。实验陷入了僵局，当时正值二战，许多人应征入伍了。肖克莱去了空军，布莱登也准备去海军研究所报到。”

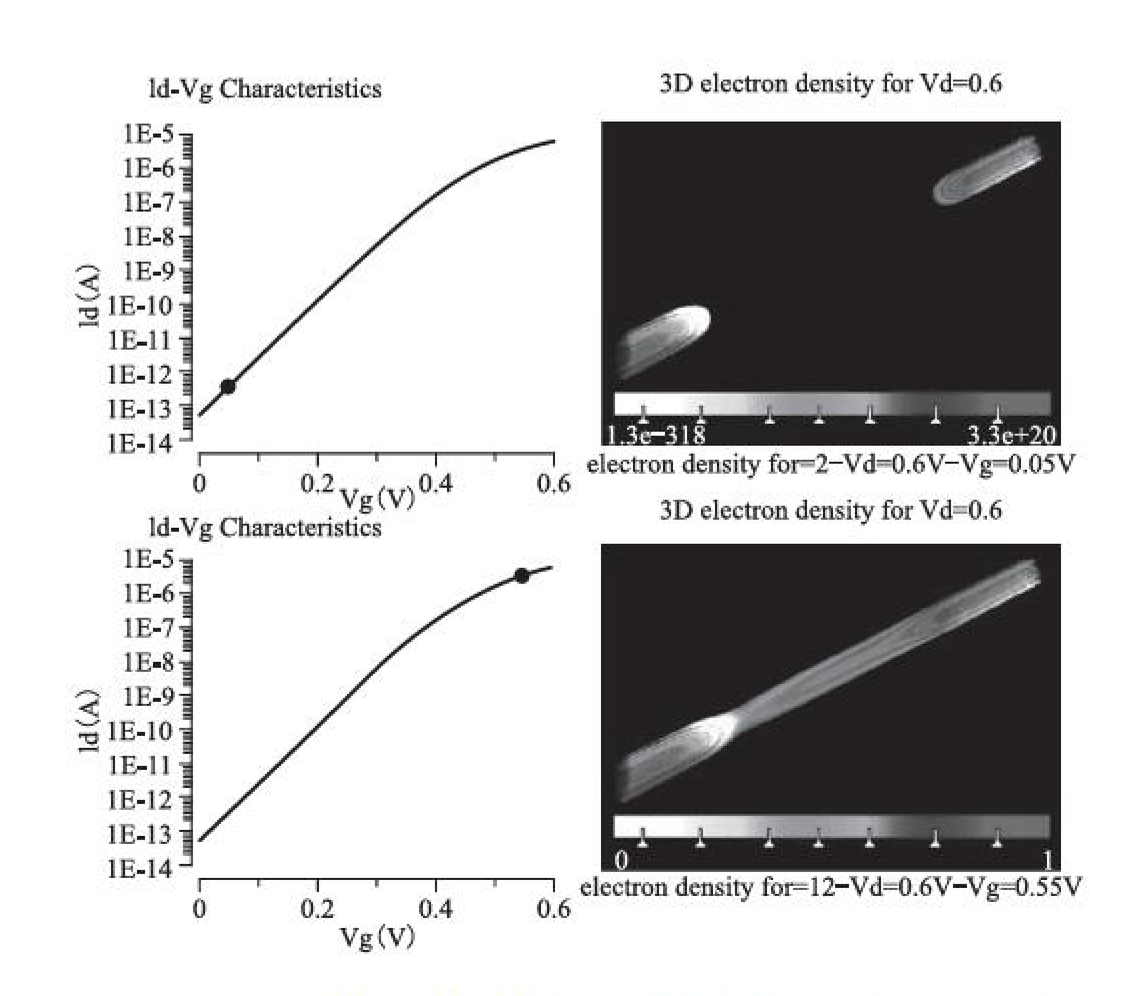


图 7-25　晶体管的导通（下图）与关断（上图）

“晶体管的研究就此停顿了？”

“嗯，听到这一奇怪的消息，布莱顿暂时留了下来，他敏锐地意识到这是不是与硅晶体中的掺杂有关，因为实验室的硅不是太纯。他们由此发现了利用与本泽类似的方法掺杂来实现晶体管的整流特性，从而可以控制晶体管的开通和关断。而这就是我们今天整个芯片工业、计算机行业所赖以维持的基础：晶体管的导通和关断的控制。”

“哦，本泽的贡献不可估量。”

“对。后来肖特莱等三人因此获得了诺贝尔物理学奖，本泽被邀请到贝尔实验室参加庆祝宴会。席间，贝尔实验室的研究人员抓住本泽的胳膊激动地对他说：你本来也可以发明晶体管，得诺贝尔奖的！但此时，本泽的兴趣却早已转向了另外一个激动人心的领域——生物学。”

“哦，从物理界跨界到了生物界？这一步跨得可够大的。”

“本泽毕业后，他的导师为他在普渡大学提供了一个助理教授的职位。本泽想转到生物学，他的导师不但同意了，还积极想办法帮他转型。他的导师帮他申请休假去别的地方做生物学博士后。本来只请了一年的假，但是后来却延长到了两年、三年，最后学校都准备开除本泽了。”他问道。

“究竟什么迷住了本泽？”他问道。

“一开始是噬菌体，后来他转到用果蝇行为研究遗传学。正是从果蝇身上，他们发现了控制果蝇生物钟的基因。”我说道。

“本泽怎么想起来研究果蝇的基因了？”

“当时克里克和沃森已经发现了 DNA 的双螺旋结构，这可以说是 20 世纪最重大的科学发现之一。生物学家们感到这一百年不遇的大好机会，开始探索基因的工作机制和原理。人们很早就知道果蝇和其他动物一样具有生物节律，但本泽想弄清楚到底是哪个基因决定了果蝇的生物钟周期。”

“这样做有什么意义吗？”

“本泽认为，这将把生物钟的研究推向分子层面，而不仅仅是某一个器官层面。

但这个想法一经提出，就受到了很多人的无情嘲笑。”

⊙ 万里挑一的生物钟基因

“为什么呢？”他问道。

“因为果蝇体内的基因数以万计，而果蝇的生物钟规律可能不受单个基因的控制，有可能是很多基因同时控制。这些基因的机制错综复杂，你中有我，我中有你，搞清楚一个基因对于了解整体似乎只是冰山一角而已，在这些人看来本泽的想法就好像拆下一块手表的一个齿轮就想了解整个手表的工作原理，真是异想天开！更何况即使确定一个影响生物钟的基因在当时也是困难重重。”我说道。

“哦，说得不无道理。那本泽为什么这么执着呢？”

“在研究果蝇的生物钟之前，本泽就曾经研究过基因结构，他发现基因可以逐段阅读，而每一段 DNA 片段上携带了丰富的信息。本泽认为，这些信息不仅仅决定了生物的遗传特性，甚至还决定了生物的行为特性，其中包括生物什么时候做什么。”

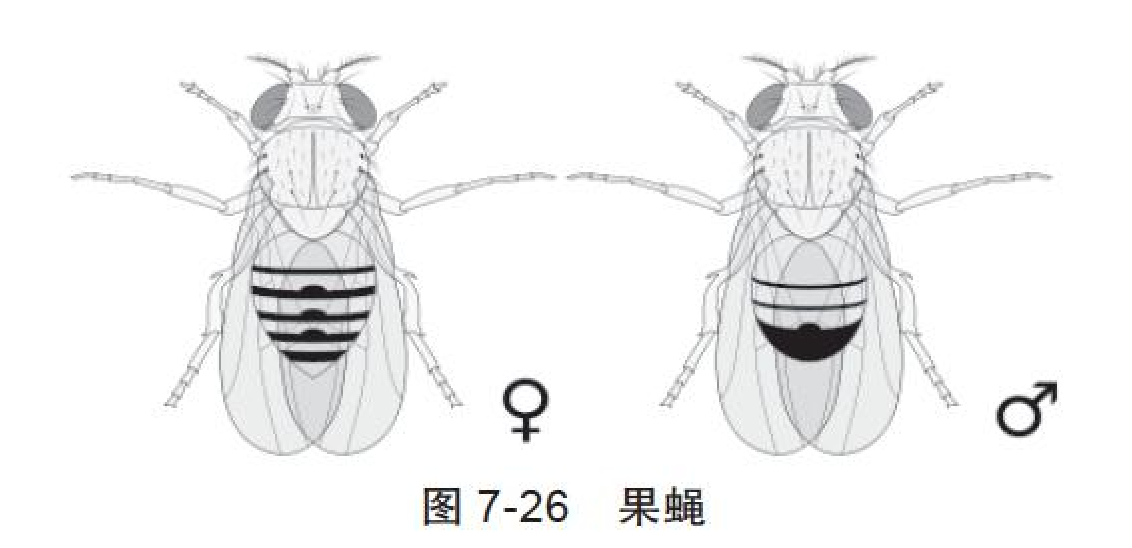


图 7-26　果蝇

“有这么神奇！不过要是没有实验结果，谁也不会相信的。”

“嗯，是的。本泽是个典型的夜猫子，他招了一名研究生（Ronald Konopka）科诺普卡也是夜猫子。他们准备找到果蝇里决定生物钟周期的基因，他们于是就开始工作了，幸好他们是无知者无畏！”

“为什么这么说呢？”他问道。

“因为如果他们知道果蝇总共有 2 万多个基因，也许他们根本就不会动手了。”我说道。

“嗯，万里挑一，这工作量太大了。”

“不过科诺卡普找了一个取巧的方法，大大减轻了工作量。他不去记录果蝇每个小时在做什么，而只关注一件事情：果蝇的羽化时间。”

“哦，就是我们以前说过的果蝇总是在黎明羽化？”

“对，这是一个固定的时刻，而且对于果蝇来说一生只有一次。科诺卡普想研究哪个基因对生物钟有影响，就让果蝇接触化学物品，引起某些基因突变。然后看是否有果蝇不在黎明羽化。”

“如果没有在黎明和上午羽化呢？”

“那就一定发生了生物钟基因突变。而且这方法很简单，只要中午和晚上去实验室看看留下的蛹就知道了。”

“嗯，这方法适合懒人和本泽这样的夜猫子。”

“他们很幸运，没多久就找到了三种基因变异的果蝇：一种节律完全失调；第二种羽化提前，节律变为 19 个小时；第三种羽化推迟，节律变成了 28 个小时。他们把这些突变种相互交配，发现影响果蝇生物钟的突变来源于单一的基因。他们把它

命名为 per（period 的缩写）基因。”

“哇，运气真好，一下子找到三种变异。”

“这是 1971 年，他们迈出了寻找生物钟基因的第一步。确定了基因的位置，就需要想办法复制出来，以及找到基因对应的蛋白质。”

⊙ 基因与蛋白质的华尔兹

“为什么要找到基因对应的蛋白质？”他问道。

“这正是生物钟的机制的关键之处。基因和蛋白质相互作用，产生了固定的节律。不过在弄清楚这之前，我们先简单回顾一下基因是怎么传递信息并生成蛋白质的。”我说道。

“好。”

“你知道，基因库就像是一座图书馆，基因片段就是图书馆里的图书，书里的字符就是 DNA 的字母，或者说 4 种碱基：C、T、A、G。虽说只有 4 种碱基，但是它们排列组合之后，形成的组合可能数目却是一个天文数字。”

“是吗？有多大？”

“比如莫尔斯码一点和一线有 4 种组合方式。易经里的八卦，每一个由三条线组成，有 8 种组合方式。如果两个卦合在一起就是六条线，就有了 64 种可能。如果 4 种碱基组成一个长度仅仅 20 的 DNA 链，所有的可能性超过了一万亿（4 的 20 次方）。”

“哇。”

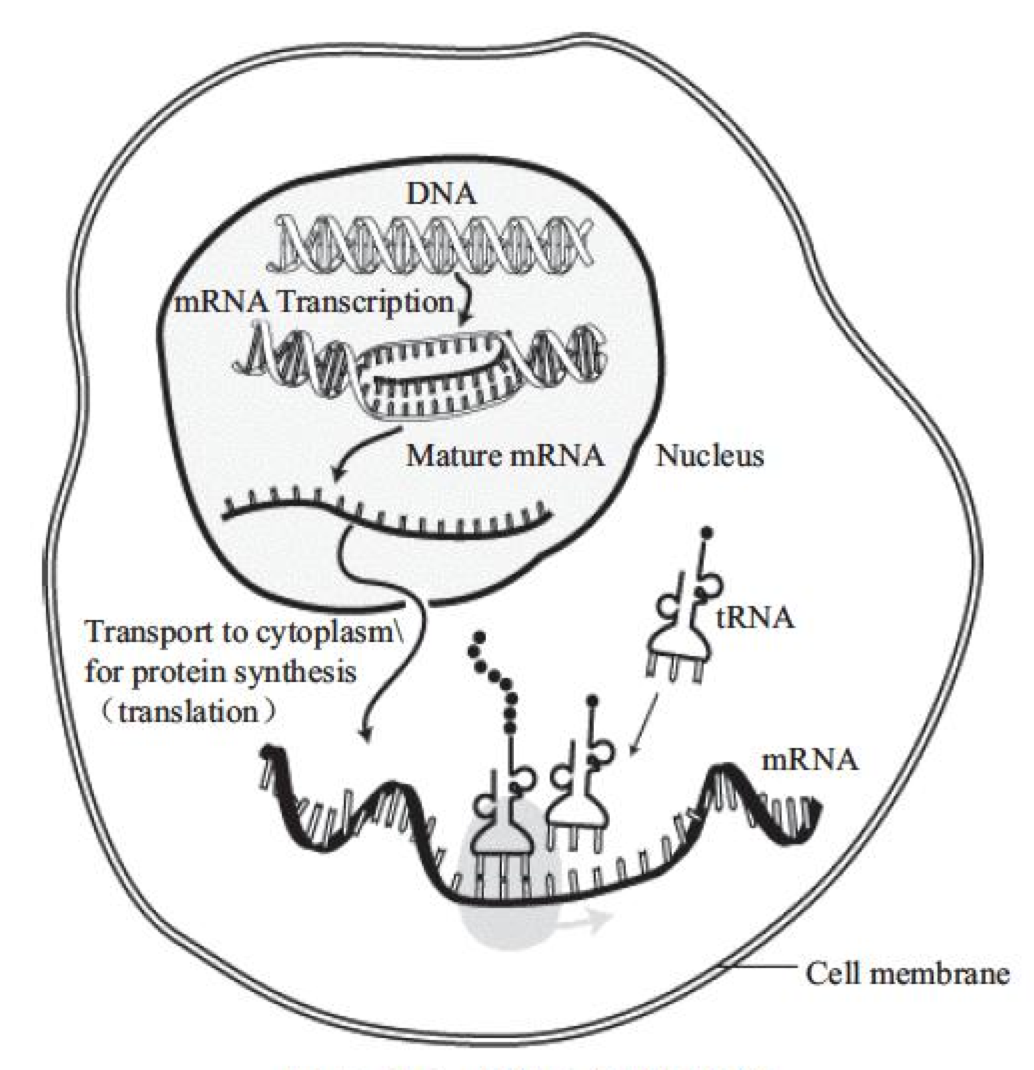


图 7-27　DNA 复制过程

“DNA 的结构是两条螺旋的长链，整个 DNA 链条就像一个长长的梯子，连接两个梯子腿的就是这些碱基对：C-G，A-T。”我拿起两个筷子，比作两条梯子腿，然后拿起几根牙签，作为连接两条链的横梁。两条长链之间用配对的碱基对相连。

“那 DNA 如何合成蛋白质呢？”他问道 。

“每一段 DNA 就像一本书或者一张蓝图，说明如何制造蛋白质。但是图纸本身不会制造蛋白质，它需要有人把图纸复印以后拿到图书馆以外的工厂里制造，也就是拿到细胞核以外的细胞质中制造。完成图纸复印的是一种类似 DNA 的分子——信使 RNA。”我说道。

“信使RNA如何复制DNA信息呢？”

“就像人在复印书时要先把书摊开，然后再放到复印机上。信使 RNA 会让 DNA 的链条打开，然后再复制信息。”

“那如何复制 DNA 信息呢？”

“要复制信息时，DNA 的一段碱基对打开，C 和 G 分开，A 和 T 分开，DNA 分成两条长链，就像梯子横梁断开，形成两条梯子腿。我把牙签掰成两节，分别放到两根筷子附近。其中一条 DNA 链作为复制的母版，会产生一条与之互补的 RNA 链：DNA 链的 C 互补产生 RNA 链上的 G，DNA 链上的 A 互补产生 RNA 链上的 T。这样形成了只有一条链的 RNA，然后它从 DNA 上脱离下来，这就是信使 RNA。”

“这个信使 RNA 是 DNA 链上的信息的翻版？”

“对，这个过程叫转录。然后信使 RNA 离开细胞核，进入细胞质，指导氨基酸排序来生产蛋白质。这样根据 DNA 图纸，某种特定类型的蛋白质就被制造出来了。”

“DNA 的转录是怎么启动的呢？是谁下命令启动的呢？”

“DNA 序列的一个区域负责启动，其余区域负责编码。启动区域的 DNA 碱基序列可以连接编码区域。当特定的蛋白质连接到 DNA 的启动子区域时，就好像把钥匙插进了汽车点火口，轻轻一转就着火发动了发电机，就激发了 DNA 编码区域的转录。”

“那本泽找到了 per 基因对应的蛋白质了吗？”他问道。

“没有，直到十几年以后的 1988 年，凯西 • 西维基和杰夫 • 霍尔才定位了 per 基因对应的蛋白质 PER。他们进一步发现在果蝇头部的 PER 蛋白质存在着 24 小时的节律变化。”我说道。

“那这些 PER 蛋白质的节律变化是自发的呢？还是由其他的生物节律驱动的？”

“嗯，研究人员认为，既然是信使 RNA 指导蛋白质的合成，那 RNA 中很有可能才存在着 24 小时节律。果然在果蝇的头部，他们发现了 RNA 也在按照 24 小时节律变化，只不过比蛋白质的变化周期提早 4 ～ 6 个小时。”

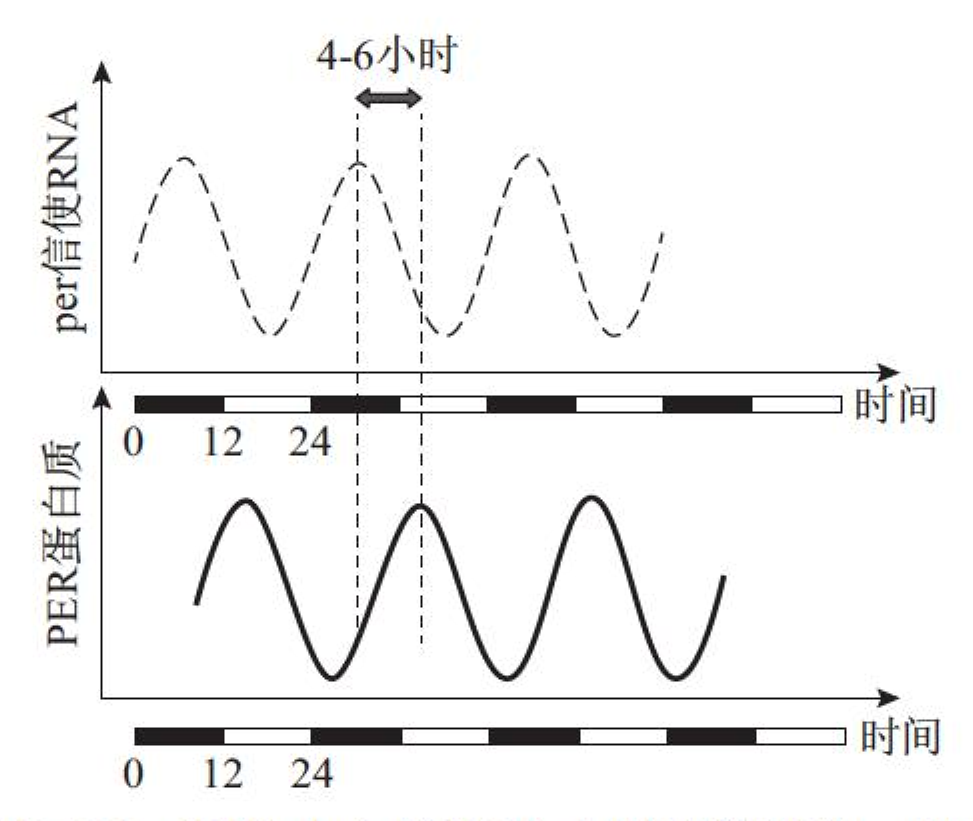


图 7-28　RNA 也在按照 24 小时节律变化，只不过比蛋白质的变化周期提早 4 ～ 6 小时

“哦，到底是什么样的机制驱使着 RNA 也做 24 个小时的节律变化呢？”

“到了 1990 年，保罗•哈丁和杰夫•霍尔提出了一种生物钟的反馈机制，这种机制的核心是 DNA-RNA- 蛋白质的反馈循环。”

“哦，反馈？！难道生物钟也像我们以前说的机械钟、电子钟、石英钟和原子钟那样存在着反馈机制？”

“对啊！你看，世界多么小！绕了一圈，我们又回来了，回到了这个最根本的反馈机制上来。以前我们说过，时钟之所

以能够循环往复是因为里面存在两种对立相反的因素，此消彼长，达到动态平衡。”

“现在我们也看看细胞里面是否也有这样两个相互作用的因素。”

“对，这两个因素分别是 DNA 和蛋白质，而 RNA 负责二者信息的传递。”

“那 DNA 和蛋白质到底是怎样此消彼长、相互制约又相辅相成的呢？”

“今天时间不多了，我们下次再聊吧。”

“好的，老师再见。”

“再见！”

7.5 蛋白质和基因的嘀嗒声

一周以后，我和他在餐厅又见面了。

⊙ 正反馈与负反馈

“上次我们说到生物钟里也有反馈机制，存在两种对立相反的过程，此消彼长，最终相互制约达到动态平衡。”我说道。

“嗯，我在想，既然钟摆摆动的过程也是两个对立相反的过程，那生物钟和它一定有相似之处吧？但是直觉上看，生物钟内部的机理应该要复杂得多。”他说道。

“嗯，是的。不过在搞清楚生物钟的机理之前，我们先回顾一下钟摆的运动过程，怎么样？”我提议道。

“好啊！”

“如果钟摆的最低点是平衡态，那么一个初始的力让钟摆偏离初始平衡态，钟摆就开始来回摆动。钟摆摆到左边最高处，高度越来越高，相当于一个正反馈，但是高度越高，速度越低，钟摆的高度抑制了速度的增加。到了左边最高处，被擒纵轮卡住发出了‘嘀’的一声。”

“嗯，是这样的。”

“然后钟摆向下摆动，高度下降，越来越低，相当于负反馈，直到最低点。但是钟摆不会停留在那里，会从最低点继续出发，进入下一个正反馈过程，之后再次到达最高点，发出‘嗒’的一声。”

“嗯，那生物钟里这两种对立的因素是什么呢？”他问道。

“你一定听说过，是基因和蛋白质。简单说基因和蛋白质会形成两个反馈，基因产生蛋白质作为正反馈，蛋白质反过来抑制基因作为负反馈。”我说道。

“正反馈是什么呢？”他说道。

“基因信息通过 RNA 被复制出来，在外面的细胞质产生蛋白质，使蛋白质数量增加，直到蛋白质的数量达到最大值，相当于发出了‘嘀’的一声。”

“那生物钟的负反馈呢？”我说道。

“细胞核外的蛋白质返回到细胞核内，抑制了基因产生蛋白质的过程，蛋白质数量随之下降，直到蛋白质的数量降到最低，相当于发出了‘嗒’的一声。”

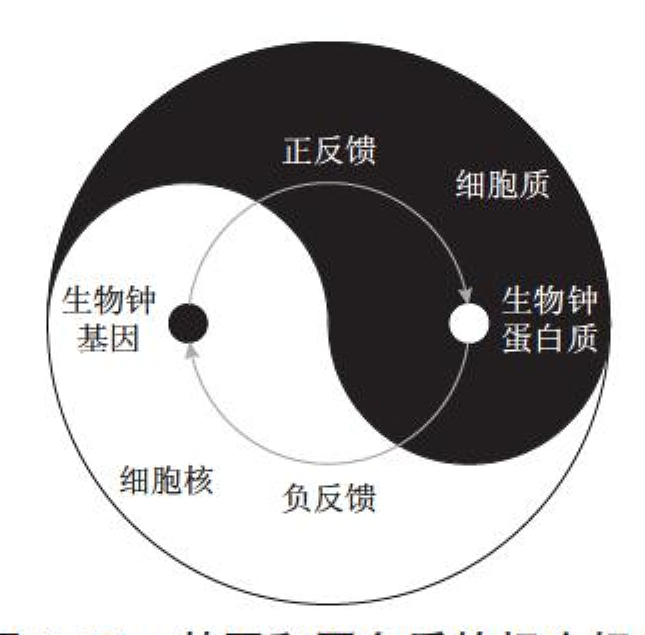


图 7-29　基因和蛋白质的相生相克

“那蛋白质数量降到最低后就不变了吗？”

“不，蛋白质数量降到一定水平后，对基因的抑制作用越来越弱，直到最后不再抑制基因产生蛋白质，于是基因重新开始新一轮的蛋白质合成，蛋白质的数量再次回升，直到达到极大值，相当于又发出了‘嘀’的一声。”

⊙ 诺奖模型

“哦，没想到生物钟也有这样的‘嘀嗒’的过程，虽然听不到声音，但是和钟摆的摆动却有异曲同工之妙。这个过程是谁提出来的？”他问道。

“是 1990 年保罗·哈丁和杰夫·霍尔提出的。这种机制是一种闭环的 DNA- 蛋白质之间的反馈机制，非常简洁：首先，per 基因被信使 RNA 复制，在细胞核外形成 PER 蛋白质，蛋白质越来越多，这是正反馈。之后这种蛋白质进入到细胞核内，连接到启动子区域，抑制生成信使 RNA，从而减少了 PER 蛋白质的生成，这是负反馈。当所有的 PER 蛋白质的生成都停止后，PER 蛋白质不再抑制 per 基因，于是 per 信使 RNA 重新开始新的一轮 PER 蛋白质的生成。”我说道。

“哇！这个模型确实很简洁，令人印象深刻！”

“这是第一个用正反馈和负反馈我来描述分子生物钟模型，此次科学家们沿着 Hardin 开辟的道路一路前进。虽然……”，我停了一下补充道，“过了一段时间，科学家经过仔细分析，发现这个模型却存在着一个严重的缺陷，还存在很大的改进空间。”

“什么缺陷？”

“per 基因和它的蛋白质的反馈环并没有完全闭合：PER 蛋白质进入细胞核后，并不能直接连接到自己基因的启动子区域，进而无法抑制信使 RNA 的生成。”

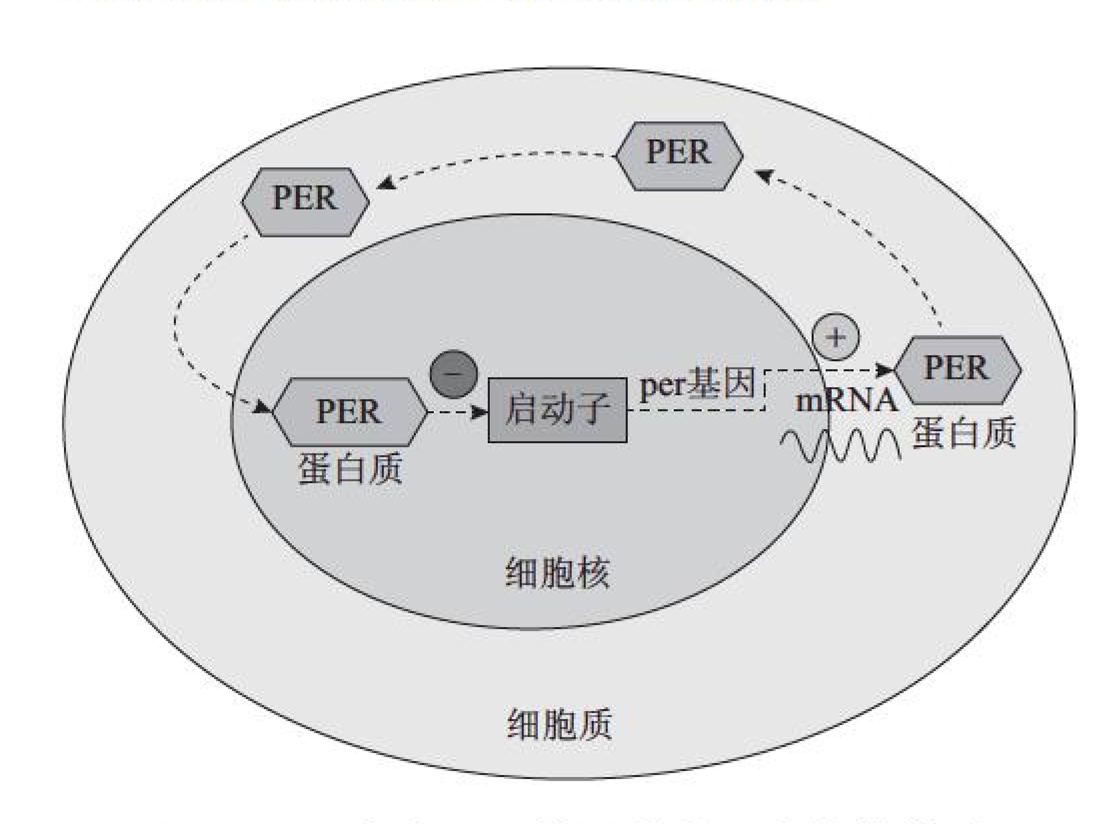


图 7-30　含有 per 基因的分子生物钟模型

⊙ 缺少一个舞伴

“哦，如果反馈没有闭环，就无法源源不断地产生 24 个小时的周期吧？”他问道。

“对，科学家们需要找到那个能让分子钟闭合的基因。后来科学家发现，虽然 PER 蛋白质不能连接到启动子区域，但是它能连接到其他蛋白质。如果其他蛋白质可以连接到启动子区域，那么还有希望！也就是说，PER 蛋白质需要一个同伴共同完成这一任务。”我说道。

“它怎么和同伴合作完成呢？”

“我打个比方，不知你是否听说过一

个故事：一个人来到地狱，看到那里的人饿得皮包骨头，原来他们围着一口大锅饭，每个人拿着一个2米长的勺子，无法把饭送到自己口中。这个人又来到天堂，发现那里的人同样围着一口大锅吃饭，同样每个人拿着一个2米长的大勺子，但是那里的人红光满面，吃得很饱。为什么呢？”

“因为他们互相喂着吃！”

“对。”

“那PER蛋白质的同伴是谁呢？”

“1994年，洛克菲勒大学的Mike Young发现了另外一种果蝇昼夜节律基因，命名为tim（timeless的缩写）。它与per基因很相似，tim的信使RNA也有24个小时的节律。科学家惊奇地发现：缺少了tim基因，果蝇的细胞核里没有PER蛋白质；反之，缺少了per基因，细胞核里就不会有TIM蛋白质。如果缺少TIM蛋白质，PER蛋白质会立刻降解消失。可以说，tim是per基因的忠实伙伴。”

“不离不弃！”

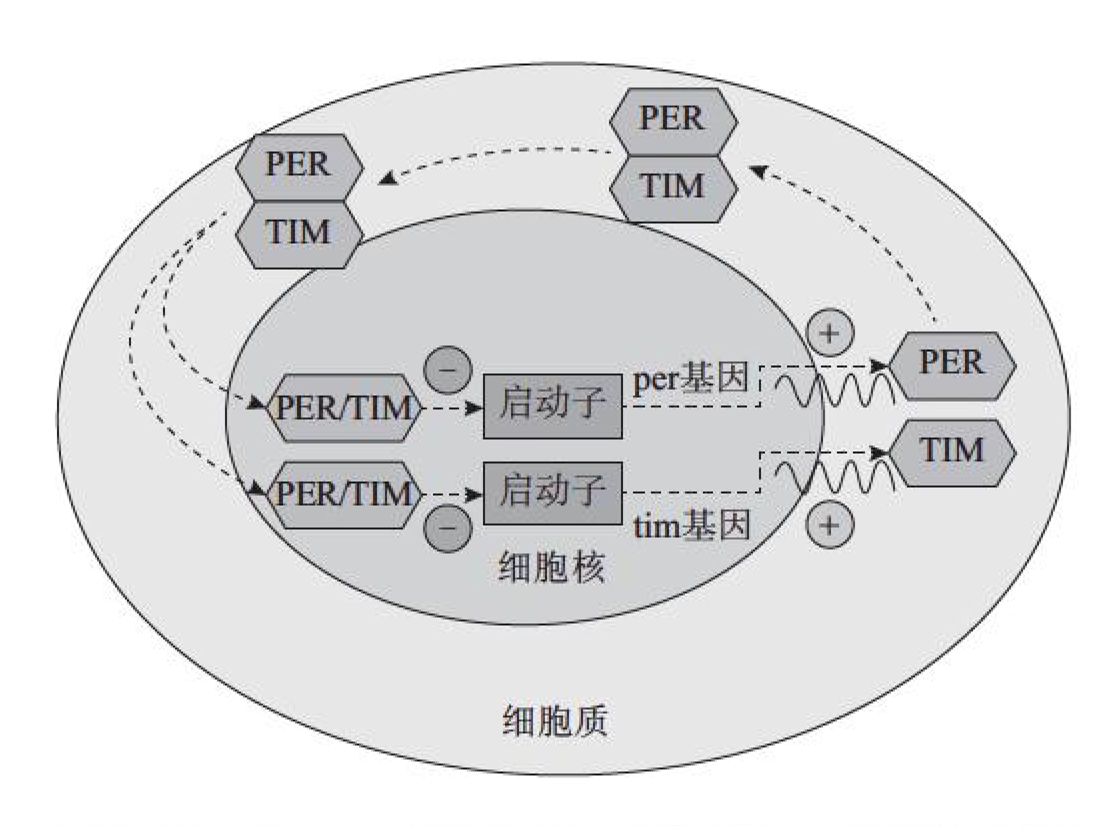


图7-31　含有per基因和tim基因的分子生物钟模型

“有了TIM蛋白质，它会和PER蛋白质会连接在一起，一起进入细胞核，抑制per和tim信使RNA的生成，产生昼夜节律。”

“离真理又近了一步。”

⊙ 怎么拨快或拨慢生物钟?

“不过，过了一段时间，科学家发现这个模型并没有达到完美，还存在一个问题：昼夜节律如何受到昼夜明暗周期的调节？也就是说生物钟如果不是刚好24个小时，如何能够跟随日光调节到24个小时？”我说道。

“哦，这是个很实际的问题，否则生物钟和地球的昼夜节律的差别会越来越大。”他说道。

“为了达到光线调节生物钟的目的，PER和TIM至少有一种蛋白质对光线敏感才行。科学家做实验后发现，TIM蛋白质对光线很敏感，一有光线它会立刻分解。”

“所以，果蝇有可能利用这个特性来调节生物钟的周期？”

“你说得很对。我们之前说过，如果在前半夜对动物施加光脉冲会延迟第二天的生物钟，而后半叶施加光脉冲则会使次日的生物钟提前。这个可以用TIM蛋白质对光敏感这个特性来解释。”

“怎么解释呢？”

“在前半夜，PER/TIM蛋白质还未全部进入细胞核，此时施加光脉冲，会导致TIM部分降解，从而延缓了TIM的累积，也延缓了PER/TIM蛋白质进入细胞核，从

而延迟了生物钟。”

“嗯，这和我们的体验是一致的。那后半夜施加光脉冲呢？”

“后半夜，PER/TIM 蛋白质已经进入细胞核，并且开始分解，此时施加光脉冲，会加速 PER/TIM 蛋白质的分解，这样对 per 和 tim 信使 RNA 的抑制作用被提前解除，它们可以开始新的生成蛋白质的周期，这样生物钟就提前了。”

“哦，听起来挺完美的。那么，现在的模型足以解释果蝇的全部生物钟机制了吗？”

“不，科学家发现事情没有那么简单。虽然有生物钟的细胞看起来很小，远小于惠更斯和哈里森制造的摆钟，但是在复杂性方面却毫不逊色。”

“嗯，我也有这种预感，小小的细胞里一定有东西让我们大吃一惊。”

“科学家们这次遇到的麻烦是，他们发现这个优雅的负反馈环仍没有完全闭合！”

⊙ 依然需要优化

“哦，又是哪里没有考虑到？”他问道。

“PER 和 TIM 蛋白质有个特点，它们都不能单独连接到各自的 DNA 上，而且它们的联合体也无法做到。这样，PER/TIM 蛋白质就无法抑制 per 和 tim 基因的翻译复制，负反馈无法起作用，生物钟无法循环下去。”我说道。

“难道还有别的昼夜节律基因被遗漏了？”

“嗯，应该是还有其他基因被漏掉了。但是困难在于面对果蝇里数万个基因，想找到一个能够连接到 DNA 的昼夜节律基因谈何容易？不过，这一次让果蝇的生物钟研究得以继续的，是哺乳动物的基因研究。”

“哦，这是怎么回事？”

“你知道，科学家喜欢用果蝇研究生物钟，因为果蝇成本低、体积小、繁殖快。但人是哺乳动物，哺乳动物的生物钟怎么样？是否和果蝇的有很大差别？这个问题一直没有人能够回答。”

“为什么呢？”

“因为哺乳动物实验成本太高。一般人们用小鼠做实验，如果要从几万个基因里找到生物钟基因，至少要做数千到数万次小鼠实验，而养这么多老鼠所花的金钱和需要的空间，几乎世界上任何一个实验室都无力承担。”

“哦，难怪有这么多诺贝尔奖是关于果蝇的。”

“但还是有人竟然还是鼓足勇气这么干了。他们是美国西北大学的高桥（Joseph Takahashi）和平托（Larry Pinto）。他们打算给数千只老鼠做实验。”

“哇，勇气可嘉！”

“而且他们运气似乎更好，仅仅做了 20 多只老鼠，就发现了其中一些老鼠生物钟周期延长了。他们把这种突变对应的基因命名为 clock。”

“这是人类第一次发现了哺乳动物的生物钟基因？”他问道。

“对，这是 1994 年。”我说道。

“哦，这比本泽发现的果蝇生物钟基因 per 足足晚了 23 年！这意味着哺乳动物生物钟的研究到了 20 世纪 90 年代才刚刚起步。”

“是啊，生物钟的研究最终持续了数十年，才渐渐把基本的问题搞清楚。高桥和平托找到的这个基因的特别之处在于，它可以连接到 DNA，这意味着它可以使生物钟反馈环闭合。”

“那有可能应用到果蝇研究里吧？”

“对，人们立刻克隆了老鼠的 clock 基因，并确定了排列顺序和位置。这样就可以在果蝇的基因里找到对应的 clock 基因。此外人们还找到了另外一种能够连接 DNA 的基因，起名为 cycle。”

“嗯，这些名字都和周期有点关系。这样生物钟反馈就闭环了吧？”

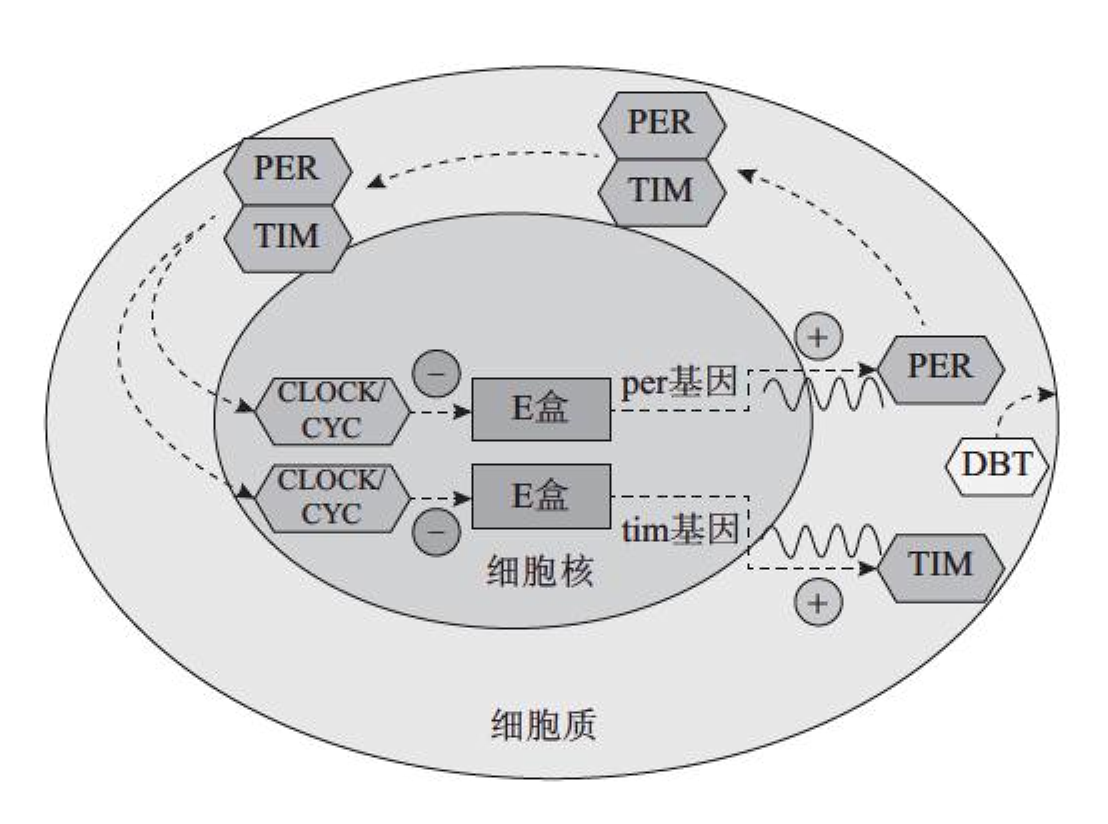


图 7-32　含有 per、tim、clock、cyc 等基因的分子生物钟模型

“对。生物学家修正了哈丁提出的模型，在 per 的基础上加入了 tim、clock 和 cycle 基因。之前 PER/TIM 无法抑制自己的基因，现在有了 CLOCK 和 CYCLE，问题就解决了。CLOCK 和 CYCLE 可以连接到 DNA 上，所以可以抑制 PER/TIM 基因生成信使 RNA，从而让反馈环闭合。”

⊙ 揭开果蝇之谜

“那完整的果蝇生物钟反馈过程是什么样的呢？”他说道。

“我重新梳理一下。首先，CLOCK 蛋白质联合 CYCLE 蛋白质，连接到 per 和 tim 基因的启动子区域，激活了基因的转录，源源不断地驱动信使 RNA 制造 PER 和 TIM 蛋白质，后者的数量增多。”我说道。

“这是正反馈。”

“对。接下来哈丁的模型稍微修正一下，PER/TIM 蛋白质联合体进入细胞核，并且与那里的 CLOCK/CYCLE 蛋白质相连，这样可以抑制 per 和 tim 基因的转录，PER/TIM 蛋白质数量开始下降。”

“这是负反馈。”

“对，直到 PER/TIM 蛋白质逐渐分解，per 和 tim 基因的转录不再受到抑制，重新开始新一轮的 24 小时周期。”

“嗯，我大概清楚这个反馈过程了。这样生物钟周期的秘密都解开了吗？”

“不，远远不够，这只是果蝇的分子生物钟模型的主要部分而已，还有一些重要问题没有涉及，比如为什么果蝇的生物钟周期差不多是 24 个小时，因为普通的基因转录、翻译、进入细胞核只需要几分钟的时间。科学家已经发现了其他基因来调控生物钟的周期，比如 doubletime（dbt）

基因，但是还远远不够。”

“哦，那哺乳动物的生物钟研究呢？只会比果蝇更复杂吧？”

“你说对了，人们在小鼠里居然发现了三种 per 基因，分别为 per1，per2 和 per3。其他机制与果蝇也不尽相同，但有一点是肯定的，那就是小鼠一定也形成了闭环的基因 - 蛋白质反馈环。”

⊙ 古老祖先的智慧

“为什么果蝇和老鼠的生物钟基因居然有相似之处？”他问道。

“这要从大约 7 亿年前说起，那时果蝇和老鼠有着共同的祖先，在进化过程中，生物钟机制被保留下来。”我说道。

“哦，相差这么大的两种动物居然有共同的祖先。既然哺乳动物和昆虫中都发现了生物钟基因，那其他更简单的生物呢？它们也有生物钟吗？如果有，会是什么样的呢？”他连问了几个问题。

“比如细菌，科学家发现体内也有生物钟，虽然结构和哺乳动物和昆虫不太相同。这些最早期的地球生物堪称生命的祖先，它们改变了地球的面貌，如果没有它们体内的生物钟，就不会有更加高级的生命！包括人类！”

“哦，有这么严重？！为什么呢？”

“你知道，早期的地球没有多少氧气，是细菌经过亿万年的光合作用，才逐渐形成了今天大气层里丰富的氧气。”

“那这和细菌的生物钟有关吗？要是细菌没有生物钟会怎样？”

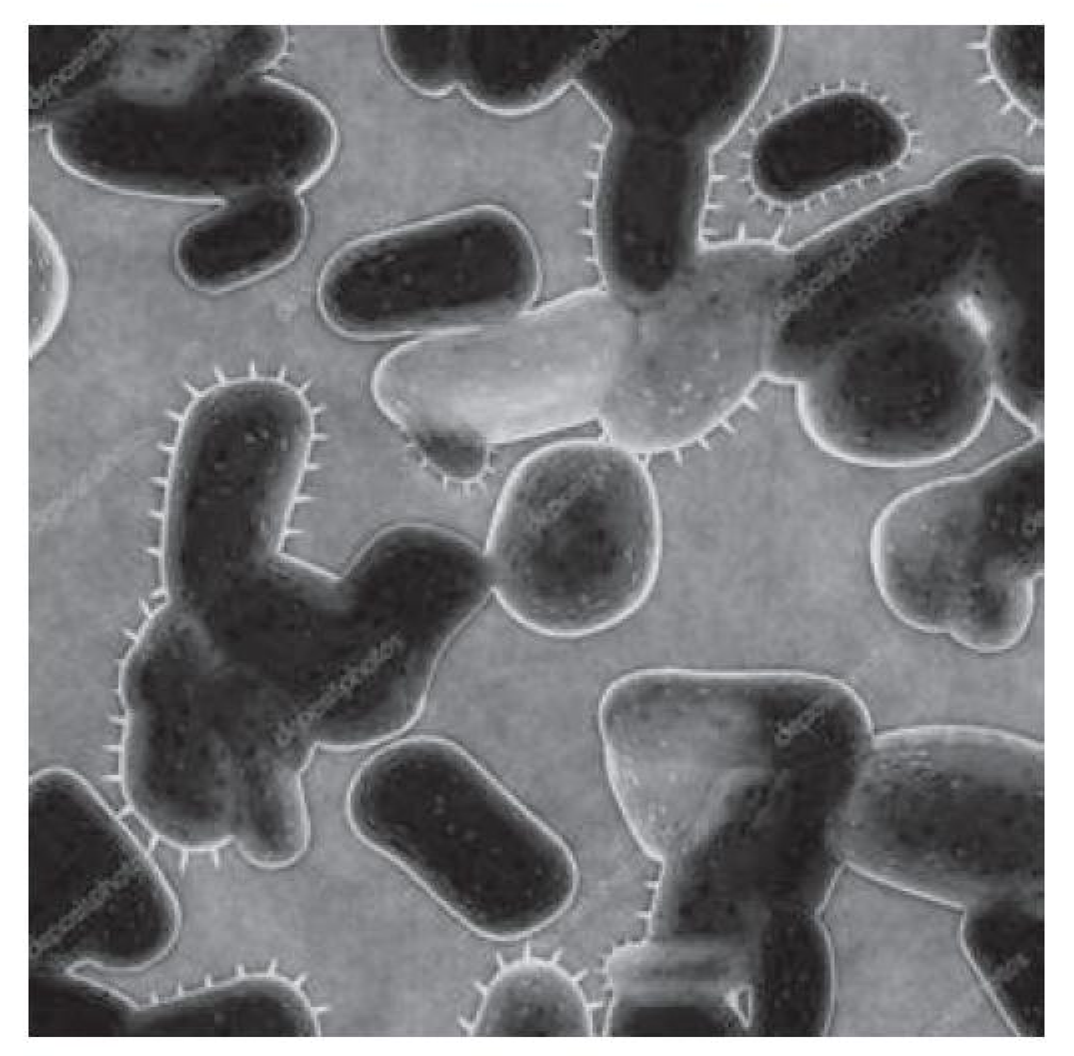


图 7-33　蓝细菌

“在 20 世纪 80 年代以前人们认为细菌似乎没有必要发展出一套 24 个小时的昼夜节律，因为细菌细胞一天之内要发生 2 ～ 3 次有丝分裂，24 小时生物钟没有什么用处。在第一个蓝细菌 35 亿年前出现在地球上的时候，那时大气里氧气很稀少，臭氧更少，紫外线辐射特别强烈，很多早期的生命因此夭折。”

“哦，为什么？难道晒晒太阳还会致命？”他问道。

“对，强烈的紫外线会严重破坏生物的 DNA 合成。但是细菌可没有遮阳伞，既又没有腿也没有翅膀，无法移动。如果白天细菌制造 DNA，会被严重破坏。”我说道。

“哦，是啊，那该怎么办呢？细菌能修复受损的 DNA 吗？”

“那时早期的细胞还不具备这种功能。”

“既无法躲避紫外线，又不能修复受紫外线损害的 DNA，细菌怎么办？”

“细菌选择了第三种策略：与其与紫外线对抗，不如适应它。如果细菌能够预测紫外线出现的时间，那么就可以在一天中日光最强的时候停止的 DNA 制造，直到日落时分再重新开始工作。于是这种具有生物钟功能的细菌在进化中就生存下来。它所携带的生物钟机制也被保留下来。”

“哇，一个小小的细菌怎么会如此有智慧！生物钟果然是生物生存的秘密武器！”他感叹道。

“除此之外，我们吃的大米的正常生长也离不开生物钟。”我说道。

“哦，是吗？”

“稻谷里有一种蓝菌，它利用光合作用吸收能量，同时稻谷的固氮酶负责把空气中的氮气转换为植物的养分。但这两件事会相互打架。因为光合作用产生氧气，但氧气会严重抑制固氮酶，从而影响养分的生成。”

“那蓝细菌怎么解决这个问题？”

“还是用生物钟。虽然蓝细菌只有一个细胞，但它解决问题的方法堪称高明：既然无法在空间上把互为矛盾的两种化学反应隔开，那就从时间上分开：蓝细菌白天进行光合作用，晚上固氮，互不干扰。”

“哦，原来这么简单的生物也有生物钟反馈环。”

“对，经过了亿万年的变化，生物钟功能很好地保留了下来。虽然物种越来越复杂、越来越高级，但是基本的核心没有变，就是《道德经》里的那句话：天之道，其犹张弓欤？有馀者损之，不足者补之。大曰逝，逝曰远，远曰反。”

⊙ 如果不是 24 个小时

“生物钟真是一种奇妙的功能。可是如果有了生物钟，就一定能生存下来吗？”他问道。

“嗯，这是个好问题。简单的回答是：不一定。”我说道。

“什么情况下生存不下来？”

“如果有些生物的生物钟的周期与 24 小时相去甚远，它们很有可能无法在竞争中生存下来。有科学家用细菌做了实验，通过基因突变产生了一种周期为 22 个小时的细菌，另外一种周期为 30 个小时。把这些细菌放在人工照明环境下，其中 11 个小时有光，另外 11 个小时黑暗，循环一次总共 22 个小时。在这种情况下，节律 22 个小时细菌在竞争中获胜。”

“也就是说，越接近环境的明暗周期，生物有更大的机会生存下来？那如果把人工照明的周期改成 15 个小时明亮、15 个小时黑暗呢？”

“那生物钟周期为 30 个小时的细菌会生存得更好。所以，只有那些与地球自转周期相近的生物钟才能生存下来。”

⊙ 最简单的最美

“明白了。那蓝细菌的生物钟复杂吗？是什么样的？受几种基因控制呢？”他问道。

“科学家发现，它主要受 3 种基因控制：kaiA，kaiB 和 kaiC。”我说道。

“也会形成一个反馈闭环吗？”

“对，我简单说一下它们的反馈机制

你就明白了。首先，由 KaiA 蛋白质启动 KaiB 和 KaiC 蛋白质的翻译与合成。蛋白质的数量增加，这是正反馈。之后，KaiC 蛋白质完全抑制了这三种基因，于是蛋白质数量下降，直到 KaiC 蛋白质自己也被抑制，它的数量下降，这是负反馈。当数量足够低时，KaiC 蛋白质的抑制作用消失，三种基因又重新开始新一轮循环。”

“嗯。kaiA，kaiB 和 kaiC 这三种基因名字很接近，它们很相似吗？”

“不完全一样。KaiC 本身像一个 24 个小时的沙漏，但是不会自己反转过来。科学家们用冷冻电镜技术看到了 KaiC 蛋白质的形状，它像一个中间有孔的六角齿轮。每个 KaiC 结合 1 个 KaiB 单体和结合 2 个 KaiA 单体，组成了对称的结构。”

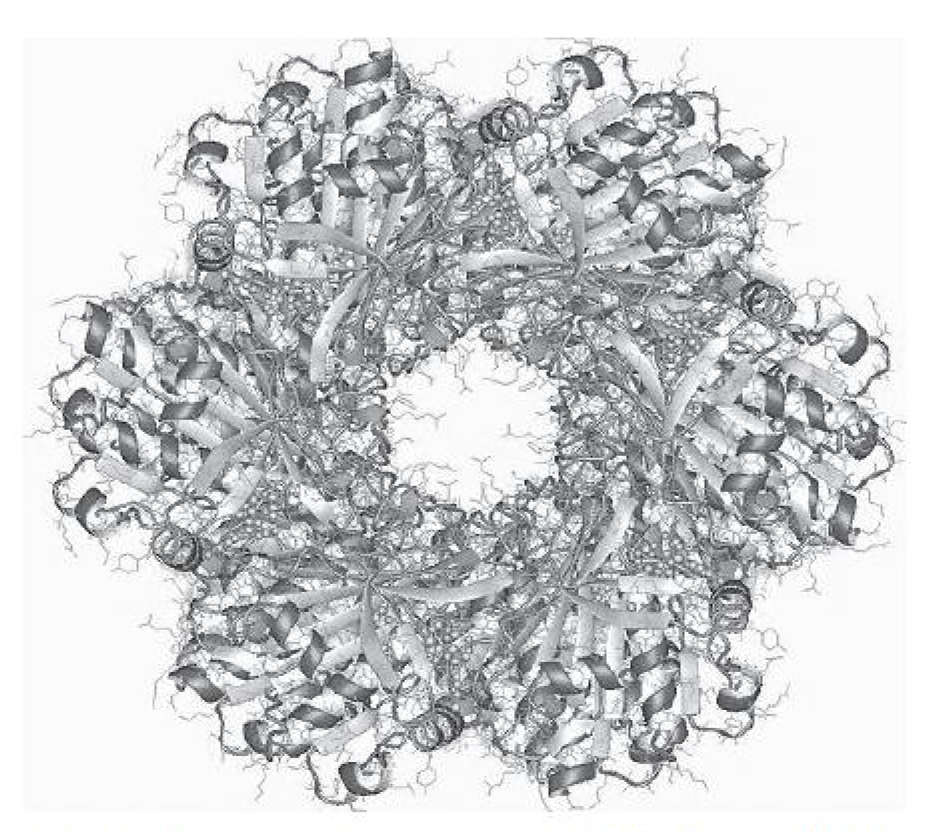


图 7-34　KaiC 蛋白质：生物钟的六角齿轮

“嗯，这让我想起了安提基特拉机械力的那些精美的齿轮，互相啮合在一起，似乎有一种冥冥中的相似。”他说道。

“安提基特拉里齿轮的转动模拟了日月星辰的周期运动，而这些简单的六角蛋白质的运转则驱动了生物钟的嘀嗒嘀嗒。”我说道。

“这些都离不开两种对立相反的力量。”他说道。

“对，一种力量迫使平衡态偏移，而另外一种却把它用力拉回来。一年四季的轮回，从冬至回归到夏至，再从夏至回归到冬至，不停循环往复。这是太阳的引力和地球的离心力之间的较量和此消彼长。从月圆到月缺再到月圆，周而复始的月相变化，则是地球和月球引力和离心力的你来我往。”我说道。

“这是大自然的舞蹈。”

“对。人类制造的机械钟的来回摆动，是势能与动能的相互制约。石英钟的周期振动，是压力形变和电压之间的互为转换。而电子时钟则是电荷在电感和电容之间穿梭往复，生生不息。原子钟则是在电子的高能态和低能态之间的上下舞动。”

“嗯，这是人类思想和物质世界的互动。”

“最后，还有一个生物钟，基因和蛋白质相互合作又彼此制约，发出了分子的嘀嗒声，与地球自转的周期完美呼应。”我说道。

“嗯，这是生命密码的华尔兹配合着地球优雅的伴舞……”

7.6 尾　　声

“到目前为止，我们了解了生物钟的机制，也讨论过机械钟、电子钟的机制，以前还讨论过天文历法，现在终于可以把这些总结一下了。”我说道。

“好啊！不过把这么多东西汇集到一起，似乎并不那么容易。”他说道。

“那我们试一试吧”，我说道，“首先，四季轮回，月亮盈亏，星座回归，这些高悬于人类头顶的纯洁完美之物的周期回归，让人类对宇宙充满了敬畏。人们用自己的智慧发明了历法、节气与之呼应。”我在一张餐巾纸上画下了一个圆代表年轮的周期轮回。

“嗯，这是非常自然的事情。”

“可是这年轮并不完美，为了更好地推算天象，人们发展了数学，发明了闰月和闰年的计算。”说着，我又画了一个圆，上面是闰月的设置规则。

“我想起来了，这个神秘的闰月规则甚至和现代的电路设计有异曲同工之妙。”他补充道。

“而在古希腊，人们用齿轮来完成数字计算，让一台齿轮机械来预测天体在天空中的周期性回归。时间在日月星辰的周期回归中流逝，齿轮在旋转中预测了天体在星空中的位置。”我一边画了一个安提基特拉机械的背面螺旋图。

“嗯，这也是一种回归，月食的回归、行星的回归。”

“如果说回归是宇宙星体的一种常态，那么音符的回归则让人们与天地感应。人们用音乐来祭祀上天，用和谐的音乐来诠释宇宙的和谐，朱载堉用十二等程律诠释了完美的黄钟之音的回归。”我说着，一边画了一个黄钟大吕十二音符回归的圆形。

“嗯，这里是数学的严密计算和情感的交融之地。”他说道。

“回归是一个循环，时间的流逝却是线性单向的。人们用单向的水滴来模拟时间的流逝，最后却又回归到圆形的钟表来记录时间。从摆钟的周期摆动，到石英晶体的伸缩振动到原子外围电子状态的周期改变，背后都隐藏着两股相反的力量，相互推动相互制约，推动着周期性的回归和新的出发。其中最具代表性的就是擒纵轮。”接下来一个擒纵轮的形状跃然纸上。

“嗯，这神秘的力量似乎无处不在。”

“是的”，我说道，“就连地球上的微小细菌生命——我们的祖先，虽然极其卑微，在亿万年间也发明了自己的生物钟，它精巧的结构和机制丝毫不逊色于人类的发明。DNA 和它对应的蛋白质舞伴彼此相

生相克，也跳出一曲优美的舞蹈。”我接着画出了一个六边形的 KaiC 蛋白质的形状。

他接着说：“顺着这个思路，我们的话题从节气历法延伸到了数学、机械齿轮、音乐和时钟以及生物钟。如果把这些历法、数学、机械、音乐、时钟、生物钟排布在一个圆圈上顺时针转动，就构成了我们聊天的主题。”我一边说，一边在纸上画了一个简单的钟表的图形，上面各个主题按顺时针排列。

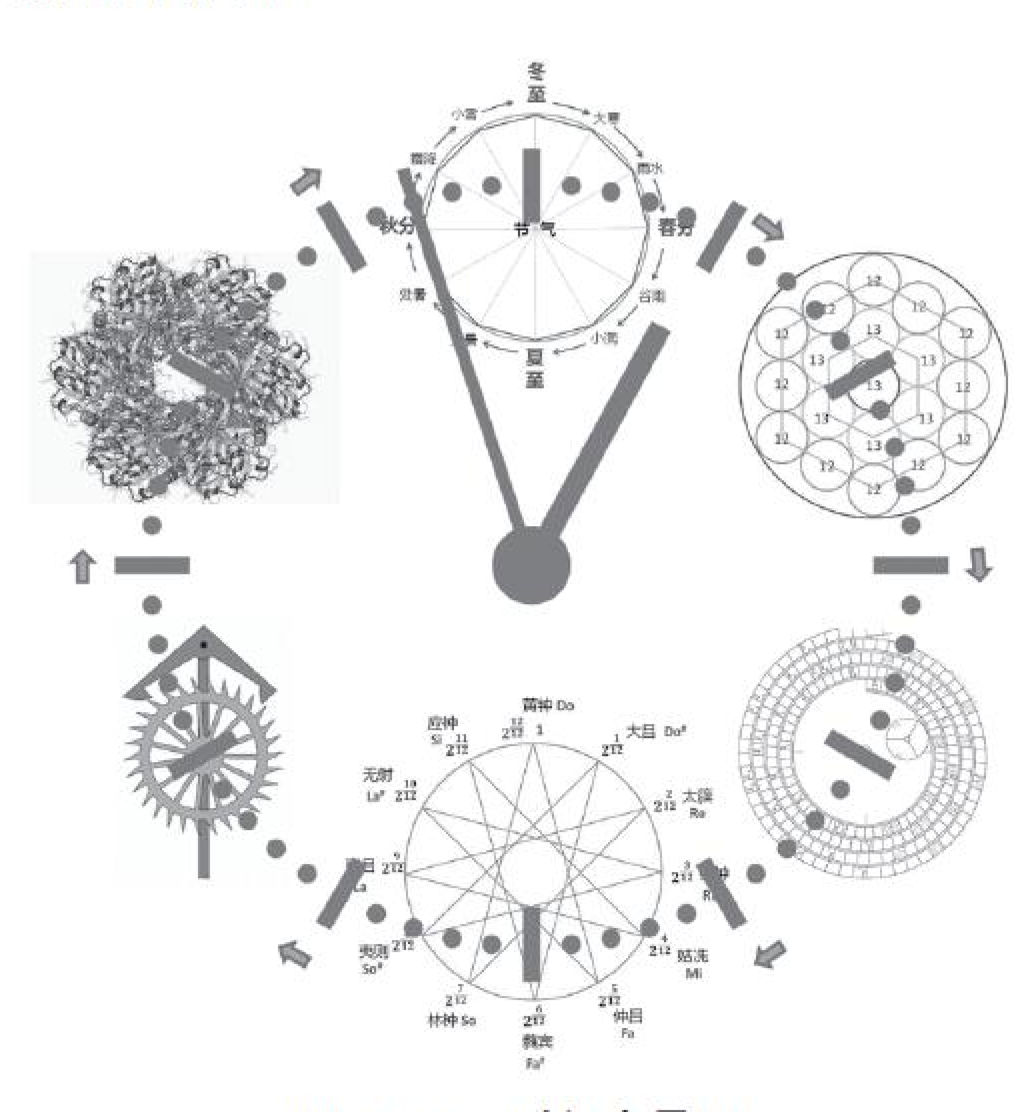


图 7-35　时间全景图

他盯着这个图形看了一会说：“老师，我突然有了一个想法：如果按照逆时针的方式，我们同样可以把这些主题全部串起来。也就是说，我们对时间的讨论话题可以反着来一遍。”

“哦，是吗？怎么反着来呢？”我问道。

“比如，我们可以先从最后一个人体生物钟开始讲起，然后沿着逆时针的顺序一直回到节气历法。首先，从分子生物钟的正反馈、负反馈机制可以联想到一般的更为普遍的时钟，因为它们都具有这两种反馈机制。由于时钟具有回归的特性，从而联系到音律的回归，尤其是十二等程律可以完美地实现回归宫音。”他解释道。

“听起来挺有意思。那接下来呢？”我问道。

“由音乐联想到开普勒提出的宇宙的琴声——也就是行星的运动，从而联系到安提基特拉机械。而这个机械背后体现了数学以及历法，从而联系到连分数以及闰月。最后从历法延伸到二十四节气。”他露出了得意的笑容，仿佛在说：“怎么样？我又绕回来了！”

“啊哈！真不错，看来你已经融会贯通了！”我说道，“朱载堉在突破三分损益法的隔八相生时，提出了十二等程律。‘仲吕顺生黄钟，返本还元；黄钟逆生仲吕，循环无端’。无论正旋还是反旋，都能生律，音律都能顺利返宫。而你把我们对时间的讨论话题掉了一个方向，也都顺利‘返宫’，就像朱载堉的黄钟逆生仲吕一样，不错不错！”

我含笑点了点头，接着说道：“世间万物的联系多种多样，而我们的讨论只提供了其中一种可能。未来还有多少种可能，我真的不知道……”

“……”

此时，日头已经过了正午，谈话还在继续，地上的影子开始一点点重新拉长……



参考文献

[1] 张天蓉 . 蝴蝶效应之谜：走近分形与混沌 . 北京：清华大学出版社，2013.

[2] 路易斯·卡罗 . 爱丽丝镜中奇遇 . 吴钧陶，译 . 上海：上海译文出版社，2003-1.

[3] 豪·路·博尔赫斯 . 探讨别集——柯尔律治之花 . 杭州：浙江文艺出版社，2008-2.

[4] Edward N. Lorenz. Deterministic Nonperiodic Flow. Journal of the Atmospheric Sciences, 1963, 20（2）: 130–141.

[5] Edward N. Lorenz. Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues. Journal of the Atmospheric Sciences, 1969, 26（4）: 636–646.

[6] Edward N. Lorenz. Three approaches to atmospheric predictability. Bulletin of the American Meteorological Society, 1969, 50: 345–349.

[7] 庄周 , 陈鼓应 . 庄子今注今译 . 北京：商务印书馆 , 2007.

[8] Pross J, Contreras L, Bijl P K, et al. Persistent near-tropical warmth on the Antarctic continent during the early Eocene epoch. Nature, 2012, 488（7409）:73-77.

[9] 史铁生 . 务虚笔记 . 北京：人民文学出版社，2011-4.

[10] 让·克洛德·安梅森 . 时间的律动 . 北京：中信出版社，2016-10.

[11] 吴国盛 . 什么是科学 . 广州：广东人民出版社，2016-8.

[12] 陈之藩 . 陈之藩散文 卷三——思与花开——节气是阳历 . 伦敦：牛津大学出版社，2012.

[13] 陈之藩，陈之藩散文 卷三——思与花开——背诵与记忆 . 伦敦：牛津大学出版社，2012.

[14] 王鹏飞 . 节气顺序和我国古代气候变化 . 大气科学学报 , 1980（1）:105-112.

[15] 人民网 . 施爱东博士：学界肯定“清明时节雨纷纷”是伪诗 .2010.

[16] 人民网 . 学者新论：《清明》为何是伪诗？并非杜牧所作 .2010.

[17] 江晓原 . 巴比伦——中国天文学史上的几个问题 . 自然辩证法通讯 , 1990（4）:40-46.

[18] 徐松岩 . 古希腊历法简述 . 新浪历史专栏， 2014.2.19.

[19] H. Inose, Y. Yasuda, and J. Murakami. A Telemetering System by Code Modulation: Δ - Σ Modulation. IRE Transactions on Space Electronics Telemetry, Vol. SET-8, September 1962, pp.

204-209. Reprinted in N. S. Jayant, Waveform Quantization and Coding, IEEE Press and John Wiley, 1976, ISBN 0-471-01970-4.
[20] 拉扎维 . 射频微电子（第二版）. 北京：电子工业出版社，2012-8.
[21] 郭蕊 . 数学泰斗祖冲之 . 长春：吉林出版集团，2011-1.
[22] 陈美东 . 祖冲之的天文历法工作 . 自然辩证法通讯 , 2002, 24（2）:68-73.
[23] 陈美东 . 论我国古代冬至时刻的测定及郭守敬等人的贡献 [J]. 自然科学史研究 , 1983, 2（1）:51-60.
[24] 《全齐文》卷十六 “祖冲之”.
[25] 白寿彝 . 中国通史（第二版）. 上海：上海人民出版社 . 南昌：江西教育出版社，2013-7.
[26] 《南史 • 祖冲之传》.
[27] 理查德 • 费曼 . 你干吗在乎别人怎么想？李沉简，徐杨，等译 . 北京：中国社会科学出版社，1999.
[28] 艾略特 . 荒原：艾略特文集 • 诗歌 . 裘小龙，汤永宽，等译 . 上海：上海译文出版社，2012-7-1.
[29] 徐诚浩 . 连分数与历法 . 北京：高等教育出版社，2007-12.
[30] Jo Marchant. Decoding the Heavens: A 2,000-Year-old Computer and the Century Long Search to Discover Its Secrets.November 2008, William Heinemann Ltd.
[31] 英国皇家学会开放的期刊文献 . http://rstl.royalsocietypublishing.org/content/by/year.
[32] Needham J, Wang L, Price D J. Chinese Astronomical Clockwork. Nature, 1956, 177（4509）:600-602.
[33] Price, Derek J. De Solla. An Ancient Greek Computer. Scientific American，2006（1959）:60-67.
[34] Price D D S. Gears from the Greeks. The Antikythera Mechanism: A Calendar Computer from ca. 80 B. C.[J]. Transactions of the American Philosophical Society, 1974, 64（7）:1-70.
[35] Brooks, Michael.Tricks of the light. New Scientist, pp. 38- 41 （7 April, 2001）.
[36] Freeth, T., Y. Bitsakis, X. Moussas, J.H. Seiradakis, A. Tselikas, H. Mangou, M. Zafeiropoulou, R. Hadland, D. Bate, A. Ramsey, M. Allen, A. Crawley, P. Hockley, T. Malzbender, D. Gelb, W. Ambrisco, M.G. Edmunds. Decoding the Ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera mechanism. Nature, vol. 444, pp. 587-591 （2006）.
[37] 班固 . 汉书 • 卷五十四 . 李广苏建传 第二十四 .
[38] 中岛幸子 . 数学与音乐的创造力——捕捉未知与无形 . 北京：人民邮电出版社，2015-8.
[39] 管仲 . 管子 • 地员篇 . 春秋时期 .
[40] 周明儒 . 数学与音乐 . 北京：高等教育出版社 ,2015.
[41] 程贞一 . 王翼勋译 . 黄钟大吕——中国古代和十六世纪声学成就 . 上海：上海科技教育出版社，2007.
[42] 武际可 . 音乐中的科学 . 北京：高等教育出版社，2012.
[43] 刘半农 . 刘半农书话——十二等律的发明者朱载堉篇序跋 . 杭州：浙江人民出版社，1998.11.
[44] 李约瑟 . 中国科学技术史 • 第四卷第一分册 . 北京：科学出版社，上海：上海古籍出版社，2002.

[45] 戴念祖 . 朱载堉——明代的科学和艺术巨星 . 北京：人民出版社，2011.
[46] 卓仁祥 . 东西方文化视野中的朱载堉及其学术成就 . 隆玉麟译 . 北京：中央音乐学院出版社，2009.
[47] 杰 • G. 牛顿 • 伽利略的钟摆——从时间的节律到物质的制造 . 北京：外语教学与研究出版社，2007-4.
[48] 李孝辉 . 图解时间 . 北京：科学出版社，2015-7-1.
[49] 陈宗周 . 环球科学 • 时间专刊 . 北京：环球科学编辑部，2016.5.
[50] 老子 . 道德经 . 春秋时期 .
[51] 艾略特 . 荒原：艾略特文集 • 诗歌 . 裘小龙，汤永宽 . 上海：上海译文出版社，2012-7-1.
[52] 刘慈欣 . 三体：“地球往事”三部曲之一 . 重庆：重庆出版社，2008-1.
[53] Anglada-Escudé G, Amado P J, Barnes J, et al. A terrestrial planet candidate in a temperate orbit around Proxima Centauri. Nature, 2016, 536（7617）: 437-440.
[54] 玛丽 • 居里 . 居里传 . 周荃，等译 . 南昌：江西教育出版社，1999-01.
[55] Roberto Refinetti. 近日生理学 . 北京：科学出版社，2009-8.
[56] 拉塞尔 • 福斯特，利昂 • 克赖茨曼 . 生命的节奏 . 北京：当代中国出版社， 2004-11.
[57] 陈宗周 . 环球科学 • 时间专刊 . 北京：环球科学编辑部，2016.5.
[58] 安东尼 • 德 • 圣 - 埃克苏佩里 . 小王子 . 马振聘译 . 北京：人民文学出版社，2003-8.
[59] Harris WA. Seymour Benzer 1921–2007 The Man Who Took Us from Genes to Behaviour. PLOS Biology，2008，6（2）: e41.
[60] 奥德丽 • 尼芬格 . 时间旅行者的妻子 . 夏金，安璘译 . 北京：人民文学出版社，2007-4.
[61] 吴楚材，吴调侯 . 古文观止 . 清朝 .
[62] 老子 . 道德经 . 春秋时期 .